



COPPE/UFRJ

UTILIZAÇÃO DE UNIDADES DE MEDIDAS INERCIAIS BASEADAS EM
SISTEMAS MICROELETROMECCÂNICOS EM NAVEGADORES INTEGRADOS

Carlos Renato Caputo Durão

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de
Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE,
da Universidade Federal do Rio de Janeiro,
como parte dos requisitos necessários à obtenção
do título de Doutor em Engenharia Elétrica

Orientadores: Mariane Rembold Petraglia
Antonio Petraglia

Rio de Janeiro
Dezembro de 2009

UTILIZAÇÃO DE UNIDADES DE MEDIDAS INERCIAIS BASEADAS EM
SISTEMAS MICROELETROME CÂNICOS EM NAVEGADORES INTEGRADOS

Carlos Renato Caputo Durão

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA ELÉTRICA.

Examinada por:

Prof. Mariane Rembold Petraglia, Ph.D.

Prof. Antonio Petraglia, Ph.D.

Prof. José Gabriel Rodríguez Carneiro Gomes, Ph.D.

Prof. José Manoel de Seixas, D.Sc.

Prof. Luiz Carlos de Carvalho Benyosef, D.Sc.

Prof. Paulo César Pellanda, Dr. ENSAE

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

DEZEMBRO DE 2009

Durão, Carlos Renato Caputo

Utilização de Unidades de Medidas Inerciais Baseadas em Sistemas Microeletromecânicos em Navegadores Integrados/Carlos Renato Caputo Durão. - Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2009.

XXVI, 183 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Mariane Rembold Petraglia

Antonio Petraglia.

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Elétrica, 2009.

Referencias Bibliográficas: p. 173-183.

1. Filtragem de Kalman. 2. Sensores Inerciais. 3. Navegação Inercial. 4. IMU-MEMS. I. Mariane Rembold Petraglia et al. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Elétrica.
III. Título.

*“O homem razoável adapta-se ao mundo;
o homem não razoável persiste em tentar adaptar o mundo a si mesmo.*

Por isso todo progresso depende do homem não razoável.”

George Bernard Shaw,

Máximas para Revolucionários.

*Dedico este trabalho aos meus pais Rene e Anna Maria,
aos meus filhos Natália, Fernanda e Sofia (ou Luca),
à mina neta Anna Júlia
e à minha esposa, Daniela.*

Agradecimentos

Aos meus orientadores Mariane e Petraglia, pela maneira competente e tranquila com que me orientaram. Sua orientação foi fundamental para o desenvolvimento e a qualidade final deste trabalho; aos membros da banca examinadora, pelo precioso tempo dispensado na leitura e entendimento deste trabalho e pela contribuição no enriquecimento do mesmo; aos professores do Programa de Engenharia Elétrica da COPPE, pela dedicação e ensinamentos que transmitiram no decorrer do curso; aos funcionários da COPPE, que sempre me auxiliaram; aos companheiros do IPqM, que acompanharam meu trabalho e sempre me incentivaram; à equipe do LabSIn (Kátia, Eduardo, Manoel e Dudu), o melhor laboratório de testes de sensores inerciais no Brasil; à minha “editora” Juliana pelo suporte na edição do texto; ao meu amigo Pedro Roquette, o meu maior incentivador; à minha esposa Daniela, simplesmente por tudo; às minhas filhas, por serem a razão de tudo na minha vida; à minha neta Anna Júlia, por torcer pelo Fluminense; aos meus pais, por serem o meu exemplo de vida.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

UTILIZAÇÃO DE UNIDADES DE MEDIDAS INERCIAIS BASEADAS EM SISTEMAS MICROELETROME CÂNICOS EM NAVEGADORES INTEGRADOS

Carlos Renato Caputo Durão

Dezembro/2009

Orientadores: Mariane Rembold Petraglia

Antonio Petraglia

Programa: Engenharia Elétrica

Hoje em dia a maioria dos sistemas de navegação obtém informações a partir de redes de satélites (GPS, GLONASS, GALILEO). Embora a exatidão de tais sistemas permita a sua utilização em qualquer aplicação onde informações de velocidade e posição são necessárias, existem aspectos que tornam estes sistemas de navegação ineficientes, como a frequente perda do sinal do satélite, a banda de passagem limitada (1s), e a indisponibilidade de informações de orientação angular (atitude).

Uma alternativa seria a utilização de sistemas de navegação inercial (SNI) de alto desempenho. Entretanto, esta alternativa é inviabilizada devido ao alto custo destes sistemas e pela regulamentação restritiva, para algumas aplicações, determinada pelos países detentores desta tecnologia.

A solução adotada para contornar tais problemas consiste na integração dos sistemas de navegação por satélites com SNI de baixo custo. As unidades de medidas inerciais (IMU) baseadas em sistemas MicroEletroMecânicos (MEMS) têm impulsionado o desenvolvimento de SNI de baixo custo. Entretanto, os sinais fornecidos pelas IMU-MEMS apresentam baixa exatidão e um alto nível de ruído, praticamente impossibilitando sua utilização em qualquer aplicação real.

O trabalho desenvolvido nesta tese propõe técnicas de caracterização dos sensores inerciais, filtragem dos componentes de ruído e modelagem dos componentes estocásticos dos *bias*, de forma a se obter novas estruturas para navegadores integrados que permitam a utilização de unidades de medidas inerciais de baixo desempenho (IMU-MEMS).

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

USING MEMS BASED INERTIAL MEASUREMENTS UNIT IN INTEGRATED
NAVIGATORS

Carlos Renato Caputo Durão

December/2009

Advisors: Mariane Rembold Petraglia

Antonio Petraglia

Department: Electrical Engineering

Nowadays most navigation systems obtain information data from satellite networks (GPS, GLONASS, GALILEO). Although the precision of those systems allows their use in any application where velocity and position information are necessary, there are some aspects that make these navigation systems inefficient: frequent lost of the satellite signal, limited passband (1s) and the lack of angular orientation information (attitude).

An alternative would be the use of high performance inertial navigation systems (INS). However, this alternative is not always feasible because of the high cost of these systems and the control laws for some applications, imposed by the countries that own this technology.

The solution of those problems consists on the integration of satellite navigation systems (GPS) with low cost INS. The inertial measurement units (IMU) based on MicroElectricalMechanical systems (MEMS) have improved the development of low cost INS. However, the IMU-MEMS measurement presents low precision and high level noise, practically turning it not applicable in any real system.

This work proposes inertial sensors characterization, noise filtering and *bias* stochastic modeling techniques, yielding new structures to integrated navigators that allow the use of low performance inertial measurements (IMU-MEMS).

Sumário

Lista de Figuras.....	xxii
Lista de Tabelas.....	xvi
Lista de símbolos.....	xviii
Lista de Abreviações.....	xxvi
1 - Introdução.....	1
1.1 - Descrição do problema.....	1
1.2 - Sensores Inerciais.....	3
1.3 - Sistemas de coordenadas.....	8
1.4 - Conceito de navegação inercial.....	10
1.5 - Parâmetros de navegação.....	12
1.6 - Objetivos.....	14
1.7 - Contribuições e organização do trabalho.....	14
2 - Caracterização da IMU-MEMS.....	17
2.1 – Introdução.....	17
2.2 - Caracterização do modelo de instrumentação dos acelerômetros MEMS.....	20
2.2.1 - Regressão linear múltipla.....	20
2.2.2 - Estimação dos parâmetros do modelo de instrumentação.....	25
2.2.3 - Validação do modelo.....	30
2.2.4 - Modelo de instrumentação completo.....	33
2.2.5 - Modelo de instrumentação reduzido.....	35
2.2.6 - Teste para comparação dos modelos.....	37
2.3 - Caracterização do modelo de instrumentação dos giroscópios MEMS.....	41
2.3.1 - Modelo de instrumentação reduzido.....	41
2.3.2 - Estimação dos parâmetros do modelo.....	42

2.3.3 - Validação do modelo.....	47
2.4 - Análise da variação dos sinais de saída da IMU-MEMS em função da temperatura.....	49
3 - Equacionamento de um SNI-IMU-MEMS.....	53
3.1 - Introdução.....	53
3.2 - Equação de velocidade.....	53
3.3 - Equação de posição.....	58
3.4 - Equação diferencial de propagação da MTC.....	59
3.5 - Equação diferencial de propagação dos ângulos de Euler.....	61
3.6 - Equacionamento da propagação de erros de um SNI-IMU-MEMS.....	64
4 - Filtragem com Transformada <i>Wavelet</i>.....	70
4.1 - Introdução.....	70
4.2 - Transformada <i>wavelet</i>	70
4.3 - Transformada <i>wavelet</i> discreta (TWD).....	73
4.4 - Transformada <i>wavelet</i> discreta inversa (TWDI).....	74
4.5 - Implementação da TWD (decomposição em múltiplos níveis).....	74
4.6 - Filtragem com transformada <i>wavelet</i>	76
4.7 - Remoção do ruído (<i>de-noising</i>) com transformada <i>wavelet</i>	79
4.8 - Seleção da <i>wavelet</i>	84
5 - Modelagem estocástica.....	86
5.1 - Introdução.....	86
5.2 - Processos de Markov.....	86
5.3 - Variância de Allan.....	89
5.4 - Modelos paramétricos.....	94
6 - Inicialização de um SNI-IMU-MEMS.....	103

6.1 - Introdução.....	103
6.2 - Alinhamento grosseiro.....	104
6.3 - Alinhamento fino.....	107
7 - Simulações e experimentos.....	116
7.1 - Introdução.....	116
7.2 - Filtro de Kalman.....	116
7.3 – Simulação do algoritmo de inicialização.....	118
7.4 - Simulações do navegador integrado SNI-IMU-MEMS/GPS.....	126
7.5 - Experimentos com o navegador integrado SNI-IMU-MEMS/GPS.....	153
8 - Conclusões e trabalhos futuros.....	168
8.1 - Conclusões.....	168
8.1.1 - Caracterização da IMU-MEMS.....	168
8.1.2 - Mecanização Aplicada a um SNI-IMU-MEMS.....	168
8.1.3 - Remoção de Ruído com TWD.....	169
8.1.4 - Modelagem paramétrica dos componentes de <i>bias</i> _instabilidade.....	169
8.1.5 - Algoritmo de inicialização de um SNI-IMU-MEMS.....	169
8.1.6 – Experimentos com o SNI-IMU-MEMS.....	170
8.2 - Propostas para Trabalhos Futuros.....	170
8.2.1 - Seleção da <i>wavelet</i> na TWD.....	170
8.2.2 - Aplicação da variância de Allan na modelagem do <i>bias</i> _instabilidade.....	171
8.2.3 - Utilização do filtro de Kalman estendido.....	171
8.2.4 - Experimento com o navegador integrado SNI-IMU-MEMS/GPS/Auxílio de Atitude.....	171
Referências bibliográficas.....	173

Lista de figuras

Figura 1.1 – Ilustração dos referenciais.....	9
Figura 1.2 – Diagrama em blocos de um SNI.....	10
Figura 1.3 – SNI com plataforma estabilizada.....	11
Figura 1.4 – SNI com plataforma solidária.....	11
Figura 1.5 – Ilustração dos parâmetros de atitude.....	13
Figura 2.1 – Simulador de movimentos do LabSIn-IPqM.....	19
Figura 2.2 – Fixação da IMU no simulador.....	26
Figura 2.3 – Medida do sinal do acelerômetro X.....	28
Figura 2.4 – Resolução dos degraus de aceleração.....	29
Figura 2.5 - Análise das barras de erro para o modelo 2.17.....	31
Figura 2.6 - Análise pontual das barras de erro para o modelo 2.17.....	32
Figura 2.7 – Perfil de acelerações.....	38
Figura 2.8 – Erro entre o perfil ideal e o obtido sem modelo de compensação.....	39
Figura 2.9 – Erro entre o perfil ideal e o obtido pelo modelo de compensação 2.21.....	39
Figura 2.10 – Erro entre o perfil ideal e o obtido pelo modelo de compensação 2.26.....	40
Figura 2.11 – Erro entre o perfil ideal e obtido pelo modelo de compensação 2.25.....	40
Figura 2.12 – Resolução dos degraus de velocidade angular do giroscópio Y.....	42
Figura 2.13 – Medida do sinal do giroscópio Y.....	45
Figura 2.14 - Análise das barras de erro para o modelo 2.25.....	47
Figura 2.15 - Análise pontual das barras de erro para o modelo 2.25.....	48
Figura 2.16 - Análise das barras de erro.....	50
Figura 2.17 – Variação da Temperatura e do Sinal de A_y	52
Figura 4.1 – Amostras de funções <i>wavelets</i>	71
Figura 4.2 – Escalonamento de uma função <i>wavelet</i>	72

Figura 4.3 – Deslocamento de uma função <i>wavelet</i>	73
Figura 4.4 – Implementação da TWD.....	74
Figura 4.5 – Decomposição do sinal $x[n]$ em múltiplos níveis.....	76
Figura 4.6 – Amostras dos sinais dos sensores inerciais tipo MEMS.....	77
Figura 4.7 – Decaimento do desvio padrão em função do LOD.....	78
Figura 4.8 – Amostras dos sinais filtrados com TWD.....	79
Figura 4.9 – Diferença entre aplicação de limiar abrupto e suave.....	81
Figura 4.10 – Sinais de aceleração e vel. angular com e sem a remoção de ruído.....	83
Figura 4.11 – Sinal de velocidade angular com e sem a remoção de ruído.....	84
Figura 4.12 – Sinal de aceleração filtrado com as <i>wavelets db1</i> e <i>db9</i>	85
Figura 5.1 – FAC de um Processo de Markov de Primeira Ordem.....	87
Figura 5.2 – Diagrama em Blocos de um Processo de MK1.....	87
Figura 5.3 – FAC dos sinais de aceleração e vel. angular dos sensores MEMS.....	88
Figura 5.4 – Curva do desvio de Allan para um processo ruído branco.....	92
Figura 5.5 – Curva da variância de Allan contendo os padrões dos principais processos estocásticos encontrados na componente de erro dos giroscópios.....	93
Figura 5.6 – Curva da variância de Allan contendo os padrões dos principais processos estocásticos encontrados na componente de erro dos acelerômetros.....	93
Figura 5.7 – Curva da variância de Allan para os <i>bias_instabilidade</i> dos sensores inerciais MEMS utilizados neste trabalho.....	94
Figura 5.8 – Diagrama em blocos da geração de um processo estocástico a partir de um ruído branco.....	95
Figura 5.9 – Curva da variância do ruído de entrada em função da ordem do modelo AR para os <i>bias_instabilidade</i> dos sensores inerciais MEMS utilizados neste trabalho.....	98

Figura 5.10 – FAC média e incerteza para os sinais de aceleração e vel. angular.....	100
Figura 5.11 – Envelope de incerteza FAC da amostra simulada do modelo AR(3).....	101
Figura 5.12 – Envelope de incerteza FAC da amostra simulada do modelo AR(4).....	101
Figura 5.13 – Envelope de incerteza FAC da amostra simulada do modelo AR(5).....	102
Figura 6.1 – Diagrama em blocos do algoritmo do alinhamento fino.....	107
Figura 7.1 – Diagrama em blocos da implementação das equações do FK.....	118
Figura 7.2 – Diagrama em blocos do algoritmo de inicialização.....	119
Figura 7.3 – Diagrama em blocos do alinhamento fino.....	120
Figura 7.4 – Propagação da estimativa e do valor nominal do <i>bias</i> (MTC).....	124
Figura 7.5 – Propagação da estimativa e do valor nominal do <i>bias</i> (MTC).....	125
Figura 7.6 – Propagação da estimativa e do valor nominal do <i>bias</i> (Euler).....	125
Figura 7.7 – Propagação da estimativa e do valor nominal do <i>bias</i> (Euler).....	126
Figura 7.8 – Implementação do navegador integrado na configuração <i>feedback</i>	128
Figura 7.9 – Gráfico da trajetória.....	132
Figura 7.10 - Diagrama em blocos da simulação do navegador integrado.....	133
Figura 7.11 – Erros em um SNI-IMU-MEMS operando isoladamente.....	133
Figura 7.12 – Propagação dos erros dos parâmetros de posição.....	134
Figura 7.13 – Propagação dos erros dos parâmetros de atitude.....	135
Figura 7.14 – Propagação dos erros dos parâmetros de posição.....	135
Figura 7.15 – Propagação dos erros dos parâmetros de atitude.....	136
Figura 7.16 – Propagação dos erros dos parâmetros de atitude.....	138
Figura 7.17 - Diagrama em blocos da simulação do navegador integrado com filtragem.....	139
Figura 7.18 - Diagrama em blocos da simulação do navegador integrado com auxílio de atitude.....	141

Figura 7.19 – Propagação da estimativa e do valor real do <i>bias</i> (A_x).....	143
Figura 7.20 – Propagação da estimativa e do valor real do <i>bias</i> (G_x).....	143
Figura 7.21 – Erros nas estimativas dos parâmetros de posição.....	144
Figura 7.22 – Erros nas estimativas dos parâmetros de atitude.....	145
Figura 7.23 – Estimativas dos componentes de <i>bias</i> _instabilidade.....	149
Figura 7.24 – Estimativas dos componentes de <i>bias</i> _instabilidade.....	153
Figura 7.25 – Gráfico da variação de latitude fornecida pela NAV420.....	154
Figura 7.26 – Gráfico da variação de longitude fornecida pela NAV420.....	155
Figura 7.27 – Gráfico da variação de altitude fornecida pela NAV420.....	155
Figura 7.28 – Gráfico da variação de latitude fornecida pelo SNI.....	157
Figura 7.29 – Gráfico da variação de longitude fornecida pelo SNI.....	157
Figura 7.30 – Gráfico da variação de altitude fornecida pelo SNI.....	158
Figura 7.31 – Gráfico da variação de latitude fornecida pelo SNI-MEMS.....	159
Figura 7.32 – Gráfico da variação de longitude fornecida pelo SNI-MEMS.....	160
Figura 7.33 – Gráfico da variação de altitude fornecida pelo SNI-MEMS.....	160
Figura 7.34 – Gráfico da variação de altitude fornecida SNI-MEMS x NAV420.....	162
Figura 7.35 – Gráfico da variação de latitude fornecida pelo GPS.....	163
Figura 7.36 – Gráfico da variação de longitude fornecida pelo GPS.....	163
Figura 7.37 – Gráfico da variação de altitude fornecida pelo GPS.....	164
Figura 7.38 – Gráfico do ângulo de roll determinado pelo SNI-MENS.....	166
Figura 7.39 – Observação local do ângulo de <i>roll</i> determinado pelo SNI-MENS.....	166
Figura 7.40 – Erro local na determinação do ângulo de <i>roll</i>	167

Lista de tabelas

Tabela 2.1 - Ângulos de referência do simulador de movimentos.....	27
Tabela 2.2 - Resultados da caracterização do modelo 2.17 para o acelerômetro X.....	30
Tabela 2.3 – Resultado do teste de aderência do modelo 2.17.....	33
Tabela 2.4 - Estimativas e incertezas associadas os parâmetros do modelo do acel. X.....	34
Tabela 2.5 - Estimativas e incertezas associadas os parâmetros do modelo do acel. Y.....	35
Tabela 2.6 – coeficiente de determinação corrigido $\Delta R_C^2(i)$	36
Tabela 2.7 - Estimativas e incertezas associadas os parâmetros do modelo do acel. X.....	37
Tabela 2.8 - Resultado do teste de aderência do modelo 2.22.....	37
Tabela 2.9 – Velocidades de referências e montagens.....	44
Tabelas 2.10 – Estimativas dos parâmetros do giroscópio X.....	46
Tabelas 2.11 – Resultado do teste χ^2	49
Tabelas 2.12 – Modelagem Térmica do Acelerômetro Y.....	50
Tabela 4.1 – Frequência de corte dos filtros FPB em função do LOD.....	82
Tabela 5.1 – Dados do gráfico da figura 5.9.....	99
Tabela 7.1 – Resultado da simulação da estimação da atitude (MTC).....	121
Tabela 7.2 – Resultado da simulação dos componentes de <i>bias_repetibilidade</i> (MTC).....	122
Tabela 7.3 – Resultado da estimação da atitude (Euler).....	123
Tabela 7.4 – Resultado da estimação dos componentes de <i>bias_repetibilidade</i> (Euler).....	123
Tabela 7.5 – Principais características dos sistemas GPS e SNI.....	127
Tabela 7.6 – Resultados da simulação sem a remoção do ruído.....	139
Tabela 7.7 – Resultados da simulação com a remoção do ruído.....	140

Tabela 7.8 – Resultados da estimação da atitude inicial.....	142
Tabela 7.9 – Resultados da estimação dos componentes de <i>bias_repetibilidade</i>	142
Tabela 7.10 – Resultado da simulação com a compensação do <i>bias_repetibilidade</i>	146
Tabela 7.11 – Resultado da simulação com a o modelo MK1.....	148
Tabela 7.12 – Resultado da simulação com a o modelo AR(4).....	152
Tabela 7.13 – Resultado do experimento com a NAV420.....	156
Tabela 7.14 – Resultado do experimento com o SNI.....	158
Tabela 7.15 – Resultado do experimento com o SNI-MEMS.....	161
Tabela 7.16 – Resultado do experimento com o GPS.....	164

Lista de símbolos

Capítulo 1

V_{ax}, V_{ay}, V_{az} : tensão fornecida pelos acelerômetros x, y e z;

k_{ax}, k_{ay}, k_{az} : fatores de escala dos acelerômetros x, y e z;

a_x, a_y, a_z : componentes da aceleração nas direções dos acelerômetros x, y e z;

a_{bx}, a_{by}, a_{bz} : *bias* dos acelerômetros x, y e z;

$\alpha_{ax}, \alpha_{ay}, \alpha_{az}, \beta_{ax}, \beta_{ay}, \beta_{az}$: desalinhamentos dos acelerômetros x, y e z;

$b_{xy}, b_{xz}, b_{yx}, b_{yz}, b_{zx}, b_{zy}$: termos cruzados dos acelerômetros x, y e z;

$b_{xx}, b_{xxx}, b_{yy}, b_{yyy}, b_{zz}, b_{zzz}$: termos de ordem superior dos acelerômetros x, y e z;

V_{gx}, V_{gy}, V_{gz} : tensão fornecida pelos giroscópios x, y e z;

k_{gx}, k_{gy}, k_{gz} : fatores de escala dos giroscópios x, y e z;

w_x, w_y, w_z : componentes da velocidade angular na direção dos giroscópios x, y e z;

a_x, a_y, a_z : componentes da aceleração na direção dos giroscópios x, y e z;

w_{bx}, w_{by}, w_{bz} : *bias* dos giroscópios x, y e z;

$\alpha_{gx}, \alpha_{gy}, \alpha_{gz}, \beta_{gx}, \beta_{gy}, \beta_{gz}$: desalinhamentos dos giroscópios x, y e z;

$m_x, m_y, m_z, q_x, q_y, q_z, u_x, u_y, u_z$: desbalanceamentos dos giroscópios x, y e z;

$n_x, n_y, n_z, v_x, v_y, v_z$: termos cruzados dos giroscópios x, y e z;

Capítulo 2

a : aceleração real;

\hat{a} : aceleração fornecida pelo acelerômetro;

k_a : fator de escala do acelerômetro;

a_b : *bias_offset* do acelerômetro;

$w_a(t)$: ruído presente no sinal do acelerômetro;

w : velocidade angular real;

\hat{w} : velocidade angular fornecida pelo giroscópio;

k_w : fator de escala do giroscópio;

w_b : *bias_offset* do giroscópio;

$w_w(t)$: ruído presente no sinal do giroscópio;

$\hat{a}(1g)$: sinal fornecido pelo acelerômetro para a componente de 1g;

$\hat{a}(0g)$: sinal fornecido pelo acelerômetro para a componente de 0g;

w_1 : velocidade angular de referência 1;

w_2 : velocidade angular de referência 2;

$\hat{w}(w_1)$: sinal fornecido pelo giroscópio para a velocidade angular de referência 1;

$\hat{w}(w_2)$: sinal fornecido pelo giroscópio para a velocidade angular de referência 2;

y_i : i-ésimo dado da variável dependente;

x_{ji} : i-ésimo dado da j-ésima variável independente;

k_i : i-ésimo parâmetro do modelo;

e_i : i-ésima componente do erro de observação;

σ_e^2 : variância do erro de observação;

σ_j^2 : variância do estimador do parâmetro k_j ;

\underline{M} : matriz de covariâncias dos estimadores;

a_x, a_y, a_z : acelerações reais;

$\hat{a}_x, \hat{a}_y, \hat{a}_z$: acelerações fornecidas pelos acelerômetros x, y e z;

k_{ax}, k_{ay}, k_{az} : fatores de escala dos acelerômetros x, y e z;

a_{bx}, a_{by}, a_{bz} : *bias_offset* dos acelerômetros x, y e z;

$w_{ax}(t), w_{ay}(t), w_{az}(t)$: ruído presente no sinal dos acelerômetros x, y e z;

σ_x : desvio padrão de uma medida;

σ_x^- : desvio padrão da média das n medidas;

y_i : dado de aceleração fornecido pelo sensor;

\hat{y}_i : estimativa de aceleração obtida pelo modelo;

σ_{y_i} : incerteza do dado de aceleração;

$\alpha_{ax}, \alpha_{ay}, \alpha_{az}, \beta_{ax}, \beta_{ay}, \beta_{az}$: desalinhamentos dos acelerômetros;

$b_{xy}, b_{xz}, b_{yx}, b_{yz}, b_{zx}, b_{zy}$: termos cruzados;

b_{xx}, b_{yy}, b_{zz} : termos de ordem superior;

w_x, w_y, w_z : velocidades angulares reais;

$\hat{w}_x, \hat{w}_y, \hat{w}_z$: velocidades angulares fornecidas pelos giroscópios x, y e z;

k_{gx}, k_{gy}, k_{gz} : fatores de escala dos giroscópios x, y e z;

w_{bx}, w_{by}, w_{bz} : *bias_offset* dos giroscópios x, y e z;

$\alpha_{gx}, \alpha_{gy}, \alpha_{gz}, \beta_{gx}, \beta_{gy}, \beta_{gz}$: desalinhamentos dos giroscópios;

$w_{gx}(t), w_{gy}(t), w_{gz}(t)$: ruído presente no sinal dos giroscópios x, y e z;

Capítulo 3

v_N : componente da velocidade na direção norte;

v_E : componente da velocidade na direção leste;

v_D : componente da velocidade na direção vertical (*down*);

w_e : velocidade angular da Terra (0.72921151e-4 rad/s);

R : raio de curvatura da Terra (6378137 m);

l : latitude;

H : altitude;

$g_N \approx 0$: componente da aceleração da gravidade na direção norte;

$g_E \approx 0$: componente da aceleração da gravidade na direção leste;

g_D : componente da aceleração da gravidade na direção vertical;

L : longitude;

$\underline{\hat{r}}^N, \underline{\hat{v}}^N, \underline{\hat{\theta}}, \underline{\hat{C}}_B^N$: o vetor posição, o vetor velocidade, o vetor *atitude* e a MTC;

$\underline{\hat{r}}^N, \underline{\hat{v}}^N, \underline{\hat{\theta}}, \underline{\hat{C}}_B^N$: as estimativas fornecidas pelo SNI;

$\underline{\delta}_r, \underline{\delta}_v, \underline{\delta}_\theta$: erros na posição, na velocidade e na *atitude*;

$(\underline{\delta}W_{IB}^B)_X$: a forma *skew-symmetric* de $\underline{\delta}W_{IB}^B$;

$\delta_{wx}, \delta_{wy}, \delta_{wz}$: erro na medida dos giroscópios X, Y e Z;

$\delta_{ax}, \delta_{ay}, \delta_{az}$: erro na medida dos acelerômetros X, Y e Z;

$\underline{\delta}_G^N = \underline{\hat{G}}^N - \underline{G}^N$;

w_y, w_z : medidas dos giroscópios Y e Z;

Capítulo 4

$\psi(t)$: wavelet original;

$\psi_{a,k}(t)$: wavelet escalonada e deslocada;

a, k : escalonamento e deslocamento da wavelet;

$X_{a,k}^C$: coeficientes da transformada wavelet contínua;

$X_{n,m}^D$: coeficientes da transformada wavelet discreta;

n, m : versões discretizadas do escalonamento e do deslocamento;

f_a : Frequência de amostragem.

Capítulo 5

$R_X(\tau)$: função de autocorrelação do processo estacionário $X(t)$;

σ^2 : variância do processo estacionário $X(t)$;

β : inverso da constante de tempo do processo de Markov de Primeira ordem;

$\sigma_A^2(\tau)$: variância de Allan;

$\sigma_A(\tau)$: desvio de Allan;

$S_X(f)$: densidade espectral de potência do processo estocástico $X(t)$;

Q_W^2 : variância do processo $W(t)$ (ruído branco);

\hat{Q}_W^2 : estimativa da variância do processo $W(t)$;

$h[n]$: resposta ao impulso de um filtro linear;

$*$: operador convolução linear.

Capítulo 6

g_d : componente vertical da aceleração da gravidade;

γ_{aux} : informação de *heading* fornecido pelo auxílio externo;

\underline{a}^B : vetor aceleração real;

$\delta a_x, \delta a_y, \delta a_z$: componentes de erro na medida dos acelerômetros X, Y e Z;

\underline{w}^B : vetor velocidade angular real;

$\delta w_x, \delta w_y, \delta w_z$: componentes de erro na medida dos giroscópios X, Y e Z;

w_{ax}, w_{ay}, w_{az} : componentes de ruído branco do erro das medidas dos acelerômetros;

$a_{b_repx}, a_{b_repy}, a_{b_repz}$: componentes de *bias_repetibilidade* dos acelerômetros;

w_{gx}, w_{gy}, w_{gz} : componentes de ruído branco do erro das medidas dos giroscópios;

$w_{b_repx}, w_{b_repy}, w_{b_repz}$: componentes de *bias_repetibilidade* dos giroscópios;

v_N, v_E, v_D : componentes da velocidade nas direções norte, leste e vertical;

$g_N \approx 0$: componente da aceleração da gravidade na direção norte;

$g_E \approx 0$: componente da aceleração da gravidade na direção leste;

\underline{C}_B^N : MTC do B-frame para o L-frame;

$\underline{\Omega}_{IB}^B$: forma *skew-simetric* do vetor \underline{w}_{IB}^B ;

$\alpha_{aux}, \beta_{aux}, \gamma_{aux}$: atitude fornecida pelo auxílio;

$\alpha_{real}, \beta_{real}, \gamma_{real}$: atitude real do veículo;

$w_\alpha(t), w_\beta(t), w_\gamma(t)$: componentes de erro da medida do auxílio;

$\delta_{ax}, \delta_{ay}, \delta_{az}$: componentes de erro na medida dos acelerômetros;

$\delta_{wx}, \delta_{wy}, \delta_{wz}$: componentes de erro na medida dos giroscópios;

$\delta_{vn}, \delta_{ve}, \delta_{vd}$: componentes do erro da velocidade nas direções norte, leste e vertical

(*down*);

δ_α : erro na determinação do ângulo de *roll*;

δ_β : erro na determinação do ângulo de *pitch*;

δ_γ : erro na determinação do ângulo de *heading*.

$\sigma_{ax}^2, \sigma_{ay}^2, \sigma_{az}^2$: variâncias do ruído no sinal dos acelerômetros x, y e z;

$\sigma_{gx}^2, \sigma_{gy}^2, \sigma_{gz}^2$: variâncias do ruído no sinal dos giroscópios x, y e z;

Capítulo 7

\underline{x}_k : o vetor de estados (nx1) no instante t_k ;

$\underline{\Phi}_k$: a matriz de transição de estados (nxn) do instante t_k para t_{k+1} ;

\underline{w}_k : o vetor de ruído branco do processo (nx1) no instante t_k ;

\underline{z}_k : o vetor de observações (mx1) no instante t_k ;

\underline{H}_k : a matriz de observações (mxn) no instante t_k ;

\underline{v}_k : o vetor de ruído branco (mx1) das observações no instante t_k ;

$\underline{\delta}_r, \underline{\delta}_v, \underline{e}$: erros na posição, na velocidade e na *atitude*;

$\underline{\delta}_a^B(t)$: vetor de erros nas medidas dos acelerômetros;

$\underline{\delta}_w^B(t)$: vetor de erros nas medidas dos giroscópios;

$\sigma_{ax}^2, \sigma_{ay}^2, \sigma_{az}^2$: variâncias dos ruídos dos acelerômetros x, y e z;

$\sigma_{wx}^2, \sigma_{wy}^2, \sigma_{wz}^2$: variâncias dos ruídos dos giroscópios x, y e z.

$\sigma_l^2, \sigma_L^2, \sigma_H^2$: as variâncias dos dados de latitude, longitude e altitude fornecidos pelo

GPS;

$\sigma_{vn}^2, \sigma_{ve}^2, \sigma_{vd}^2$: as variâncias dos componentes nas direções norte, leste e vertical da velocidade fornecida pelo GPS;

$\hat{\underline{r}}^N, \hat{\underline{v}}^N$ e $\hat{\underline{C}}_B^N$ os dados de navegação corrigidos (compensados);

σ_{head}^2 : a variância do dado de *heading* fornecido pelo GPS;

$\hat{\gamma}$: o dado de *heading* corrigido (compensado);

$\hat{\gamma}$: o dado de *heading* obtido pelo SNI;

δ_γ : a estimativa do erro em *heading* obtido pelo FK;

a_{1x}, a_{1y}, a_{1z} : parâmetros do modelo AR(1) dos acelerômetros X, Y e Z;

b_{1x}, b_{1y}, b_{1z} : parâmetros do modelo AR(1) dos giroscópios X, Y e Z,

\underline{w}_a : vetor de ruídos gerador dos erros dos acelerômetros;

\underline{w}_w : vetor de ruídos gerador dos erros dos giroscópios;

$\left. \begin{matrix} a_{1x}, a_{1y}, a_{1z}, a_{2x}, a_{2y}, a_{2z} \\ a_{3x}, a_{3y}, a_{3z}, a_{4x}, a_{4y}, a_{4z} \end{matrix} \right\}$: parâmetros do modelo AR(4) dos acelerômetros;

$\left. \begin{array}{l} b_{1x}, b_{1y}, b_{1z}, b_{2x}, b_{2y}, b_{2z} \\ b_{3x}, b_{3y}, b_{3z}, b_{4x}, b_{4y}, b_{4z} \end{array} \right\}$: parâmetros do modelo AR(4) dos giroscópios.

\underline{w}_a : vetor de ruídos gerador dos erros dos acelerômetros;

\underline{w}_w : vetor de ruídos gerador dos erros dos giroscópios;

Lista de abreviações

GPS	–	Global Positioning System
IMU	–	Inertial Measurement Unit
MEMS	–	MicroElectroMechanical System
SNI	–	Sistema de Navegação Inercial
TWC	–	Transformada Wavelet Contínua
TWD	–	Transformada Wavelet Discreta
TWDI	–	Transformada Wavelet Discreta Inversa
LOD	–	Nível de Decomposição
FAC	–	Função de autocorrelação
MK1	–	Markov de primeira ordem
PSD	–	Densidade espectral de potência
AR	–	Auto-regressivo
MA	–	Médias móveis
ARMA	–	Auto-regressivo/ médias móveis
FK	–	Filtro de Kalman
MTC	–	Matriz de transformação de coordenadas

1 - Introdução

1.1 - Descrição do problema

Navegação é definida como a determinação da posição, velocidade e orientação angular (atitude) de um veículo em relação a um sistema de coordenadas. Uma das técnicas mais básicas de navegação consiste na observação de pontos fixos ou marcos geográficos. Uma variação dessa técnica é baseada na observação das estrelas. Em sistemas de navegação por sinais de rádio como o LORAN e o OMEGA [2], a partir de transmissões recebidas de bases terrestres com localizações conhecidas, a posição e a velocidade do veículo são determinadas com exatidão. Entretanto, essa técnica tem aplicação restrita em situações em que o veículo se encontra dentro da área de cobertura das bases de transmissão. Uma solução para se contornar esse problema consiste no posicionamento das estações de transmissão no espaço. É nesse conceito que são baseados os sistemas de navegação por sinais de satélites. Atualmente há três sistemas de navegação que utilizam essa técnica: GPS (EUA), GLONASS (RUSSIA), e o GALILEO (UE), sendo que somente o primeiro se encontra completamente operacional.

O GPS foi desenvolvido a partir de 1973, sendo formado por uma constelação de vinte e quatro satélites que transmitem sinais continuamente para a Terra, fornecendo ao usuário, em qualquer lugar do globo terrestre, dados que possibilitam a obtenção de informações de posição e velocidade. Embora o GPS forneça dados de posição e velocidade com grande exatidão, o mesmo não ocorre com os dados de orientação angular. A atitude do veículo, portanto, não é fornecida diretamente, tornando-se necessária a utilização de mais de uma antena receptora e a aplicação de um algoritmo específico.

A necessidade de recepção de sinais é outro inconveniente do GPS. Além da taxa de transmissão ser relativamente baixa (entre 1 Hz e 10 Hz) o sistema é sujeito a interferências externas, intencionais ou não, que podem causar perda ou degradação das informações recebidas. Nota-se, de uma forma geral, que os componentes de erro nas informações fornecidas pelo GPS apresentam ruídos de alta frequência e são limitados em amplitude [1].

Uma alternativa ao GPS é a utilização de um Sistema de Navegação Inercial (SNI), que determina a posição, a velocidade e a atitude de um veículo a partir das medidas da aceleração linear e da velocidade angular. Tais sistemas são formados por duas unidades básicas, a saber [2]:

- Unidade de Medidas Inerciais (IMU): onde são montados os sensores inerciais, que consistem em três acelerômetros e três giroscópios. Os primeiros fornecem as medidas dos componentes da aceleração linear, enquanto que os últimos fornecem os componentes da velocidade angular;
- Unidade de Processamento: onde as medidas dos sensores inerciais são processadas. A velocidade e a posição são obtidas a partir da integração do sinal dos acelerômetros, enquanto que a integração do sinal dos giroscópios fornece a atitude do veículo.

Portanto, um SNI não precisa de informações externas para fornecer os dados de navegação na taxa de amostragem dos sinais dos sensores, algo em torno de 100 Hz. Devido ao processo de obtenção dos dados de navegação, os componentes de erro de um SNI apresentam um baixo nível de ruído, e crescem rapidamente com o tempo [1]. Um SNI de alto desempenho apresenta duas características que normalmente comprometem a sua utilização, a saber, o alto custo (maior que U\$ 300.000,00), e uma regulamentação rígida, que restringe as aplicações desses sistemas.

A utilização de SNIs de baixo custo apresenta-se como alternativa para essas restrições. As IMUs baseadas em sistemas MicroEletroMecânicos (MEMS) têm impulsionado o desenvolvimento de SNI com essa característica. Entretanto, as medidas das IMU-MEMS são corrompidas por diferentes fontes de erro. Isso faz com que as medidas dos sensores inerciais sejam de baixa exatidão, comprometendo o desempenho dos SNIs baseados nessas IMUs. Portanto, apesar do baixo custo, os SNI-IMU-MEMS não costumam ser utilizados em aplicações reais. Contudo, a integração desses SNIs com um auxílio pode fazer com que o sistema integrado apresente uma melhora significativa em seu desempenho.

As características de erro dos sistemas GPS e SNI são complementares. Portanto, é de se esperar que o desempenho do sistema integrado GPS/SNI seja melhor do que o dos sistemas operando separadamente. De forma a integrar as informações de ambos, utiliza-se o Filtro de Kalman. A partir de um dado critério de otimização, esse filtro obtém uma estimativa dos parâmetros de navegação através das medidas dos sensores inerciais, de um modelo determinístico que descreve a dinâmica dos erros de um SNI, e de um modelo que descreve o comportamento estocástico dos erros das medidas da IMU. Portanto, a qualidade das estimativas obtidas pelo Filtro de Kalman depende da exatidão das medidas fornecidas pelos sensores inerciais e do desempenho dos modelos adotados.

A integração GPS/SNI-IMU-MEMS, utilizando-se o Filtro de Kalman, pode não ser ótima, uma vez que os modelos adotados na formulação matemática do filtro não são adequados aos ruídos presentes nas medidas dos sensores inerciais MEMS [3]. Além disso, como o nível de ruído nas medidas da IMU é muito elevado, os dados fornecidos pelo SNI durante os períodos de atualização do GPS podem apresentar erros significativos [3].

1.2 – Sensores inerciais

Dentre os sensores inerciais, os acelerômetros são os que fornecem a medida da força específica que atua no veículo, que é a resultante das ações da aceleração inercial e da aceleração da gravidade. Portanto, a partir da medida da força específica e do modelo do campo gravitacional da Terra, determina-se a aceleração linear, informação que é integrada para determinação da velocidade e posição do veículo.

Os giroscópios, por sua vez, fornecem a medida da velocidade angular. Esse dado é utilizado para determinação da atitude do veículo, e para manutenção do referencial de medida das acelerações. A tecnologia de giroscópios possui três gerações. A primeira, denominada giroscópios mecânicos, tem como princípio de funcionamento as propriedades de um disco girante. Esses sensores apresentam maior exatidão, volume e custo que as demais classes, sendo utilizados principalmente em aplicações navais. A segunda geração, a dos giroscópios ópticos, tem seu funcionamento baseado nas propriedades da luz. Comparados aos giroscópios mecânicos, apresentam menor custo, volume e exatidão, sendo principalmente utilizados em aplicações aeronáuticas. A terceira geração é formada pelos sensores baseados na tecnologia MEMS, apresentando os menores custo e volume, e a pior qualidade de medida dentre todas as tecnologias.

Como qualquer sensor, os giroscópios e acelerômetros apresentam erros em suas medidas. Tais erros apresentam componentes determinísticos que precisam ser estimados e compensados, e componentes aleatórios que precisam ser modelados e filtrados. Os principais componentes de erro são: fator de escala, *bias*, desalinhamento e ruído.

O fator de escala, definido como a taxa de variação da saída em relação à entrada, é um parâmetro determinístico devendo ser estimado e compensado. Idealmente é modelado como uma constante, indicando uma relação linear entre a entrada e a saída. Na prática,

contudo, isso não é verificado, e em algumas aplicações os problemas de não linearidade, instabilidade e assimetria do fator de escala devem ser considerados.

O *bias* é o principal componente de erro de um sensor inercial. Por definição *bias* é o componente do sinal de saída que não está relacionado com a entrada à qual o sensor está submetido. Pode-se dizer que o *bias* é composto por dois componentes, ou seja:

$$bias = bias_offset + bias_drift \quad (1.1)$$

em que *bias_offset* é um componente determinístico e não variante com o tempo, e *bias_drift* apresenta um comportamento aleatório e normalmente composto por duas partes:

$$bias_drift = bias_repetibilidade + bias_instabilidade \quad (1.2)$$

O componente *bias_instabilidade* é descrito como uma variação aleatória do *bias* em baixa frequência, sendo normalmente modelado como um processo de Markov de primeira ordem [1]. O *bias_repetibilidade* é caracterizado por uma parcela do *bias* com valor constante no tempo, que é alterada sempre que o sensor é colocado em operação. Devido a essa característica, esse componente é modelado como uma constante randômica.

O desalinhamento é um erro resultante das imperfeições na montagem dos sensores, mais precisamente da não ortogonalidade dos eixos sensíveis, fazendo com que a medida de um dos sensores seja afetada pela entrada nos outros. Esse erro é um parâmetro determinístico devendo ser, dessa forma, estimado e compensado.

O ruído, por sua vez, é um sinal aditivo de alta frequência que interfere na medida do sensor, e normalmente é eliminado por um processo eficiente de filtragem.

As características de baixos custo, volume e consumo têm causado um aumento na utilização de sensores com tecnologia MEMS. Entretanto, o alto nível de ruído e a baixa exatidão das medidas limitam a sua aplicação. Em relação aos sensores inerciais, os

acelerômetros foram desenvolvidos primeiramente, sendo utilizados em várias aplicações comerciais, e considerados um dos maiores sucessos entre os microsensores construídos.

Os parâmetros que descrevem o erro dos sensores inerciais são os mesmos para qualquer tecnologia, necessitando-se, entretanto, considerar alguns aspectos. Devido ao tamanho reduzido e ao processo de fabricação, os sensores MEMS apresentam uma grande sensibilidade a variações ambientais, causando um alto nível de instabilidade e uma baixa repetibilidade do *bias*. Outra característica desses sensores é o alto nível de ruído no sinal de saída.

Os sensores inerciais são transdutores que fornecem um sinal de saída (normalmente uma tensão) proporcional à velocidade angular ou à aceleração à qual o veículo está sujeito. As equações que descrevem essa transdução são denominadas modelos de instrumentação [4], que são descritos a seguir:

. Modelo de instrumentação dos acelerômetros:

$$\begin{aligned}
 V_{ax} &= k_{ax} \left(a_x + a_{bx} + \alpha_{ax} a_y + \beta_{ax} a_z + b_{xy} a_x a_y + b_{xz} a_x a_z + b_{xx} a_x^2 + b_{xxx} a_x^3 \right) \\
 V_{ay} &= k_{ay} \left(a_y + a_{by} + \alpha_{ay} a_x + \beta_{ay} a_z + b_{yx} a_y a_x + b_{yz} a_y a_z + b_{yy} a_y^2 + b_{yyy} a_y^3 \right) \\
 V_{az} &= k_{az} \left(a_z + a_{bz} + \alpha_{az} a_x + \beta_{az} a_y + b_{zx} a_z a_x + b_{zy} a_z a_y + b_{zz} a_z^2 + b_{zzz} a_z^3 \right)
 \end{aligned}
 \tag{1.3}$$

sendo:

V_{ax}, V_{ay}, V_{az} : tensão fornecida pelos acelerômetros x, y e z;

k_{ax}, k_{ay}, k_{az} : fatores de escala dos acelerômetros x, y e z;

a_x, a_y, a_z : componentes da aceleração nas direções dos acelerômetros x, y e z;

a_{bx}, a_{by}, a_{bz} : *bias* dos acelerômetros x, y e z;

$\alpha_{ax}, \alpha_{ay}, \alpha_{az}, \beta_{ax}, \beta_{ay}, \beta_{az}$: desalinhamentos dos acelerômetros x, y e z;

$b_{xy}, b_{xz}, b_{yx}, b_{yz}, b_{zx}, b_{zy}$: termos cruzados dos acelerômetros x, y e z;

$b_{xx}, b_{xxx}, b_{yy}, b_{yyy}, b_{zz}, b_{zzz}$: termos de ordem superior dos acelerômetros x, y e z.

. Modelo de instrumentação dos giroscópios:

$$\begin{aligned} V_{gx} &= k_{gx} (w_x + w_{bx} + \alpha_{gx} w_y + \beta_{gx} w_z + m_x a_x + q_x a_y + u_x a_z + n_x a_x a_z + v_x a_y a_z) \\ V_{gy} &= k_{gy} (w_y + w_{by} + \alpha_{gy} w_x + \beta_{gy} w_z + m_y a_y + q_y a_x + u_y a_z + n_y a_y a_z + v_y a_x a_z) \\ V_{gz} &= k_{gz} (w_z + w_{bz} + \alpha_{gz} w_x + \beta_{gz} w_y + m_z a_z + q_z a_y + u_z a_x + n_z a_z a_x + v_z a_y a_x) \end{aligned} \quad (1.4)$$

sendo:

V_{gx}, V_{gy}, V_{gz} : tensão fornecida pelos giroscópios x, y e z;

k_{gx}, k_{gy}, k_{gz} : fatores de escala dos giroscópios x, y e z;

w_x, w_y, w_z : componentes da velocidade angular na direção dos giroscópios x, y e z;

a_x, a_y, a_z : componentes da aceleração na direção dos giroscópios x, y e z;

w_{bx}, w_{by}, w_{bz} : *bias* dos giroscópios x, y e z;

$\alpha_{gx}, \alpha_{gy}, \alpha_{gz}, \beta_{gx}, \beta_{gy}, \beta_{gz}$: desalinhamentos dos giroscópios x, y e z;

$m_x, m_y, m_z, q_x, q_y, q_z, u_x, u_y, u_z$: desbalanceamentos dos giroscópios x, y e z;

$n_x, n_y, n_z, v_x, v_y, v_z$: termos cruzados dos giroscópios x, y e z.

Para que as informações de velocidade angular (w_x, w_y, w_z) e aceleração (a_x, a_y, a_z) possam ser obtidas a partir das medidas dos giroscópios (V_{gx}, V_{gy}, V_{gz}) e dos acelerômetros (V_{ax}, V_{ay}, V_{az}), os parâmetros dos modelos de instrumentação devem ser

estimados. Para tanto, existem normas que descrevem esses procedimentos [5], [6] e [7]. Em geral, é obtido um número de medidas dos sensores inerciais igual ao número de parâmetros do modelo, formando um sistema de equações, cuja solução fornece as estimativas dos parâmetros do modelo.

1.3 - Sistemas de coordenadas

No desenvolvimento dos algoritmos de navegação é essencial que sejam bem estabelecidos os sistemas de coordenadas adotados, uma vez que, eventualmente, equações que são desenvolvidas em um referencial são transportadas para outro. Os principais sistemas de coordenadas são apresentados a seguir [2].

Referencial Inercial (I-Frame)

Sistema de coordenadas fixo nas estrelas.

- Origem: centro da Terra;
- Eixo Z_i coincidente com o eixo de rotação da Terra;
- Eixos Y_i e X_i completam o triedro ortogonal.

Referencial Terra / *Earth* (E-Frame)

O triedro definido pelos eixos X_e , Y_e e Z_e abaixo gira junto com a Terra.

- Origem: centro da Terra;
- Eixo X_e : intersecção entre a linha do equador e o meridiano de Greenwich;
- Eixo Z_e : direção e sentido do eixo de rotação da Terra;
- Eixo Y_e : completa o triedro pela regra da mão direita.

Referencial do Veículo / Corpo / *Body* (B-Frame)

Nesse caso o triedro é fixo e se movimenta junto com o veículo.

- Origem: centro de gravidade do veículo;
- Eixo X_b (*roll*): sentido longitudinal do veículo;

- Eixo Y_b (*pitch*): sentido transversal do veículo;
- Eixo Z_b (*yaw*): completa o triedro pela regra da mão direita, apontando para baixo.

Referencial Geográfico / Local / Navegacional (N-Frame)

É o referencial normalmente adotado para a saída de resultados, pois seus eixos fornecem valores de latitude e longitude de forma direta.

- Origem: centro de gravidade do veículo;
- Eixo Z_n (D): vertical orientado para baixo, perpendicular à superfície do elipsóide de referência;
- Eixo X_n (N): tangente ao elipsóide, apontando para o pólo norte geográfico;
- Eixo Y_n (E): tangente ao elipsóide, completando o triedro pela regra da mão direita, apontando para a direção leste.

Esses referenciais são apresentados na Figura 1.1.

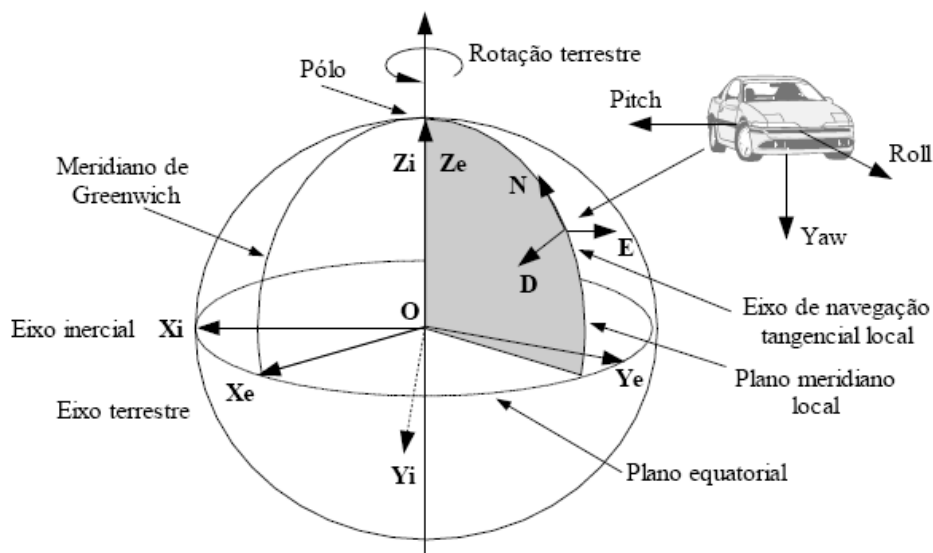


Figura 1.1 – Ilustração dos referenciais.

1.4 - Conceito de navegação inercial

Um SNI usa as medidas de sensores inerciais como forma de obter a posição e a orientação angular do veículo a cada instante. Como mencionado anteriormente, esses sensores são os giroscópios, que medem as velocidades angulares, e os acelerômetros, que medem a aceleração. A integração das velocidades angulares possibilita a obtenção da orientação do veículo em relação a um referencial desejado. As acelerações são integradas para obtenção da velocidade e da posição em relação a esse referencial. Esse procedimento está ilustrado no diagrama de blocos da Figura 1.2.

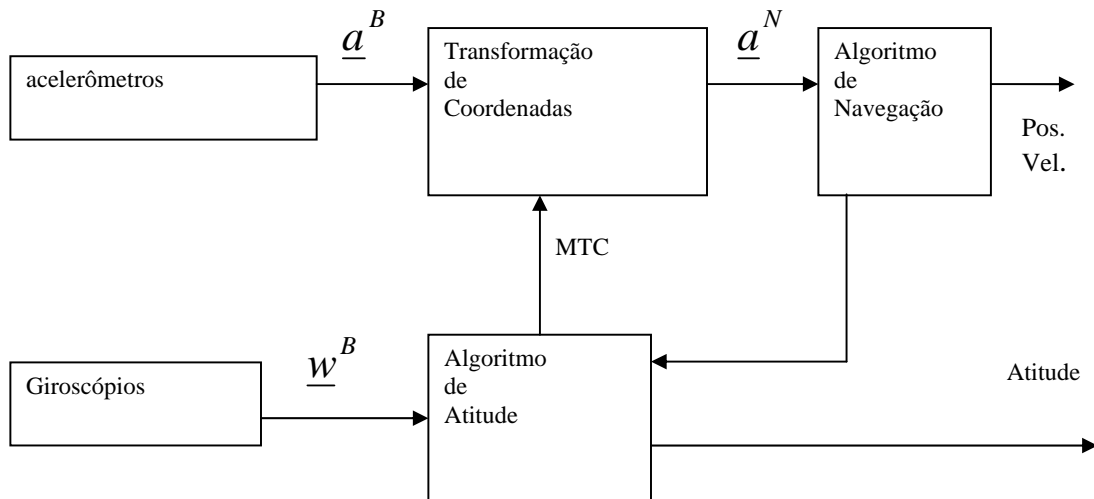


Figura 1.2 – Diagrama em blocos de um SNI.

As informações que um SNI utiliza na determinação da posição e da velocidade de um veículo são a velocidade angular e a aceleração. Tendo em vista que essas grandezas são vetoriais e os sensores inerciais utilizados são capazes de realizar medidas em apenas um eixo, um SNI é constituído por três giroscópios formando um triedro, e três acelerômetros montados da mesma forma. Denomina-se plataforma inercial o arranjo mecânico que une a IMU, onde estão os sensores inerciais, ao veículo. Basicamente, há dois tipos de configurações possíveis para um SNI: sistemas com plataforma estabilizada

(*gimballed*), a IMU é fixada ao veículo através de uma estrutura mecânica; e sistemas com plataforma solidária (*strapdown*), a IMU é fixada diretamente no veículo. Nas Figuras 1.3 e 1.4 são apresentados SNIs com plataforma estabilizada e solidária.

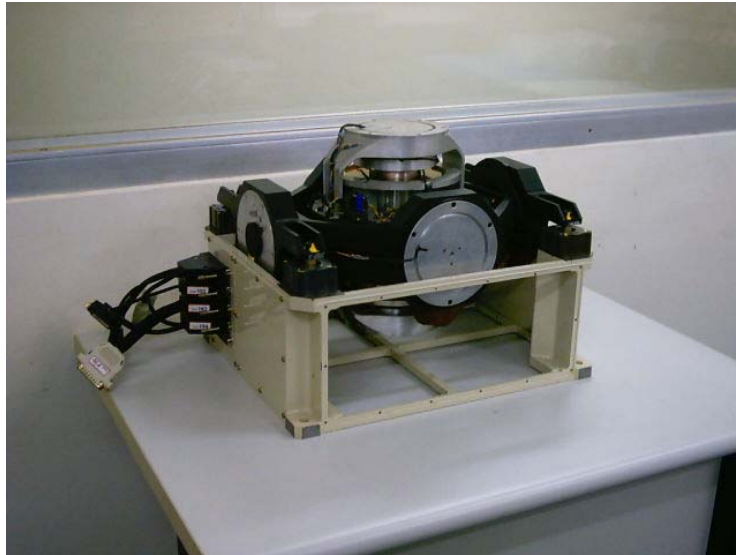


Figura 1.3 – SNI com plataforma estabilizada.



Figura 1.4 – SNI com plataforma solidária.

1.5 - Parâmetros de navegação

Os parâmetros de navegação são constituídos pelos parâmetros de posição – que definem a posição do corpo; de velocidade – que especificam o movimento do corpo; e de atitude – que especificam a orientação angular do corpo.

Parâmetros de Posição

A posição de um veículo (corpo) em relação à Terra é descrita através de três parâmetros, a saber: altitude, longitude e latitude. A altitude (H) é definida como a distância vertical acima da Terra, ao longo da perpendicular à superfície da Terra. A longitude (L) é definida como a distância angular medida no plano equatorial entre o plano que contém o eixo polar e o meridiano correspondente à posição do veículo e o que contém o eixo polar e o meridiano que passa por Greenwich, na Inglaterra. Para definir latitude, necessita-se primeiramente definir a posição de referência na superfície como a interseção com a superfície da Terra da perpendicular baixada a partir da posição real do veículo. Latitude (I) é o ângulo medido em relação ao plano equatorial a partir da posição de referência na superfície.

Parâmetros de velocidade

Os parâmetros de velocidade são, em geral, expressos em termos de componentes verticais e horizontais do movimento translacional do veículo em relação à Terra. O componente vertical da velocidade é definido como a variação temporal da altitude. O componente horizontal, por sua vez, é a projeção do vetor velocidade do corpo em relação à Terra no plano tangente à superfície da Terra na posição de referência do corpo. Esse componente, diferentemente do anterior, é expresso nas direções norte e leste.

Parâmetros de atitude

A Figura 1.5 mostra os ângulos usualmente adotados como parâmetros para definir a atitude (orientação angular) de um veículo.

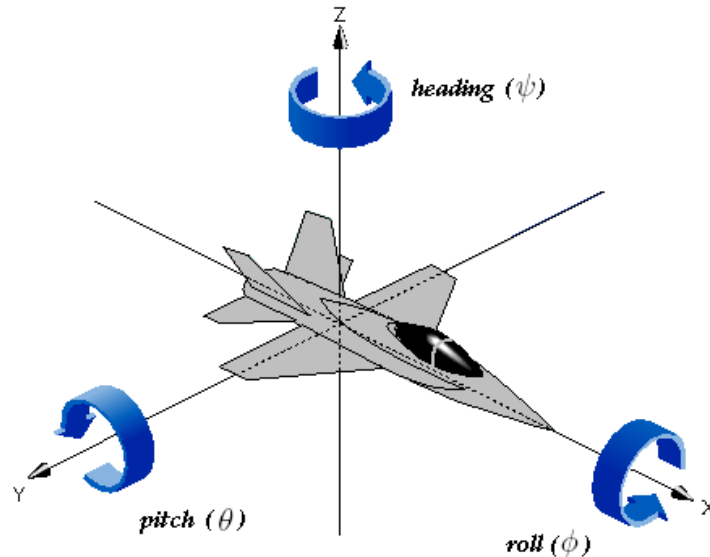


Figura 1.5 – Ilustração dos parâmetros de atitude.

Os parâmetros de atitude são:

- Ângulo de rolagem (*roll*): é o ângulo medido em torno do eixo longitudinal do veículo.
- Ângulo de inclinação (*pitch*): é definido como o ângulo medido no plano vertical (plano que contém o eixo longitudinal do corpo e que é perpendicular ao plano tangente à superfície da Terra na posição de referência do corpo) entre o eixo longitudinal do corpo e um plano que, contendo o Centro de Massa (CM) do corpo, é paralelo ao plano tangente à superfície da Terra na posição de referência do corpo.
- Ângulo de guinagem (*heading*): é o ângulo medido num plano paralelo ao plano horizontal (plano tangente à superfície da Terra na posição de referência do corpo), contendo o CM do corpo, entre uma direção de

referência e o eixo longitudinal do corpo. Se a direção de referência é o Norte Geográfico, o ângulo de guinagem recebe a denominação de ângulo de rumo.

1.6 - Objetivos

Grande parte dos trabalhos citados nas referências, como [1], [3] e [27], apresentam formas de melhorar o desempenho do navegador GPS/SNI-IMU-MEMS, durante os períodos de queda do sinal do GPS. Este trabalho tem como principal objetivo melhorar o desempenho durante o período de navegação integrada. As abordagens propostas são:

- melhorar a caracterização dos modelos de instrumentação dos sensores inerciais;
- desenvolver um equacionamento matemático adequado para um SNI-IMU-MEMS e, conseqüentemente, para o sistema integrado GPS/SNI-IMU-MEMS;
- desenvolver um algoritmo de inicialização que seja capaz de determinar a atitude inicial e os componentes de *bias*_repetibilidade dos sensores MEMS, permitindo assim uma compensação mais eficiente desses componentes;
- melhorar a caracterização do componente estocástico da medida dos sensores inerciais (*bias*_instabilidade);
- incorporar a estimação dos componentes de *bias*_instabilidade dos sensores no algoritmo de filtragem ótima.

1.7 - Contribuições e organização do trabalho

O Capítulo 2 é dedicado à caracterização da IMU-MEMS. Mais precisamente, é apresentada uma proposta para caracterização e validação dos modelos de instrumentação adotados para os sensores inerciais. Nesse capítulo, além das citadas no texto, as referências [19] a [29] também foram consultadas. Como contribuições associadas a esse capítulo podem ser destacadas:

- a utilização de um método de estimação que permite a validação dos modelos;
- a proposta de dois modelos (completo e reduzido) para o acelerômetro, modelos estes que foram validados pelo procedimento de caracterização;
- a proposta e validação de um modelo para o giroscópio.

No Capítulo 3 é desenvolvida uma mecanização (equacionamento) adequada para um SNI-IMU-MEMS. A partir de uma análise das equações de navegação de um SNI [2], são desenvolvidas as equações diferenciais de velocidade, posição e atitude levando-se em consideração as resoluções dos sensores inerciais. Com base neste equacionamento, também são obtidos os modelos de propagação do erro para os parâmetros de navegação (posição, velocidade e atitude).

No Capítulo 4 é apresentada a decomposição em múltiplos níveis com transformada *wavelet* como técnica para efetuar a filtragem e a remoção da componente de ruído do sinal dos sensores inerciais. São apresentadas as transformadas *wavelet* contínua (TWC) e discreta (TWD), e a transformada *wavelet* discreta inversa (TWDI). O conceito de decomposição em múltiplos níveis é introduzido, ilustrando a aplicação da TWD na filtragem de sinais discretos. O método proposto é aplicado em dados reais, e os resultados mostram a eficiência das técnicas de filtragem e remoção de ruído. No desenvolvimento desse capítulo, além das citadas no texto, as referências [37], [38] e [39] também foram consultadas.

O Capítulo 5 é dedicado à modelagem estocástica. São descritos os dois procedimentos normalmente utilizados para a caracterização dos componentes de *bias*_instabilidade dos sensores inerciais: a análise da curva da variância de Allan e a aproximação por processos de Markov de primeira ordem. Também são apresentados os problemas associados à aplicação destas metodologias aos sensores tipo MEMS. A

utilização de modelos paramétricos AR é sugerida como alternativa para caracterização do componente estocástico do erro destes sensores. É ilustrado um problema no método de seleção do modelo AR apresentado em [1], e desenvolvido um método alternativo para seleção do modelo. Este procedimento foi aplicado nos sensores adotados neste trabalho (IMU400CD [17]), e os resultados obtidos são apresentados. Além das citadas no texto, as referências [43], [44], [45] e [50] também foram consultadas nesse capítulo.

No Capítulo 6 é desenvolvido um algoritmo de inicialização para um SNI-IMU-MEMS. São obtidos os equacionamentos para as fases de alinhamento grosseiro e alinhamento fino, levando-se em consideração a capacidade de resolução dos sensores inerciais. Também é apresentada uma proposta para estimação dos componentes de *bias*_repetibilidade dos sensores inerciais durante a inicialização do SNI. Nesse capítulo, além das citadas no texto, as referências [53] a [58] também foram consultadas.

No Capítulo 7 são descritos o equacionamento do Filtro de Kalman, e a formulação dos navegadores integrados (SNI e auxílios). São também apresentados os resultados das simulações e dos experimentos obtidos utilizando-se os algoritmos (inicialização e navegação) desenvolvidos nesse trabalho. No desenvolvimento deste capítulo foram consultadas as referências [59] a [87].

No Capítulo 8 são apresentadas as conclusões e as propostas para trabalhos futuros.

2 - Caracterização da IMU-MEMS

2.1 - Introdução

Um dos principais problemas associado às IMU-MEMS é a baixa exatidão das medidas dos sensores inerciais [3]. A solução proposta para resolver, ou pelo menos minimizar, esse problema consiste em uma caracterização eficiente dos modelos de instrumentação. Estes modelos descrevem a relação entre o dado fornecido pela IMU e a grandeza real (velocidade angular ou aceleração). Os modelos dos giroscópios e acelerômetros MEMS são geralmente representados apenas pelos parâmetros *bias* e fator de escala ([9], [10], [11] e [12]), sendo descritos pelas equações:

$$\hat{a} = k_a a + a_b + w_a(t) \quad (2.1)$$

$$\hat{w} = k_w w + a_w + w_w(t) \quad (2.2)$$

sendo:

a : aceleração real;

\hat{a} : aceleração fornecida pelo acelerômetro;

k_a : fator de escala do acelerômetro;

a_b : *bias_offset* do acelerômetro;

$w_a(t)$: ruído presente no sinal do acelerômetro;

w : velocidade angular real;

\hat{w} : velocidade angular fornecida pelo giroscópio;

k_w : fator de escala do giroscópio;

a_w : *bias_offset* do giroscópio;

$w_w(t)$: ruído presente no sinal do giroscópio.

Para a caracterização desses modelos, ou seja, a determinação de estimativas para os parâmetros *bias* e fator de escala, procedimentos de testes relativamente simples estão descritos nas referências bibliográficas anteriormente citadas.

Na calibração dos acelerômetros, a aceleração da gravidade é usada como padrão de referência. Os acelerômetros são posicionados de forma a medir dois componentes dessa aceleração (1g e 0g), formando, segundo (2.1), o sistema de equações:

$$\begin{cases} \hat{a}(1g) = k_a g + a_b \\ \hat{a}(0g) = k_a 0 + a_b \end{cases} \quad (2.3)$$

sendo:

$\hat{a}(1g)$: sinal fornecido pelo acelerômetro para a componente de 1g;

$\hat{a}(0g)$: sinal fornecido pelo acelerômetro para a componente de 0g.

Para calibração de giroscópios, é comum a utilização da velocidade de rotação da Terra (0,004 graus/s) como padrão de referência. Entretanto, os giroscópios do tipo MEMS possuem uma incerteza da medida tão grande (0,3 graus/s), que os torna incapazes de medir essa velocidade. Portanto, para gerar as velocidades angulares de referência para a caracterização dos giroscópios é utilizado um simulador de movimentos, como ilustrado na Figura 2.1.

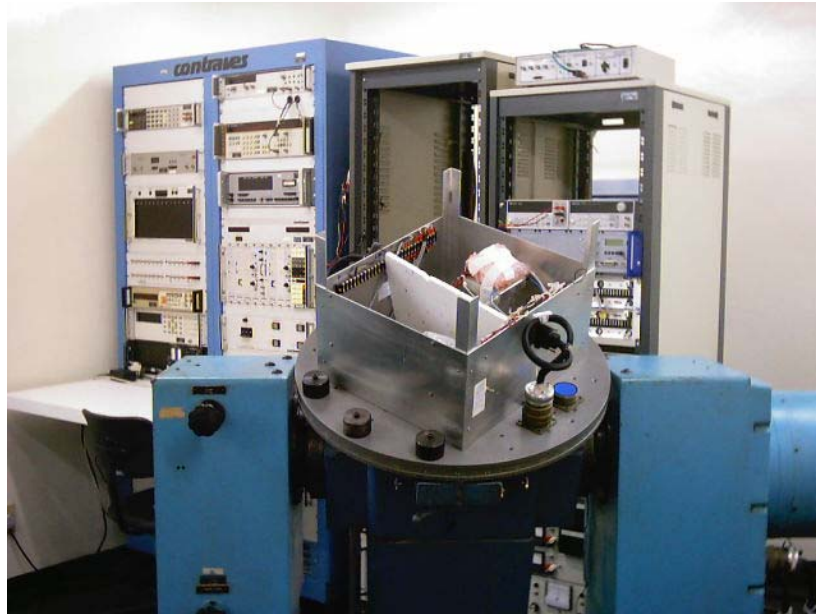


Figura 2.1 – Simulador de movimentos do LabSIn-IPqM.

Este simulador é capaz de submeter o giroscópio a uma faixa adequada de velocidades angulares [13]. A partir do modelo descrito por (2.2), é obtido o sistema:

$$\begin{cases} \hat{w}(w_1) = k_w w_1 + a_w \\ \hat{w}(w_2) = k_w w_2 + a_w \end{cases} \quad (2.4)$$

sendo:

w_1 : velocidade angular de referência 1;

w_2 : velocidade angular de referência 2;

$\hat{w}(w_1)$: sinal fornecido pelo giroscópio para a velocidade angular de referência 1;

$\hat{w}(w_2)$: sinal fornecido pelo giroscópio para a velocidade angular de referência 2.

A partir da solução dos sistemas (2.3) e (2.4), são obtidas as estimativas dos parâmetros dos modelos de instrumentação dos giroscópios e acelerômetros. Os problemas associados a essa metodologia são:

- não é possível realizar inferências a respeito das estimativas dos parâmetros;
- não é possível verificar a validade dos modelos;
- não é possível obter uma estimativa do erro na aplicação do modelo.

A metodologia proposta para caracterização dos modelos de instrumentação dos sensores inerciais é baseada na regressão linear múltipla, que além de determinar estimativas eficientes e não tendenciosas dos parâmetros, permite a realização de inferências, para validação e estimação do erro na aplicação dos modelos [4].

2.2 - Caracterização do modelo de instrumentação dos acelerômetros MEMS

2.2.1 - Regressão linear múltipla

Sejam dadas as amostras Y, X_1, X_2, \dots, X_k , cada uma contendo n dados ($n > k$). Assume-se que as amostras sejam relacionadas, e que a relação entre elas possa ser descrita pela equação:

$$y_i = k_0 + k_1 \cdot x_{1i} + k_2 \cdot x_{2i} + \dots + k_k \cdot x_{ki} + e_i \quad (2.5)$$

sendo:

y_i : i-ésimo dado da variável dependente;

x_{ji} : i-ésimo dado da j-ésima variável independente;

k_i : i-ésimo parâmetro do modelo;

e_i : i-ésima componente do erro de observação.

Para completar o modelo são acrescentadas as seguintes hipóteses:

1. As variáveis independentes não têm incertezas (não são sujeitas a erros).
2. O termo de erro tem valor esperado igual à zero.
3. O termo de erro tem variância constante.
4. O termo de erro tem distribuição normal.

5. Os erros em observações diferentes são estatisticamente independentes.

O modelo acima descrito é denominado Modelo de Regressão Linear Múltipla, sendo a equação de regressão dada por:

$$\underline{Y} = \underline{X} \underline{K} + \underline{E} \quad (2.6)$$

onde:

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}; \underline{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & \cdots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix}; \underline{K} = \begin{bmatrix} k_0 \\ k_1 \\ \vdots \\ k_k \end{bmatrix}; \underline{E} = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix}$$

Deseja-se determinar os parâmetros que fazem com que as amostras melhor se ajustem à equação. Para se determinar o melhor ajuste é aplicado o princípio da máxima probabilidade e o critério dos mínimos quadrados para se obter os estimadores dos parâmetros do modelo. As expressões dos estimadores são dadas por [14]:

$$\hat{\underline{K}} = (\underline{X}^T \underline{X})^{-1} \underline{X}^T \underline{Y} \quad (2.7)$$

sendo:

$$\hat{\underline{K}} = \begin{bmatrix} \hat{k}_0 \\ \hat{k}_1 \\ \vdots \\ \hat{k}_k \end{bmatrix} : \text{o vetor que contém as estimativas dos parâmetros do modelo.}$$

Uma característica importante desse estimador é que, segundo o Teorema de Gauss-Markov, $\hat{\underline{K}}$ é o melhor estimador linear não tendencioso para \underline{K} [14]. Para que possam ser realizadas inferências com o modelo obtido, são necessárias as variâncias desses estimadores. Estas são dadas por [14]:

$$\sigma_j^2 = \underline{M}(i, i), i = 1, 2, \dots, k + 1, j = i - 1 \quad (2.8)$$

onde:

$$\underline{M} = \sigma_e^2 (\underline{X}^T \underline{X})^{-1} \quad (2.9)$$

sendo:

σ_e^2 : variância do erro de observação;

σ_j^2 : variância do estimador do parâmetro k_j ;

\underline{M} : matriz de covariâncias dos estimadores.

A variância do erro de observação não é conhecida, portanto deve ser estimada. Um estimador não tendencioso para σ_e^2 é dado por [14]:

$$s_e^2 = \frac{1}{n - (k + 1)} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (2.10)$$

onde:

$$\hat{y}_i = \hat{k}_0 + \hat{k}_1 x_{1i} + \hat{k}_2 x_{2i} + \dots + \hat{k}_k x_{ki} \quad (2.11)$$

Uma vez obtidas as estimativas dos parâmetros do modelo, deseja-se verificar a aderência das amostras de dados ao modelo, ou seja, é necessário aplicar um teste de significância ao modelo obtido. Uma primeira análise que pode ser feita é a da variância. Presume-se que uma equação de regressão corretamente ajustada é capaz de justificar uma grande proporção da variação de Y. Para a análise da variância, definem-se os seguintes termos:

$$\text{Variação total de Y: SQT} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 .$$

$$\text{Variação explicada de Y: SQE} = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 .$$

Varição residual de Y: $SQR = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$.

sendo $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$.

Pode-se mostrar que [14]:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (2.12)$$

Normalizando a equação (2.12), obtém-se o coeficiente de determinação:

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.13)$$

De (2.13) pode-se verificar que R^2 é uma estatística descritiva, que indica a proporção da variação total de Y explicada pelo modelo de regressão. Valores de R^2 próximos de 1 sugerem um bom ajuste (ou seja, baixa variação residual de Y), enquanto que valores de R^2 próximos de 0 indicam que a variação residual de Y é bem maior que a variação explicada, indicando que o ajuste do modelo não é adequado.

Um problema na utilização de R^2 como medida da qualidade do ajuste é que não é considerado o número de variáveis independentes [15]. Para contornar esse problema é definido o coeficiente de determinação corrigido R_C^2 [15]:

$$R_C^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k} \quad (2.14)$$

Para uma análise mais consistente do modelo de regressão, é interessante a obtenção de uma medida de quanto cada variável independente contribui na explicação da variação de Y. Esta medida pode ser obtida da seguinte forma [15]:

- 1- Retira-se a i-ésima variável independente da equação de regressão.
- 2- Estimam-se os parâmetros da equação reduzida.
- 3- Determina-se o coeficiente de determinação corrigido para o modelo reduzido $R_C^2(i)$.
- 4- Calcula-se a contribuição da i-ésima variável independente por:

$$\Delta R^2(i) = R_C^2 - R_C^2(i) \quad (2.15)$$

Quanto maior o valor de $\Delta R_C^2(i)$, maior será a contribuição da i-ésima variável independente na explicação da variação de Y.

O coeficiente de determinação R^2 é uma estatística qualitativa, portanto não tem a capacidade de quantificar a aderência do modelo aos dados. Para esse fim é adotado o Teste do Qui-quadrado (χ^2), baseado na estatística [16]:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sigma_i^2} \quad (2.16)$$

sendo σ_i o desvio padrão do dado y_i .

Esta é uma medida de espalhamento dos dados experimentais em relação às estimativas obtidas pelo modelo. A estatística χ^2 possui a distribuição Qui-Quadrado com (n-k) graus de liberdade, sendo sua função densidade de probabilidade e valor esperado dados, respectivamente, por [16]:

$$f_L(\chi^2) = \frac{1}{2\Gamma\left(\frac{L}{2}\right)} \left(\frac{\chi^2}{2}\right)^{\frac{L}{2}-1} e^{-\frac{\chi^2}{2}}$$

$$E[\chi^2] = L = n - k$$

Uma análise qualitativa pode ser feita diretamente a partir do valor obtido para χ^2 . Se χ^2 é aproximadamente igual a (n-k), então ocorreu um evento muito provável. Nesse caso, pode-se julgar o ajuste do modelo aos dados como sendo adequado. Por outro lado, se χ^2 for muito diferente de (n-k), então ou ocorreu um evento muito pouco provável ou o modelo não é aplicável aos dados.

Para se quantificar o teste, determina-se um valor crítico para a estatística de teste (χ_c^2). Este valor é obtido estabelecendo-se uma probabilidade (em geral igual a 0,05 [16]) para ocorrência de valores abaixo do valor crítico. Se o valor obtido de χ^2 for menor que o valor crítico, considera-se que o ajuste não é adequado.

2.2.2 - Estimação dos parâmetros do modelo de instrumentação

A unidade de medidas inerciais caracterizada nesse trabalho é a IMU400CD da Crossbow [17]. Esta IMU é composta por três giros e três acelerômetros MEMS. Portanto, a partir de (2.1), tem-se o modelo de instrumentação para as três componentes da aceleração:

$$\begin{aligned}\hat{a}_x &= k_{ax} a_x + a_{bx} + w_{ax}(t) \\ \hat{a}_y &= k_{ay} a_y + a_{by} + w_{ay}(t) \\ \hat{a}_z &= k_{az} a_z + a_{bz} + w_{az}(t)\end{aligned}\tag{2.17}$$

sendo:

a_x, a_y, a_z : acelerações reais;

$\hat{a}_x, \hat{a}_y, \hat{a}_z$: acelerações fornecidas pelos acelerômetros x, y e z;

k_{ax}, k_{ay}, k_{az} : fatores de escala dos acelerômetros x, y e z;

a_{bx}, a_{by}, a_{bz} : *bias_offset* dos acelerômetros x, y e z;

$w_{ax}(t), w_{ay}(t), w_{az}(t)$: ruído presente no sinal dos acelerômetros x, y e z.

Para a estimação dos parâmetros dos modelos, é aplicada a regressão linear. Como mencionado anteriormente, a aceleração da gravidade (g) é utilizada como entrada de referência para o método de estimação. A IMU é fixada em um simulador de movimentos de dois eixos [13], permitindo que seja posicionada de tal forma que os acelerômetros sejam submetidos a doze diferentes componentes da aceleração da gravidade. A Figura 2.2 ilustra essa montagem.

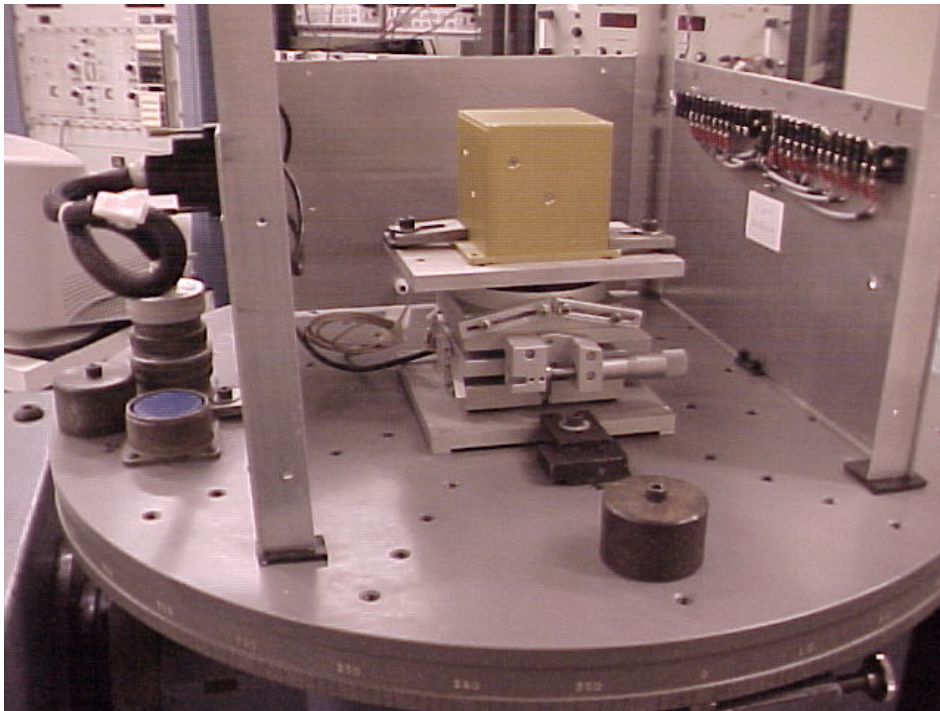


Figura 2.2 – Fixação da IMU no simulador.

A Tabela 2.1 apresenta os ângulos de referência do simulador para cada uma das posições.

Tabela 2.1 - Ângulos de referência do simulador de movimentos.

Posição	Eixo 1 do simulador (α) [graus]	Eixo 2 do simulador (β) [graus]
1	0	0
2	30	20
3	60	40
4	90	60
5	120	80
6	150	100
7	180	120
8	210	140
9	240	160
10	270	180
11	300	200
12	330	220

Para cada uma das posições, os componentes da aceleração da gravidade nos eixos dos acelerômetros são dados por [4]:

$$\begin{aligned}a_x &= -g \operatorname{sen}(\alpha) \cos(\beta) \\a_y &= -g \operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{sen}(\beta) \\a_z &= g \cos(\alpha)\end{aligned}\tag{2.18}$$

Antes da estimação dos parâmetros do modelo de instrumentação, é necessária a análise do componente de ruído das medidas dos acelerômetros. Esta análise é obtida a partir de um teste de estabilidade. Nesse teste, a IMU é colocada em repouso e são realizadas medidas dos sinais dos sensores durante um determinado intervalo de tempo. Na Figura 2.3 é apresentada a medida do sinal do acelerômetro X.

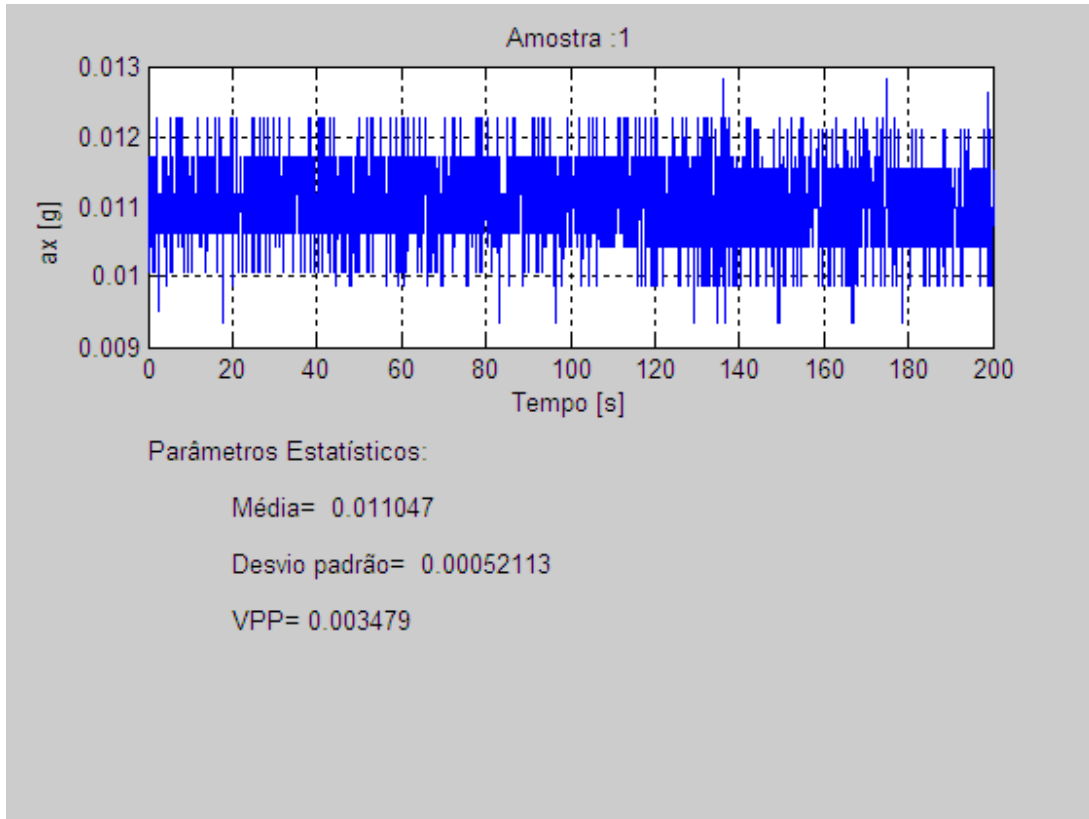


Figura 2.3 – Medida do sinal do acelerômetro X.

O ruído do acelerômetro X apresenta uma intensidade da ordem de $500 \mu g$. Resultados semelhantes foram obtidos para os acelerômetros Y e Z. Para diminuir essa incerteza nos dados fornecidos pelo sensor, para cada uma das posições são realizadas n medidas, e a média dessas medidas é adotada como a informação fornecida pelos acelerômetros. Teoricamente, quanto maior o número de medidas, menor a incerteza da média. Para ser mais exato:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \quad (2.19)$$

sendo:

σ_x : desvio padrão de uma medida;

σ_x : desvio padrão da média das n medidas.

Entretanto, existe um limite inferior para a incerteza da média, que nesse caso é dado pela resolução do sensor. Para determinação da resolução, o acelerômetro é submetido a uma série de degraus de aceleração com amplitudes variando de $1000 \mu g$ a $100 \mu g$. A Figura 2.4 apresenta os resultados para as amplitudes de $600 \mu g$, $300 \mu g$ e $100 \mu g$ (aplicação do degrau em $n=300$).

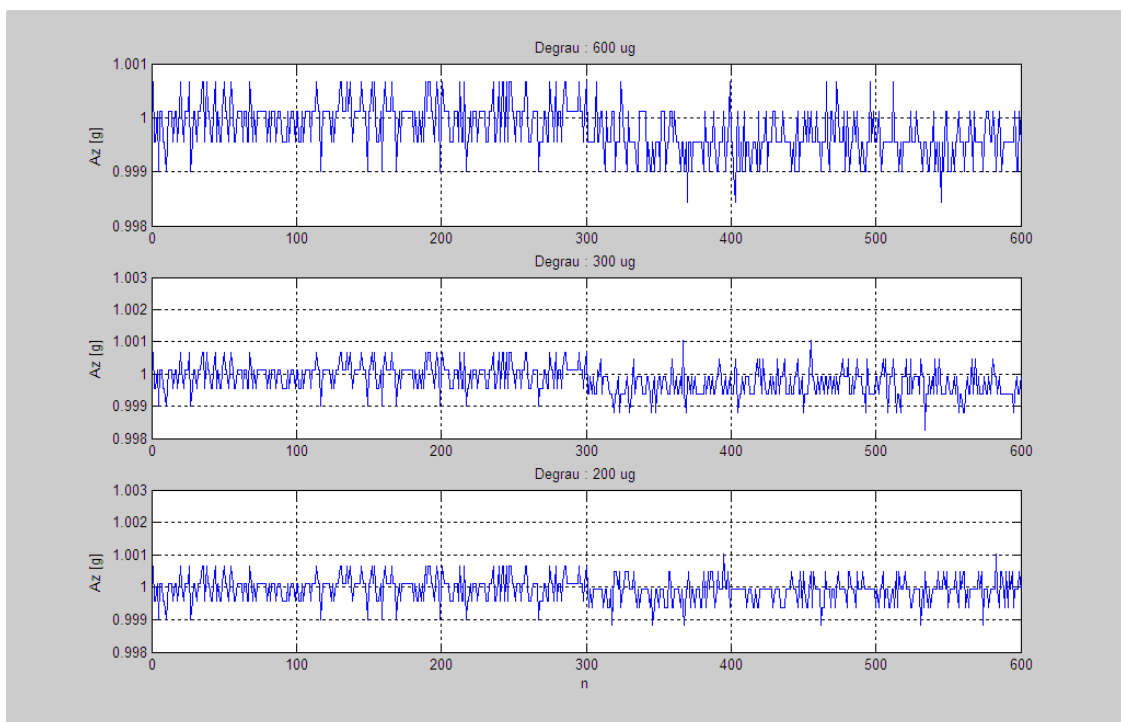


Figura 2.4 – Resolução dos degraus de aceleração.

Com base nos gráficos da Figura 2.4 é verificado que o acelerômetro não é capaz de resolver um degrau de aceleração com amplitude inferior a $300 \mu g$. Portanto, esse valor é adotado como a resolução do sensor. Resultados semelhantes foram obtidos com os acelerômetros X e Y.

Com os valores da resolução e da incerteza das medidas do sensor, é possível determinar o número de amostras que minimiza a incerteza da média das medidas:

$$n = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2} \approx 4 \quad (2.20)$$

Como resultados da caracterização dos sensores, são fornecidas as estimativas e as incertezas associadas a cada parâmetro dos modelos. Na Tabela 2.2 são apresentados os resultados da caracterização do modelo do acelerômetro X.

Tabela 2.2 - Resultados da caracterização do modelo 2.17 para o acelerômetro X.

MODELO ACELEROMETRO :Ax			
$ax_{est} = k.ax + bias$			
parametro	estimativa	incerteza	unidade
k	0.99812	0.00032462	-
bias	-0.011061	0.00013813	g

2.2.3 - Validação do modelo

Uma vez obtidas as estimativas dos parâmetros, deve ser verificada a aderência do modelo às amostras. Uma primeira análise é feita a partir da observação das barras de erro. Por hipótese, para aplicação do modelo de regressão linear, é assumido que os dados de aceleração apresentam uma distribuição normal, ou seja:

$$y_i = N(\hat{y}_i, \sigma_{y_i})$$

sendo:

y_i : dado de aceleração fornecido pelo sensor;

\hat{y}_i : estimativa de aceleração obtida pelo modelo;

σ_{y_i} : incerteza do dado de aceleração.

Portanto, é de se esperar que cada um dos dados y_i tenha probabilidade de 98% de pertencer ao intervalo $[\hat{y}_i - 2\sigma_{y_i}, \hat{y}_i + 2\sigma_{y_i}]$. Se um dos dados não estiver dentro desse intervalo, então ou ocorreu um evento muito pouco provável, ou o modelo não se ajusta aos dados. A Figura 2.5 mostra os dados e suas respectivas barras de erro para o acelerômetro X.

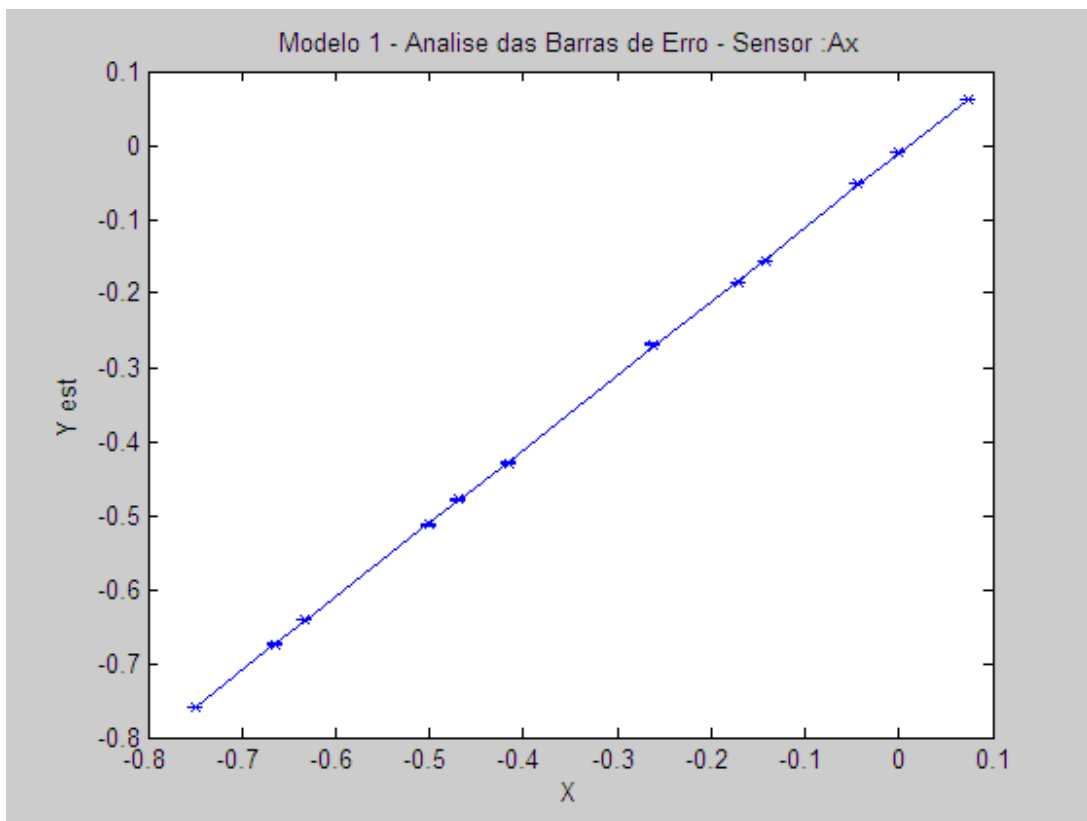


Figura 2.5 - Análise das barras de erro para o modelo 2.17.

Nessa Figura não é possível uma observação clara das barras de erro. Isto se deve ao fato das incertezas dos dados ($300 \mu g$) serem pequenas em relação à faixa de medidas (1 g). Portanto é realizada uma observação pontual da barra de erros. Isto é apresentado na Figura 2.6.

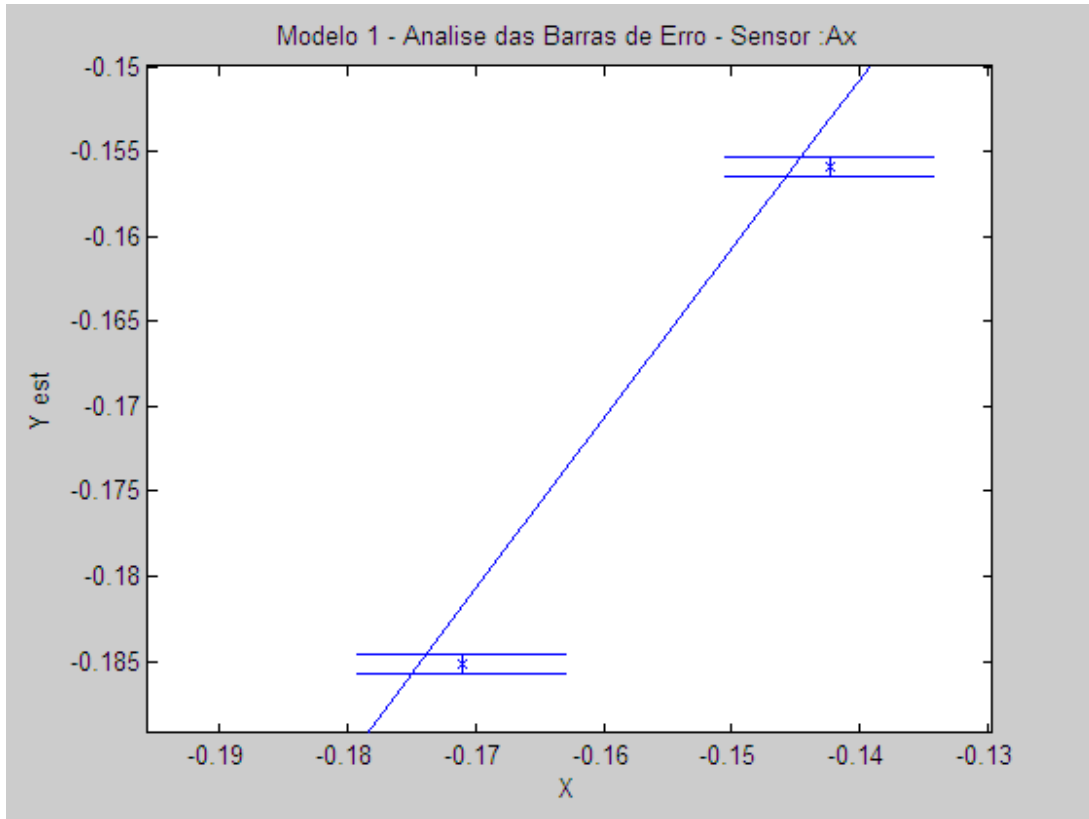


Figura 2.6 - Análise pontual das barras de erro para o modelo 2.17.

É facilmente observado que não há interseção entre o intervalo de $\pm 2\sigma_{y_i}$ para o dado y_i e a reta obtida pelo modelo. Isto ocorre com vários dados e para todos os acelerômetros, indicando que o modelo descrito por (2.17) não apresenta uma boa aderência com as amostras de dados. Para comprovar a não aderência do modelo, é aplicado o teste de hipóteses χ^2 . O resultado do teste para o acelerômetro X é apresentado na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 – Resultado do teste de aderência do modelo 2.17.

TESTE DE SIGNIFICANCIA DO MODELO 1 (5%)	
Sensor :Ax	
Valor Critico:	18.307
Graus de Liberdade:	10
Estatística de Teste:	817.6323
Resultado: A Hipotese do Modelo se Ajustar aos Dados E REJEITADA	

O mesmo teste foi aplicado aos outros acelerômetros (Y e Z), sendo obtidos resultados semelhantes, indicando que o modelo dado por (2.17) não se aplica aos acelerômetros em análise.

2.2.4 - Modelo de instrumentação completo

Como não houve aderência entre as amostras de dados e o modelo de instrumentação descrito apenas pelos parâmetros *bias* e fator de escala, é analisado a aplicação de um modelo mais adequado. O modelo de instrumentação descrito pela equação (1.3) é aplicado quando o sinal de saída do acelerômetro é uma tensão. No caso em estudo, o sinal de saída é uma palavra digital. Portanto, esse modelo é ligeiramente modificado, sendo então descrito pela equação:

$$\begin{aligned}
 \hat{a}_x &= k_{ax} a_x + a_{bx} + \alpha_{ax} a_y + \beta_{ax} a_z + b_{xy} a_x a_y + b_{xz} a_x a_z + b_{xx} a_x^2 + w_{ax}(t) \\
 \hat{a}_y &= k_{ay} a_y + a_{by} + \alpha_{ay} a_x + \beta_{ay} a_z + b_{yx} a_y a_x + b_{yz} a_y a_z + b_{yy} a_y^2 + w_{ay}(t) \\
 \hat{a}_z &= k_{az} a_z + a_{bz} + \alpha_{az} a_x + \beta_{az} a_y + b_{zx} a_z a_x + b_{zy} a_z a_y + b_{zz} a_z^2 + w_{az}(t)
 \end{aligned}
 \tag{2.21}$$

onde:

$$\alpha_{ax}, \alpha_{ay}, \alpha_{az}, \beta_{ax}, \beta_{ay}, \beta_{az} : \text{desalinhamentos dos acelerômetros;}$$

$b_{xy}, b_{xz}, b_{yx}, b_{yz}, b_{zx}, b_{zy}$: termos cruzados;

b_{xx}, b_{yy}, b_{zz} : termos de ordem superior.

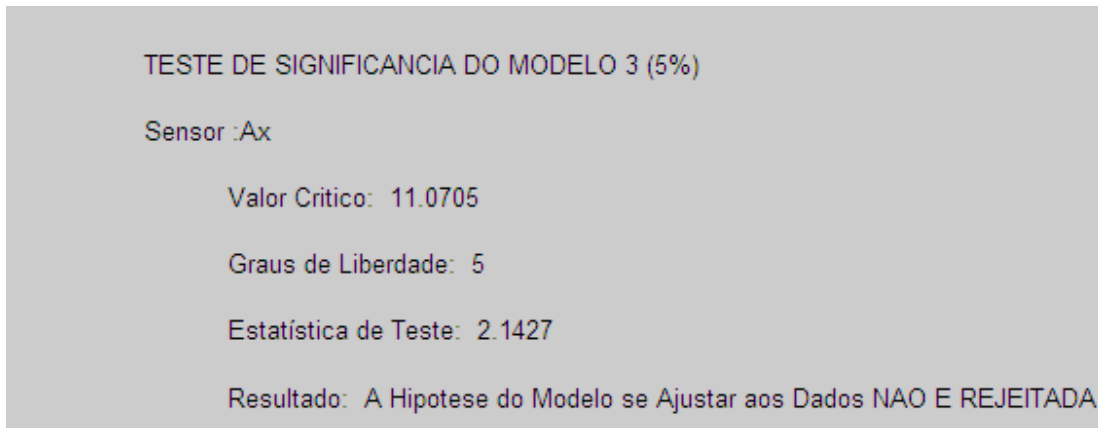
Para estimação dos parâmetros é utilizada a regressão linear múltipla com as mesmas entradas de referência. O resultado da caracterização do acelerômetro X é apresentado na Tabela 2.4.

Tabela 2.4 - Estimativas e incertezas associadas aos parâmetros do modelo do acel. X.

MODELO ACELEROMETRO :Ax			
$ax_{est} = k \cdot ax + bias + alfa \cdot ay + beta \cdot az + bee \cdot ax \cdot ax + bep \cdot ax \cdot ay + ber \cdot ax \cdot az$			
parametro	estimativa	incerteza	unidade
k	0.99572	0.0011651	-
bias	-0.0089969	0.0001938	g
alfa	0.0062344	0.00040929	rad
beta	0.00016891	0.00017796	rad
bee	-0.0015532	0.0015757	1/g
bep	-0.00015604	0.0012964	1/g
ber	0.00095212	0.00050104	1/g

A partir das estimativas obtidas, é aplicado o teste do χ^2 para verificação da aderência do modelo. O resultado do teste para o modelo do acelerômetro X é apresentado na Tabela 2.7.

Tabela 2.5 – Resultado do teste de aderência do modelo 2.21.



TESTE DE SIGNIFICANCIA DO MODELO 3 (5%)

Sensor :Ax

Valor Critico: 11.0705

Graus de Liberdade: 5

Estatística de Teste: 2.1427

Resultado: A Hipotese do Modelo se Ajustar aos Dados NAO E REJEITADA

Resultados semelhantes foram obtidos para os acelerômetros Y e Z, indicando que o modelo descrito por (2.21) pode ser adotado como modelo de instrumentação para esses sensores.

2.2.5 - Modelo de instrumentação reduzido

Apesar do modelo descrito por (2.21) apresentar aderência aos dados, alguns dos parâmetros desse modelo estão associados a grandezas como desbalanceamentos, anisioinércias e outros fenômenos presentes em sensores que possuem partes móveis (pêndulos ou discos rotativos) em sua construção. Como os sensores baseados na tecnologia MEMS não possuem essas partes móveis, convém verificar se todos os parâmetros presentes no modelo (2.21) contribuem da mesma forma na descrição da variação do sinal do sensor. Para essa análise, será observada a variação do coeficiente de determinação corrigido $\Delta R_c^2(i)$ como descrito na Seção 2.8.1. A Tabela 2.6 apresenta os dados obtidos para o acelerômetro X.

Tabela 2.6 – coeficiente de determinação corrigido $\Delta R_C^2(i)$.

Parâmetro	$\Delta R_C^2(i)$
K	-1e-1
Bias	-4e-3
Alfa	-4e-5
Beta	-1e-7
Bee	-1e-9
Bep	-3e-9
Ber	-7e-9

Os resultados mostram que os parâmetros bee, bep e ber, que estão associados às partes móveis do sensor, apresentam uma contribuição bem menor, em relação aos demais, indicando que talvez possam ser retirados do modelo. Portanto, é verificada a possibilidade de utilização de um modelo reduzido considerando-se apenas os parâmetros *bias*, fator de escala e desalinhamentos. Este modelo é descrito pela equação:

$$\begin{aligned}\hat{a}_x &= k_{ax} a_x + a_{bx} + \alpha_{ax} a_y + \beta_{ax} a_z + w_{ax}(t) \\ \hat{a}_y &= k_{ay} a_y + a_{by} + \alpha_{ay} a_x + \beta_{ay} a_z + w_{ay}(t) \\ \hat{a}_z &= k_{az} a_z + a_{bz} + \alpha_{az} a_x + \beta_{az} a_y + w_{az}(t)\end{aligned}\tag{2.22}$$

Na Tabela 2.7 são apresentadas as estimativas dos parâmetros do modelo para o acelerômetro X.

Tabela 2.7 - Estimativas e incertezas associadas aos parâmetros do modelo do acel. X.

MODELO ACELEROMETRO :Ax

$$ax_{est} = k.ax + bias + alfa.ay + beta.az$$

parametro	estimativa	incerteza	unidade
k	0.99659	0.00033114	-
bias	-0.0089889	0.00016462	g
alfa	0.0063016	0.00022411	rad
beta	-4.5729e-005	0.00013085	rad

O teste do χ^2 é aplicado no modelo, e o resultado é apresentado na Tabela 2.8.

Tabela 2.8 – Resultado do teste de aderência do modelo 2.22.

TESTE DE SIGNIFICANCIA DO MODELO 2 (5%)

Sensor :Ax

Valor Critico: 15.5073

Graus de Liberdade: 8

Estatística de Teste: 6.6297

Resultado: A Hipotese do Modelo se Ajustar aos Dados NAO E REJEITADA

Resultados semelhantes mostraram que os modelos dos acelerômetros Y e Z também apresentaram aderência às amostras de dados.

2.2.6 - Teste para comparação dos modelos

O modelo de instrumentação descreve a relação entre os dados fornecidos pelos acelerômetros ($\hat{a}_x, \hat{a}_y, \hat{a}_z$) e a aceleração que está sendo medida (a_x, a_y, a_z). O modelo inverso, chamado modelo de compensação, fornece a relação inversa. No caso do modelo descrito pela equação (2.17), o modelo de compensação associado é dado por:

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{1}{k_{ax}} (\hat{a}_x - a_{bx}) \\ a_y &= \frac{1}{k_{ay}} (\hat{a}_y - a_{by}) \\ a_z &= \frac{1}{k_{az}} (\hat{a}_z - a_{bz}) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Para uma análise quantitativa do desempenho dos modelos apresentados, a IMU é submetida ao perfil de acelerações apresentado na Figura 2.7.

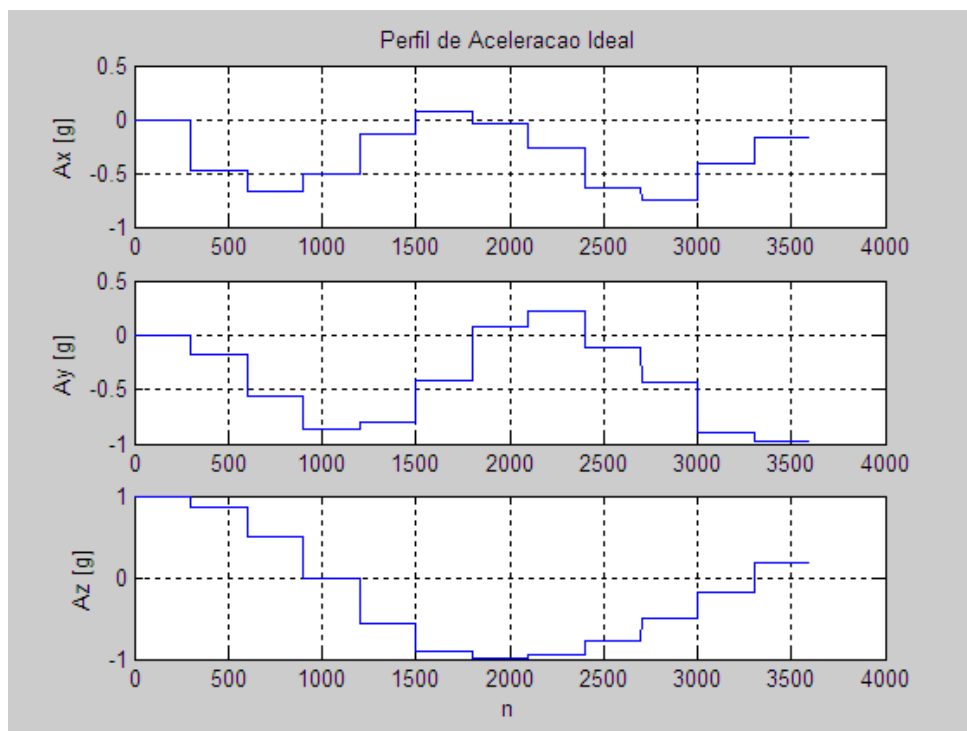


Figura 2.7 – Perfil de acelerações.

A partir dos modelos de compensação associados a (2.17), (2.21) e (2.22), são obtidas estimativas do perfil de aceleração ideal. As Figuras 2.8, 2.9, 2.10 e 2.11 descrevem os erros obtidos nas estimativas da aceleração no eixo Z.

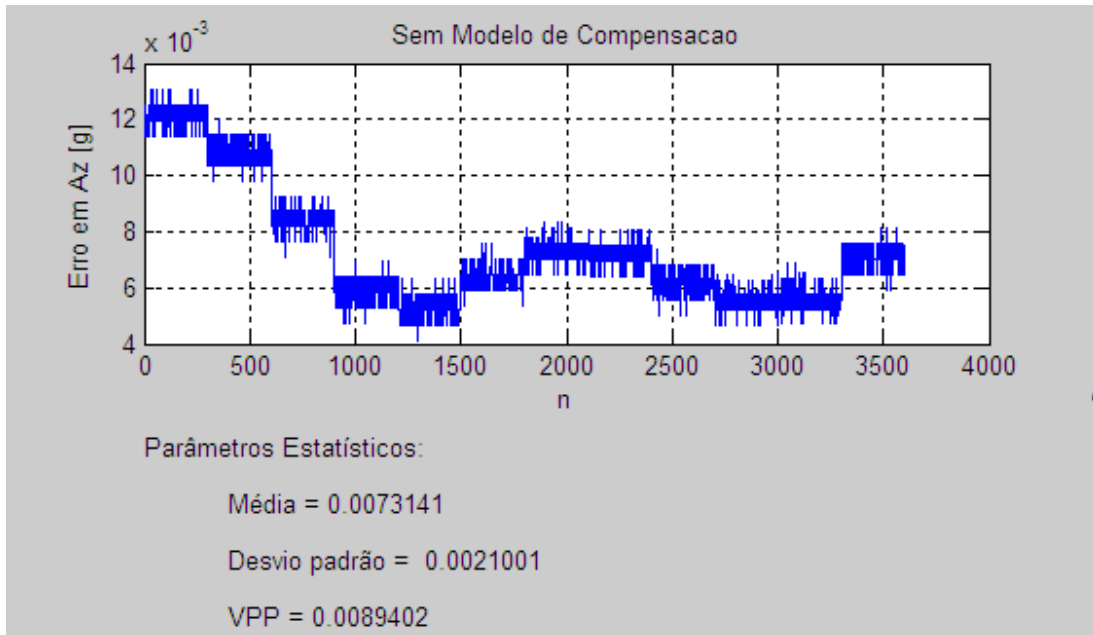


Figura 2.8 – Erro entre o perfil ideal e o perfil obtido sem modelo de compensação.

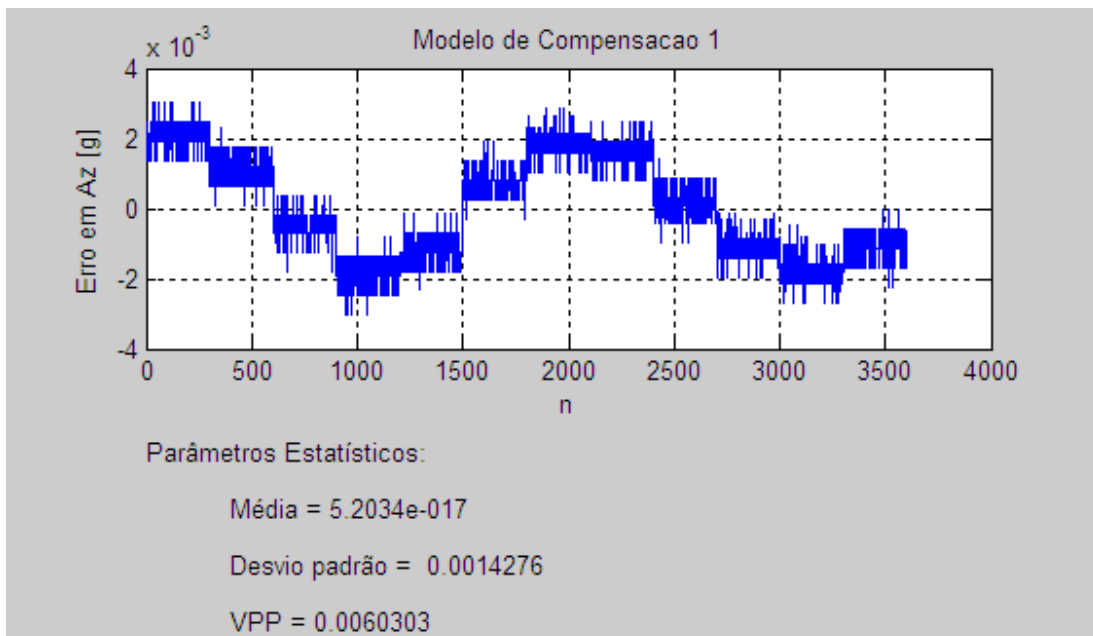


Figura 2.9 – Erro entre o perfil ideal e o perfil obtido pelo modelo de compensação 2.17.

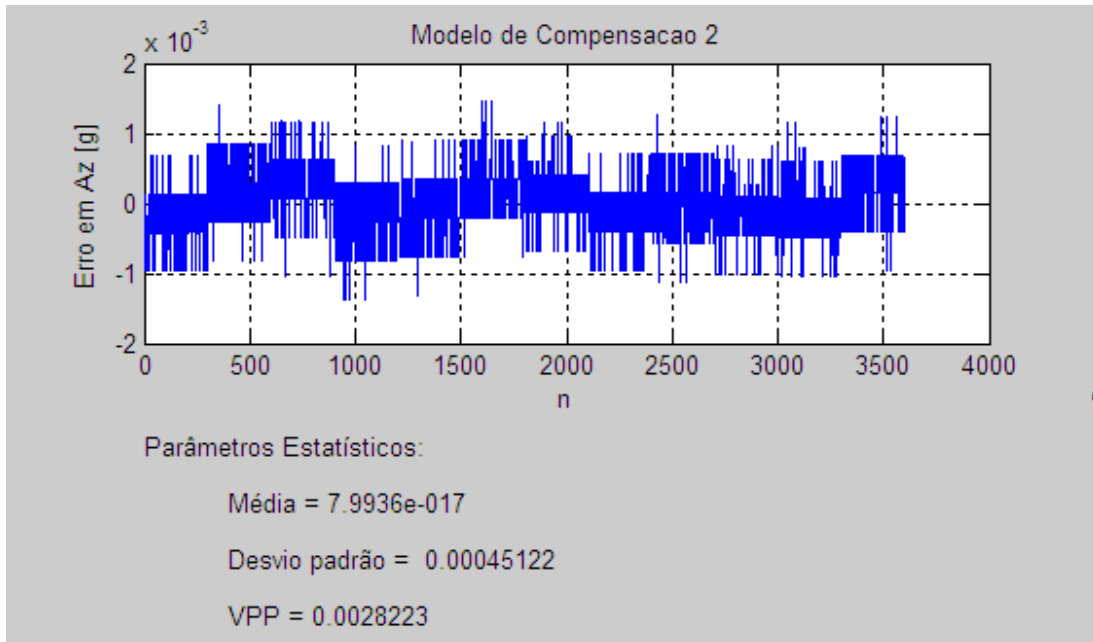


Figura 2.10 – Erro entre o perfil ideal e o obtido pelo modelo de compensação 2.21.

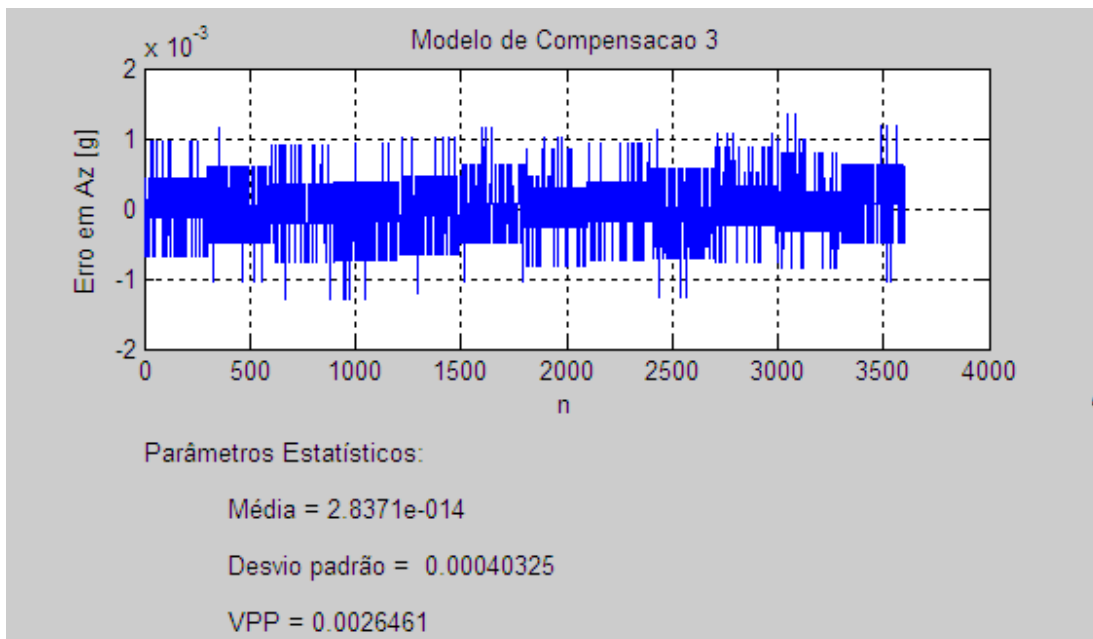


Figura 2.11 – Erro entre o perfil ideal e obtido pelo modelo de compensação 2.22.

A análise dos resultados é realizada a partir da média e do desvio padrão dos erros obtidos na utilização dos modelos de compensação. As médias obtidas com os três modelos são consideravelmente menores do que a obtida quando não é utilizado um

modelo de compensação. Isto significa que a estimativa do *bias* para os três modelos é não tendenciosa. Entretanto, na Figura 2.9 é observado que o erro varia em função do valor dos componentes de aceleração nos outros eixos, o que sugere que o modelo descrito apenas pelos parâmetros *bias* e fator de escala, não descreve completamente o funcionamento do sensor. Este fato não é tão evidente nas Figuras 2.10 e 2.11, indicando que o mesmo não ocorre com os outros modelos. Observando o desvio padrão do erro, não há uma diferença significativa na aplicação dos modelos 2.21 e 2.22. Portanto, por possuir menor número de parâmetros, 2.22 é adotado como modelo de instrumentação para a tríade de acelerômetros utilizada nesse trabalho.

2.3 - Caracterização do modelo de instrumentação dos giroscópios MEMS

2.3.1 - Modelo de instrumentação reduzido

A partir dos resultados obtidos com os acelerômetros, é adotado como modelo de instrumentação dos giroscópios MEMS uma versão equivalente ao modelo 2.22, ou seja, são considerados os parâmetros *bias*, fator de escala e desalinhamentos. O modelo é descrito pela equação:

$$\begin{aligned}
 \hat{w}_x &= k_{gx} w_x + w_{bx} + \alpha_{gx} w_y + \beta_{gx} w_z + w_{gx}(t) \\
 \hat{w}_y &= k_{gy} w_y + w_{by} + \alpha_{gy} w_x + \beta_{gy} w_z + w_{gy}(t) \\
 \hat{w}_z &= k_{gz} w_z + w_{bz} + \alpha_{gz} w_x + \beta_{gz} w_y + w_{gz}(t)
 \end{aligned}
 \tag{2.24}$$

sendo:

w_x, w_y, w_z : velocidades angulares reais;

$\hat{w}_x, \hat{w}_y, \hat{w}_z$: velocidades angulares fornecidas pelos giroscópios x, y e z;

k_{gx}, k_{gy}, k_{gz} : fatores de escala dos giroscópios x, y e z;

w_{bx}, w_{by}, w_{bz} : *bias_offset* dos giroscópios x, y e z;

$\alpha_{gx}, \alpha_{gy}, \alpha_{gz}, \beta_{gx}, \beta_{gy}, \beta_{gz}$: desalinhamentos dos giroscópios;

$w_{gx}(t), w_{gy}(t), w_{gz}(t)$: ruído presente no sinal dos giroscópios x, y e z.

2.3.2 - Estimação dos parâmetros do modelo

Para a caracterização de giroscópios, normalmente é utilizada a mesma metodologia adotada para os acelerômetros, com a diferença de que a velocidade angular da Terra é utilizada como padrão de referência. Portanto, é necessário que os giroscópios sejam capazes de medir essa velocidade. Para verificar essa possibilidade, é aplicado o teste de resolução nos sensores. Nesse teste, a IMU é montada em um simulador de movimentos [13], e submetida a uma série de degraus de velocidade angular com amplitudes diferentes. A resolução é definida como a menor amplitude do degrau que o sensor é capaz de resolver. A Figura 2.12 apresenta os resultados do teste de resolução para as amplitudes de 0,5 graus/s, 0,3 graus/s e 0,1 graus/s (aplicação do degrau em $n=300$).

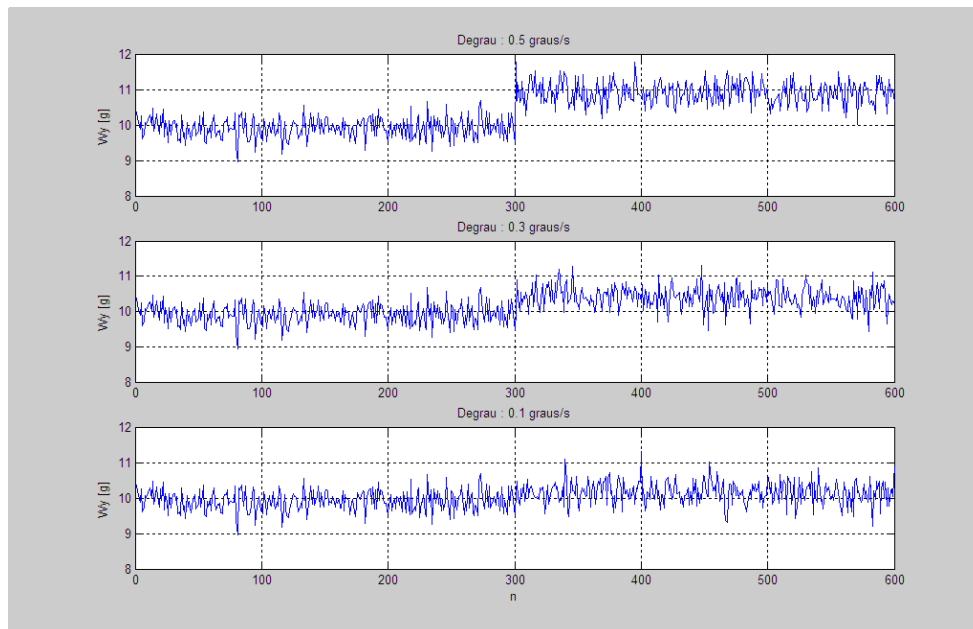


Figura 2.12 – Resolução dos degraus de velocidade angular do giroscópio Y.

A partir dos gráficos da Figura 2.12, é observado que o giroscópio não é capaz de resolver um degrau com amplitude inferior a 0,3 graus/s, portanto esse valor é adotado como a resolução do sensor. Resultados semelhantes foram obtidos com os giroscópios X e Z.

Como a resolução dos giroscópios é da ordem de 0,3 graus/s, a velocidade angular da Terra (0,004 graus/s) não pode ser utilizada como referência para caracterização desses sensores. A referência deve então ser gerada pelo simulador de movimentos [13]. Entretanto, devido às características de construção do simulador, não é possível submeter à IMU mais de um componente de velocidade angular ao mesmo tempo, ou seja, somente um dos componentes w_x, w_y, w_z do modelo 2.24 pode ser diferente de zero. Com isso, o procedimento adotado para a caracterização dos acelerômetros precisa ser modificado.

A IMU é montada no simulador em três configurações diferentes, de forma que, cada um dos giroscópios seja submetido às velocidades de referência separadamente. A Tabela 2.9 descreve as montagens e a aplicação das respectivas velocidades de referência.

Tabela 2.9 – Velocidades de referências e montagens.

Montagem 1

wx (graus/s)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
wy (graus/s)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
wz (graus/s)	-100	-80	-60	-40	-20	-10	0	10	20	40	60	80	100

Montagem 2

wx (graus/s)	-100	-80	-60	-40	-20	-10	0	10	20	40	60	80	100
wy (graus/s)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
wz (graus/s)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Montagem 3

wx (graus/s)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
wy (graus/s)	-100	-80	-60	-40	-20	-10	0	10	20	40	60	80	100
wz (graus/s)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Para a aplicação da regressão linear, (2.24) é dividido em três modelos, cada um associado a uma das montagens, conforme descrito a seguir:

Montagem 1:

$$\begin{aligned}
 \hat{w}_x &= w_{bx} + \beta_{gx} w_z + w_{gx}(t) \\
 \hat{w}_y &= w_{by} + \beta_{gy} w_z + w_{gy}(t) \\
 \hat{w}_z &= k_{gz} w_z + w_{bz} + w_{gz}(t)
 \end{aligned}
 \tag{2.25}$$

Montagem 2:

$$\begin{aligned}
 \hat{w}_x &= k_{gx} w_x + w_{bx} + w_{gx}(t) \\
 \hat{w}_y &= w_{by} + \alpha_{gy} w_x + w_{gy}(t) \\
 \hat{w}_z &= w_{bz} + \alpha_{gz} w_x + w_{gz}(t)
 \end{aligned}
 \tag{2.26}$$

Montagem 3:

$$\begin{aligned}\hat{w}_x &= w_{bx} + \alpha_{gx} w_y + w_{gx}(t) \\ \hat{w}_y &= k_{gy} w_y + w_{by} + w_{gy}(t) \\ \hat{w}_z &= w_{bz} + \beta_{gz} w_y + w_{gz}(t)\end{aligned}\tag{2.27}$$

Antes da aplicação do método para estimação dos parâmetros dos modelos, é analisado o componente de ruído do sinal do sensor. A Figura 2.13 ilustra o resultado do teste de estabilidade para o giroscópio Y.

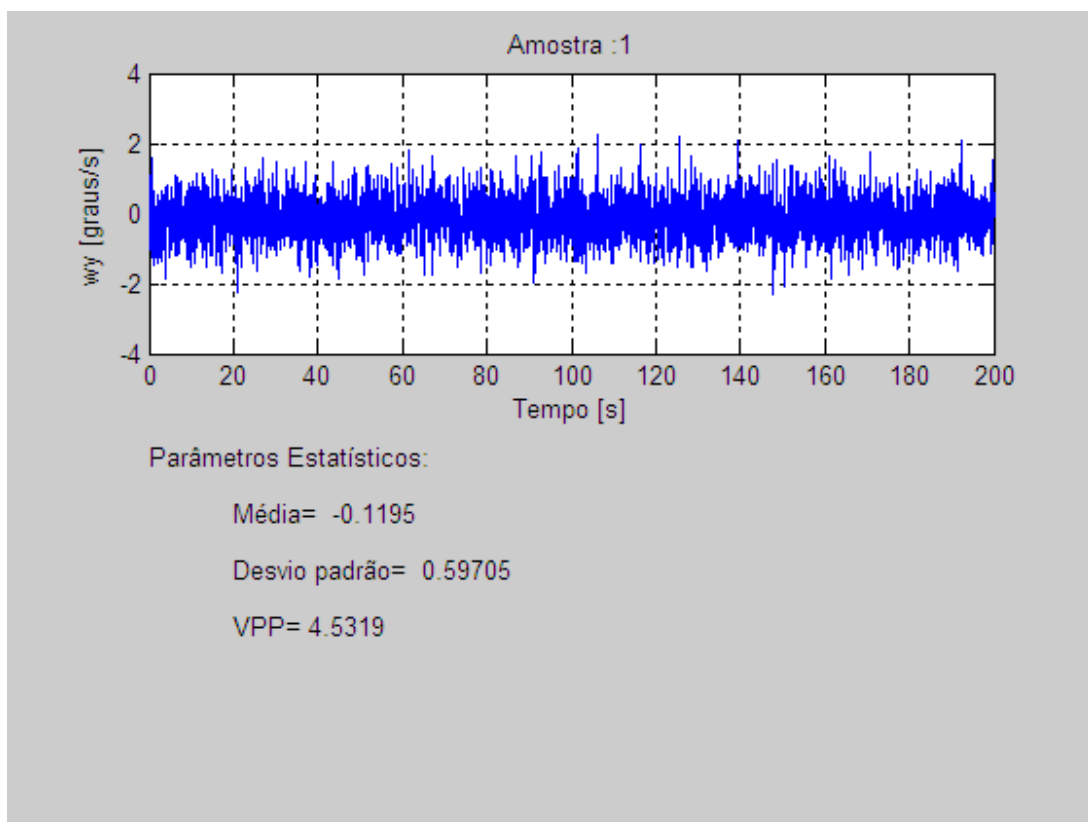


Figura 2.13 – Medida do sinal do giroscópio Y.

O ruído do giroscópio Y apresenta uma intensidade da ordem de 0.6 graus/s. Resultados semelhantes foram obtidos para os giroscópios X e Z. Para diminuir essa incerteza, em cada uma das velocidades são realizadas n medidas e a média dessas medidas é adotada como a informação fornecida pelos sensores. Como no caso dos

acelerômetros, a partir dos valores da resolução e da incerteza das medidas dos giroscópios, é determinado o número de amostras que minimiza a incerteza da média das medidas, ou seja:

$$n = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2} \approx 2 \quad (2.28)$$

O método de regressão linear é então aplicado para a estimação dos parâmetros dos modelos (2.25), (2.26) e (2.27). Na Tabela 2.10 são apresentadas as estimativas dos parâmetros associados ao giroscópio X.

Tabela 2.10 – Estimativas dos parâmetros do giroscópio X.

MODELO GIRO - X			
$wx_{est} = k_x \cdot wx + bias_x + alfa_x \cdot wy + beta_x \cdot wz$			
parametro	estimativa	incerteza	unidade
k_x	0.99682	0.0019069	-
$bias_{x1}$	0.15666	0.090453	graus/s
$bias_{x4}$	0.15474	0.090453	graus/s
$bias_{x7}$	0.15659	0.090453	graus/s
$alfa_x$	0.0037548	0.0019069	rad
$beta_x$	-0.0013868	0.0019069	rad

Como o bias do giroscópio X aparece nas equações dos três modelos, são obtidas três estimativas diferentes para esse parâmetro. Entretanto, a diferença entre as estimativas (0,002 g) é menor que as incertezas associadas às estimativas (0,09 g), o que

não compromete a metodologia aplicada. Resultados semelhantes foram obtidos com os modelos dos giroscópios Y e Z.

2.3.3 - Validação do modelo

A partir das estimativas dos parâmetros, é verificada a aderência dos modelos aos dados. Como no caso dos acelerômetros, uma primeira verificação é realizada a partir da observação das barras de erro. Na Figura 2.14, é apresentado um gráfico contendo os dados com suas respectivas barras de erro, e uma curva obtida a partir dos parâmetros estimados para uma das equações do modelo (2.25).

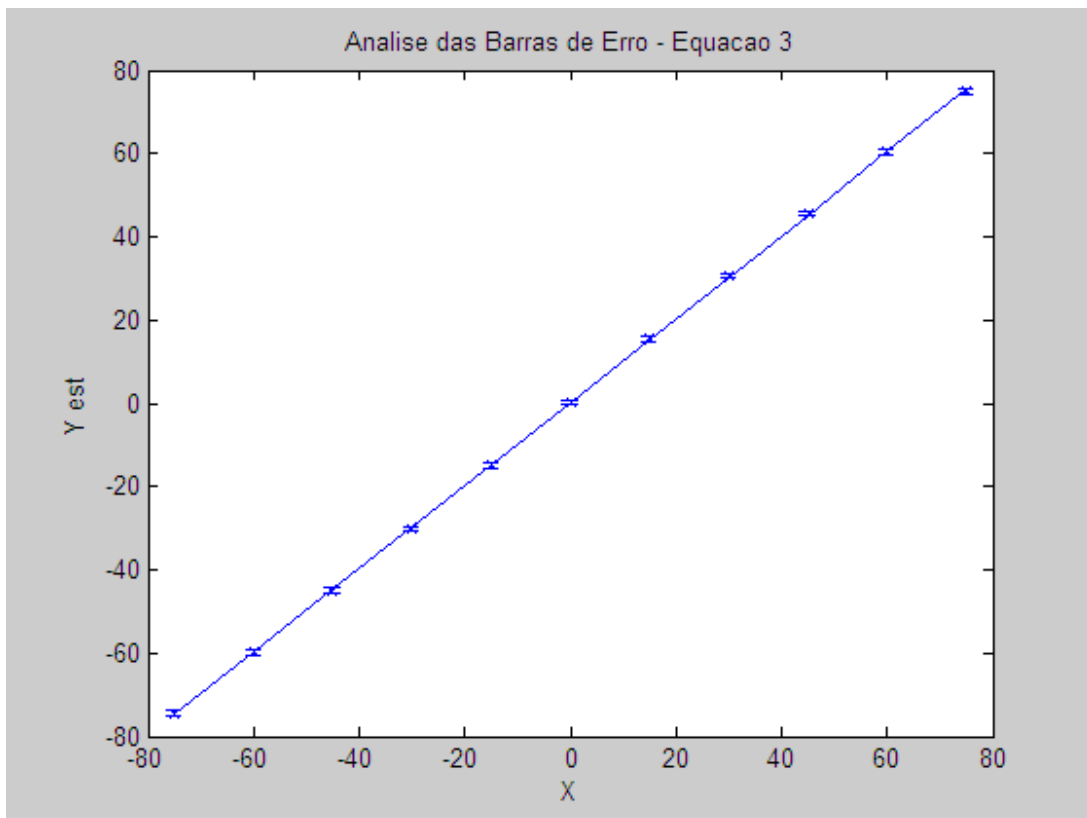


Figura 2.14 - Análise das barras de erro para o modelo 2.25.

Nessa figura, não é possível a observação da interseção da curva com as barras de erro. Isto se deve ao fato das incertezas dos dados (0,3 graus/s) serem bem menores do

que a faixa de medidas (100 graus/s). Na Figura 2.16 é apresentada uma observação pontual da barra de erros.

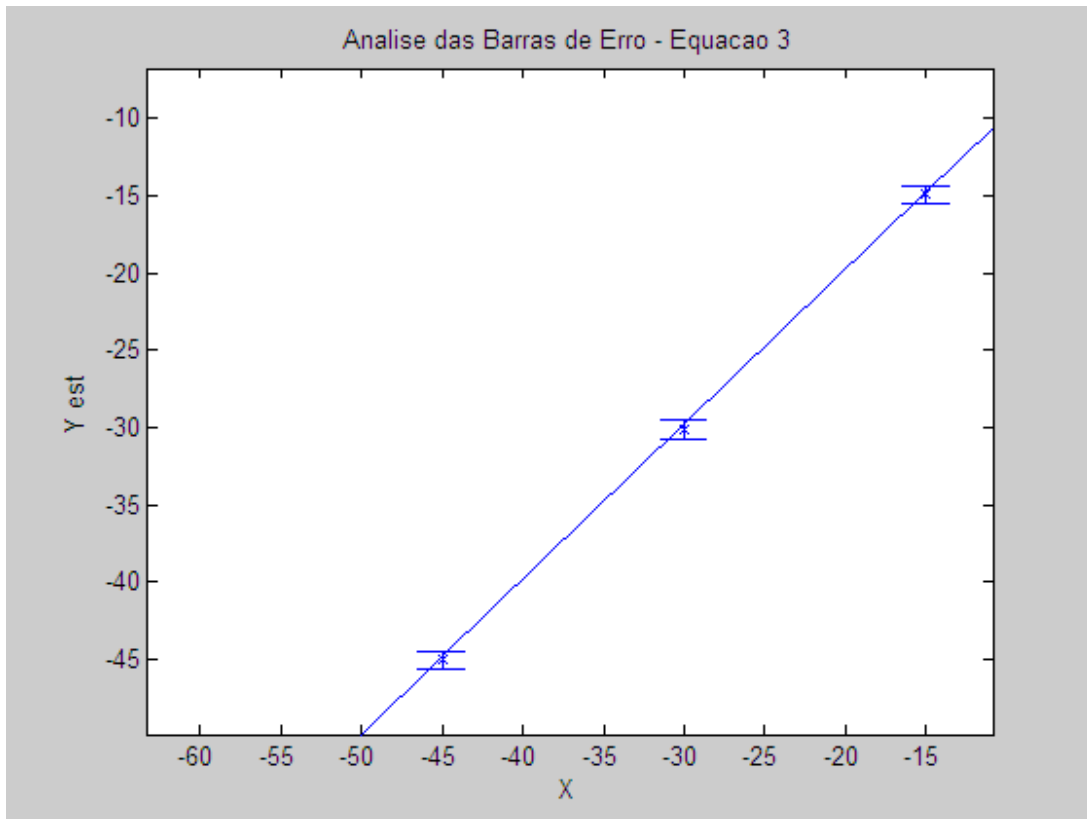


Figura 2.15 - Análise pontual das barras de erro para o modelo 2.25.

Na Figura 2.15 pode ser observado que existe a interseção entre as barras de erro e a curva estimada. Isto é observado para todos os dados, indicando que o modelo apresenta aderência aos dados. Esta aderência é verificada para todas as equações dos três modelos em análise.

Para comprovar a aderência dos modelos aos dados, é aplicado o teste de hipóteses χ^2 . O resultado do teste para equação analisada com as barras de erro é apresentado na Tabela 2.11.

Tabela 2.11 – Resultado do teste χ^2 .

TESTE DE SIGNIFICANCIA - EQUACAO 3
Valor Critico: 16.919
Graus de Liberdade: 9
Estatística de Teste (Z): 9.0696
Resultado: A Hipotese do Modelo se Ajustar aos Dados NAO E REJEITADA

O teste foi aplicado nas equações dos três modelos, sendo obtidos os mesmos resultados, indicando que o modelo descrito por (2.24) se aplica aos giroscópios em análise.

2.4-Análise da variação dos sinais de saída da IMU-MEMS em função da temperatura

Devido ao tamanho reduzido e ao processo de fabricação, os dispositivos MEMS são extremamente sensíveis às condições ambientais. Portanto, os sensores inerciais baseados nessa tecnologia apresentam uma componente de erro causada pela variação da temperatura ambiente, que deve ser modelada e compensada, para evitar erros no cálculo dos parâmetros de navegação.

Para a modelagem térmica dos sensores, a IMU é montada em um dispositivo com a temperatura controlada, sendo então submetida a cinco temperaturas diferentes (20, 25, 30, 35 e 40 graus C). Para cada uma das temperaturas, é esperado que os sinais de saída dos sensores se estabilizem para que sejam obtidas as medidas. A partir dos dados obtidos, é verificada a possibilidade de se obter um modelo linear para descrever a

variação dos sinais dos sensores com a temperatura. Na Tabela 2.12 é apresentado o resultado da modelagem térmica do sinal fornecido pelo acelerômetro Y.

Tabela 2.12 – Modelagem Térmica do Acelerômetro Y.

MODELAGEM TERMICA SENSOR :ay

Modelo :

$$a_{temp} = b1 * temp + b0$$

parametro	estimativa	incerteza	unidade
b1	9.0034e-005	3.4833e-005	g/graus C
b0	0.0058105	0.0010742	g

Para validação do modelo foi adotada a análise das barras de erro. O gráfico com a observação das barras de erro é apresentado na Figura 2.16.

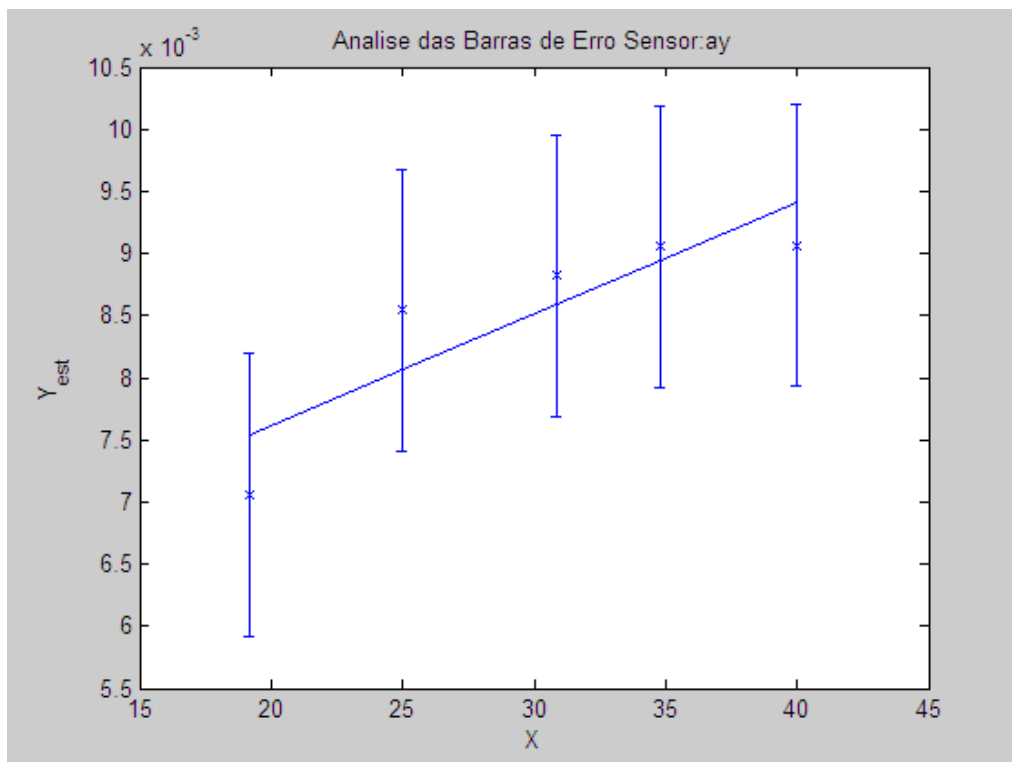


Figura 2.16 - Análise das barras de erro.

A partir da observação das barras de erro, chega-se à conclusão de que o modelo descreve adequadamente as variações dos dados. Entretanto, observando unicamente a forma da variação dos dados, aparentemente o modelo linear não descreveria adequadamente a variação do sinal em função da temperatura. O que torna o modelo linear adequado à variação dos dados é o valor elevado da incerteza da medida do acelerômetro ($300 \mu g$).

Para a utilização no navegador, a IMU será montada no mesmo dispositivo com temperatura controlada utilizado na modelagem térmica. Entretanto, nessa aplicação, a temperatura da IMU será mantida constante em torno de 30 graus C, com uma variação máxima de ± 1 graus C. A partir do modelo obtido, pode-se estimar a variação do sinal do acelerômetro em função dessa variação de temperatura:

$$\delta a_{ix} = 180 \mu g \quad (2.29)$$

O valor da variação do sinal do acelerômetro está abaixo da capacidade de resolução do sensor ($300 \mu g$). Portanto, para essa aplicação, não é necessária a compensação térmica do sinal do acelerômetro. Para confirmar esse resultado, na Figura 2.17, são apresentados gráficos que ilustram a variação da temperatura e do sinal do acelerômetro Y com a IMU em repouso.

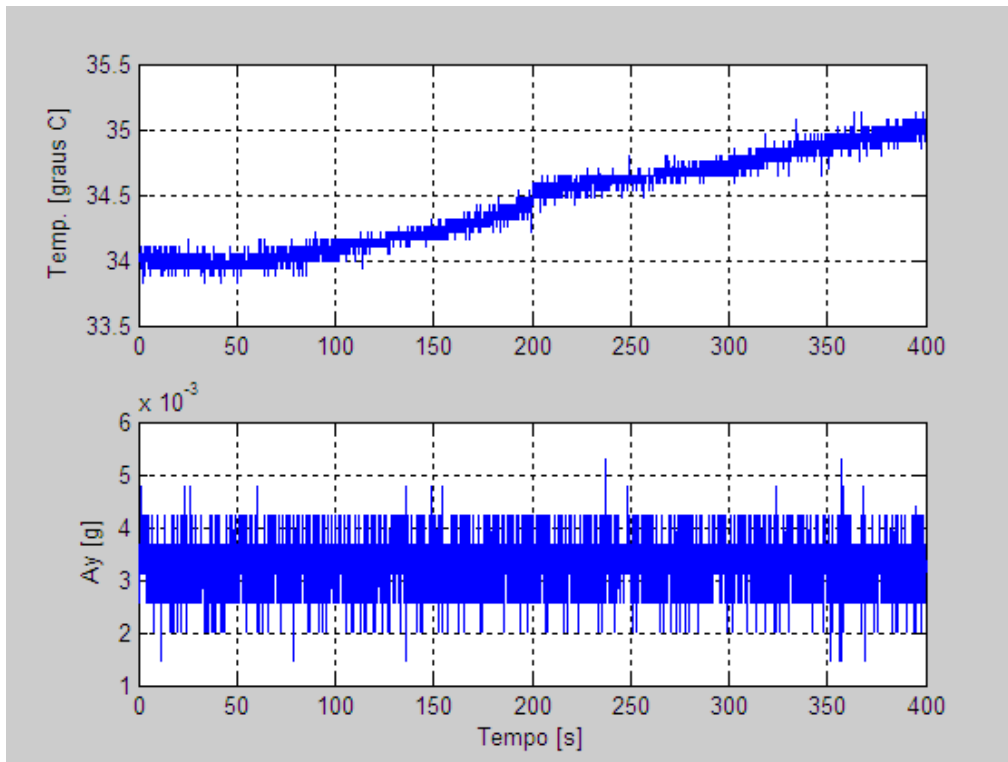


Figura 2.17 – Variação da Temperatura e do Sinal de Ay.

É observado que, apesar da temperatura apresentar uma variação maior do que 1 grau C, não é verificada variação no sinal do acelerômetro Y. Resultados semelhantes foram obtidos para os demais sensores (acelerômetros X e Z, e giroscópios X, Y e Z).

3 - Equacionamento de um SNI-IMU-MEMS

3.1 - Introdução

Os sensores inerciais baseados na tecnologia MEMS estão se tornando uma alternativa para o desenvolvimento de SNIs de baixo custo. Entretanto, as medidas fornecidas por esses sensores são caracterizadas por baixa exatidão e alto nível de ruído. Uma das propostas desse trabalho é desenvolver uma nova formulação matemática para os algoritmos de um SNI (navegação e inicialização), levando em consideração as incertezas dessa classe de sensores. A unidade de medidas inerciais utilizada nesse trabalho é a IMU400CD da Crossbow, que é composta por três giros e três acelerômetros MEMS. As resoluções das medidas dessa IMU foram obtidas por meio dos ensaios descritos no capítulo anterior e são dadas por:

$$res_{acel} = 300 \mu g \quad (3.1)$$

$$res_{giro} = 0,3 \text{ graus} / s \quad (3.2)$$

3.2 - Equação de velocidade

Em um SNI, a velocidade é obtida a partir da integração das medidas de aceleração. A equação diferencial de velocidade é dada por [2]:

$$\dot{\underline{v}}^N = \underline{C}_B^N \underline{a}^B - (2 \underline{w}_{IE}^N + \underline{w}_{EN}^N) \times \underline{v}^N + \underline{G}^N \quad (3.3)$$

O vetor velocidade \underline{v} está referenciado no N-frame (definido no Capítulo 1). Logo, seus componentes correspondem às velocidades nas direções norte, leste e vertical (*down*):

$$\underline{v}^N = \begin{bmatrix} v_N \\ v_E \\ v_D \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

sendo:

v_N : componente da velocidade na direção norte;

v_E : componente da velocidade na direção leste;

v_D : componente da velocidade na direção vertical (*down*).

Na equação de velocidade (3.3) podem ser identificados três termos. O primeiro termo é formado pelo vetor de acelerações \underline{a}^B , que é definido como:

$$\underline{a}^B = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

sendo:

a_x : componente da aceleração fornecida pelo acelerômetro X;

a_y : componente da aceleração fornecida pelo acelerômetro Y;

a_z : componente da aceleração fornecida pelo acelerômetro Z.

Como esse vetor está referenciado no B-frame, é necessária uma transformação de coordenadas para o N-frame. A matriz \underline{C}_B^N define essa transformação [2]:

$$\underline{C}_B^N = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

sendo:

$$c_{11} = \cos(\beta) \cos(\gamma)$$

$$c_{12} = -\cos(\alpha) \operatorname{sen}(\gamma) + \operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{sen}(\beta) \cos(\gamma)$$

$$c_{13} = \operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{sen}(\gamma) + \cos(\alpha) \operatorname{sen}(\beta) \cos(\gamma)$$

$$\begin{aligned}
c_{21} &= \cos(\beta) \operatorname{sen}(\gamma) \\
c_{22} &= \cos(\alpha) \cos(\gamma) + \operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{sen}(\beta) \operatorname{sen}(\gamma) \\
c_{23} &= -\operatorname{sen}(\alpha) \cos(\gamma) + \cos(\alpha) \operatorname{sen}(\beta) \operatorname{sen}(\gamma)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
c_{31} &= -\operatorname{sen}(\beta) \\
c_{32} &= \operatorname{sen}(\alpha) \cos(\beta) \\
c_{33} &= \cos(\alpha) \cos(\beta)
\end{aligned}$$

α : ângulo de *roll*;

β : ângulo de *pitch*;

γ : ângulo de *heading*.

A atitude do veículo é determinada a partir dos elementos de \underline{C}_B^N :

$$\operatorname{roll} = \alpha = \tan^{-1} \left(\frac{c_{32}}{c_{33}} \right) \quad (3.7)$$

$$\operatorname{pitch} = \beta = \operatorname{sen}^{-1}(-c_{31}) \quad (3.8)$$

$$\operatorname{heading} = \gamma = \tan^{-1} \left(\frac{c_{21}}{c_{11}} \right) \quad (3.9)$$

No segundo termo de (3.3), se encontram as compensações das acelerações de Coriolis e centrífuga. As grandezas envolvidas nesse termo são: a velocidade angular do E-frame em relação ao I-frame \underline{w}_{IE}^N , e a velocidade angular do N-frame em relação ao E-frame \underline{w}_{EN}^N :

$$\underline{w}_{IE}^N = \begin{bmatrix} w_e \cos(l) \\ 0 \\ w_e \operatorname{sen}(l) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$\underline{w}_{EN}^N = \begin{bmatrix} \frac{v_E}{R+H} \\ \frac{-v_N}{R+H} \\ \frac{-v_E \tan(l)}{R+H} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

sendo:

w_e : velocidade angular da Terra ($0,72921151e-4$ rad/s);

R : raio de curvatura da Terra (6378137 m);

l : latitude;

H : altitude.

O terceiro termo de (3.3) corresponde à compensação da aceleração da gravidade:

$$\underline{G}^N = \begin{bmatrix} g_N \\ g_E \\ g_D \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

sendo:

$g_N \approx 0$: componente da aceleração da gravidade na direção norte;

$g_E \approx 0$: componente da aceleração da gravidade na direção leste;

g_D : componente da aceleração da gravidade na direção vertical.

A estimativa do componente vertical da aceleração da gravidade é obtida através do seguinte modelo [30]:

$$g_D = \frac{9,780318 \left(1 + 5,3024 \cdot 10^{-3} \text{sen}^2(l) - 5,9 \cdot 10^{-6} \text{sen}^2(2l) \right)}{\left(1 + \frac{H}{R} \right)^2} \quad (3.13)$$

A equação da velocidade (3.3) pode ser escrita em função de seus componentes.

Desta forma, tem-se:

$$\dot{v}_N = a_N - 2w_e v_E \text{sen}(l) + \frac{v_N v_D - v_E^2 \tan(l)}{R + H} \quad (3.14)$$

$$\dot{v}_E = a_E + 2w_e (v_N \text{sen}(l) + v_D \cos(l)) + \frac{v_E}{R + H} (v_D + v_N \tan(l)) \quad (3.15)$$

$$\dot{v}_D = a_D - 2w_e v_E \cos(l) - \frac{v_E^2 + v_D^2}{R + H} + g_D \quad (3.16)$$

Portanto, antes da medida de aceleração ser integrada no tempo, é realizada uma transformação de coordenadas e a compensação dos efeitos das acelerações de Coriolis, centrífuga, e da gravidade.

Na análise desenvolvida nessa seção, a equação diferencial da velocidade é escrita na forma:

$$\dot{v}_N = a_N - \text{termo1} + \text{termo2}$$

$$\dot{v}_E = a_E + \text{termo3} + \text{termo4}$$

$$\dot{v}_D = a_D - \text{termo5} - \text{termo6} + g_d$$

sendo:

$$\text{termo1} = 2w_e v_E \text{sen}(l) ;$$

$$\text{termo2} = \frac{v_N v_D - v_E^2 \tan(l)}{R + H} ;$$

$$\text{termo3} = 2w_e (v_N \text{sen}(l) + v_D \cos(l)) ;$$

$$\text{termo4} = \frac{v_E}{R + H} (v_D + v_N \tan(l)) ;$$

$$\text{termo5} = 2w_e v_E \cos(l) ;$$

$$\text{termo6} = \frac{v_E^2 + v_N^2}{R + H} .$$

Assumindo como hipóteses que a velocidade máxima do veículo é de 100 km/h (27 m/s) e que o veículo não se deslocará em latitudes elevadas (maior que 80 graus), tem-se que:

$$\text{termo1 e termo5} < 2 w_e 27$$

$$\text{termo1 e termo5} < 0.003 m / s^2 (30\mu g) \quad (3.17)$$

$$\text{termo2 e termo4} < 2 27^2 \tan(80)$$

$$\text{termo2 e termo4} < 0.001 m / s^2 (100\mu g) \quad (3.18)$$

$$\text{termo3 e termo6} < \frac{2 27^2}{R}$$

$$\text{termo3 e termo6} < 0.0002 m / s^2 (20\mu g) \quad (3.19)$$

De (3.17), (3.18) e (3.19), verifica-se que o efeito da aceleração centrífuga e o efeito da aceleração de Coriolis são menores do que a resolução da medida de aceleração ($300 \mu g$). Portanto, esses termos podem ser eliminados da equação diferencial de velocidade, sem comprometer o desempenho do SNI. Dessa forma, a equação de velocidade pode ser simplificada como:

$$\begin{aligned} \dot{v}_N &= a_N \\ \dot{v}_E &= a_E \\ \dot{v}_D &= a_D + g_D \end{aligned} \quad (3.20)$$

ou na forma matricial:

$$\dot{\underline{v}}^N = \underline{C}_B^N \underline{a}^B + \underline{G}^N \quad (3.21)$$

3.3 - Equação de posição

A posição de um veículo sobre a Terra é normalmente descrita por dois parâmetros angulares (latitude e longitude), e um parâmetro linear (altitude). Os componentes horizontais de velocidades são convertidos em velocidades angulares, e

então integrados para determinação da posição. A altitude é obtida diretamente a partir da integração do componente vertical da velocidade. Assumindo que a geometria da Terra pode ser modelada como uma esfera perfeita, a equação de posição é definida como [2]:

$$\dot{l} = \frac{v_N}{(R + H)} \quad (3.22)$$

$$\dot{L} = \frac{v_E}{(R + H)\cos(l)} \quad (3.23)$$

$$\dot{H} = -v_D \quad (3.24)$$

ou seja:

$$\dot{\underline{r}}^N = \underline{M} \underline{v}^N \quad (3.25)$$

sendo:

L: longitude;

$$\underline{r} = \begin{bmatrix} l \\ L \\ H \end{bmatrix};$$

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R + H} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(R + H)\cos(l)} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

3.4 - Equação diferencial de propagação da MTC

O vetor de medidas da aceleração \underline{a}^B é obtido no sistema de coordenadas do corpo. Para ser utilizado nas equações de navegação, esse vetor deve estar referenciado no sistema de coordenadas navegacional. Essa transformação é realizada a partir da matriz de transformação de coordenadas do B-Frame para o N-Frame \underline{C}_B^N :

$$\underline{a}^N = \underline{C}_B^N \underline{a}^B \quad (3.26)$$

A equação diferencial que descreve a propagação da MTC \underline{C}_B^N é dada por [2]:

$$\dot{\underline{C}}_B^N = -\underline{\Omega}_{BN}^N \underline{C}_B^N \quad (3.27)$$

sendo $\underline{\Omega}_{BN}^N$ a representação *skew-symmetric* do vetor \underline{w}_{BN}^N , que representa a velocidade do N-Frame em relação ao B-Frame. Essa velocidade pode ser definida como:

$$\underline{w}_{BN}^N = \underline{w}_{IN}^N - \underline{w}_{IB}^N = \underline{w}_{IN}^N - \underline{C}_B^N \underline{w}_{IB}^B \quad (3.28)$$

sendo:

$$\underline{w}_{IB}^B = \begin{bmatrix} w_X \\ w_Y \\ w_Z \end{bmatrix};$$

w_X, w_Y, w_Z : componentes da velocidade angular fornecidas pelos giroscópios X, Y e Z.

A velocidade \underline{w}_{IN}^N é definida como a velocidade do N-Frame em relação ao I-Frame, sendo dada por:

$$\underline{w}_{IN}^N = \underline{w}_{IE}^N + \underline{w}_{EN}^N \quad (3.29)$$

A partir da definição de \underline{w}_{IE}^N em (3.10), é verificado que os três componentes desse vetor são menores ou iguais a w_e . De forma semelhante, a partir da definição de \underline{w}_{EN}^N em (3.11), é verificado que os componentes nas direções norte e leste são menores do que $\frac{v}{R}$, e que o componente vertical é menor do que $\frac{v \tan(l)}{R}$, sendo v a velocidade máxima do veículo. A partir da hipótese anteriormente assumida (velocidade máxima igual a 100 km/h), esses componentes são menores do que 0,0024 graus/s. Ou seja, os

componentes dos vetores \underline{w}_{IE}^N e \underline{w}_{EN}^N são menores do que a resolução dos giroscópios (0,3 graus/s). Desta forma, a equação de \underline{w}_{BN}^N pode ser aproximada como:

$$\underline{w}_{BN}^N = -\underline{C}_B^N \underline{w}_{IB}^B = -\underline{w}_{IB}^N \quad (3.30)$$

Substituindo-se (3.30) em (3.27) tem-se a equação de propagação da MTC:

$$\dot{\underline{C}}_B^N = \underline{\Omega}_{IB}^N \underline{C}_B^N \quad (3.31)$$

A propagação da matriz \underline{C}_B^N também pode ser descrita pela equação [31]:

$$\dot{\underline{C}}_B^N = \underline{C}_B^N \underline{\Omega}_{NB}^B \quad (3.32)$$

sendo $\underline{\Omega}_{NB}^B$ a forma *skew-symmetric* do vetor \underline{w}_{NB}^B , que é definido como:

$$\underline{w}_{NB}^B = \underline{w}_{IB}^B - \underline{w}_{IN}^B \quad (3.33)$$

O vetor \underline{w}_{IN}^B representa a velocidade do N-Frame em relação ao I-Frame, e pode ser escrito como:

$$\underline{w}_{IN}^B = \underline{C}_B^N \underline{w}_{IN}^N = \underline{C}_B^N (\underline{w}_{EN}^N + \underline{w}_{IE}^N) \quad (3.34)$$

Como mencionado anteriormente, os componentes dos vetores \underline{w}_{IE}^N e \underline{w}_{EN}^N são menores do que a resolução dos giroscópios. Portanto, a equação de propagação da matriz \underline{C}_B^N pode ser aproximada para:

$$\dot{\underline{C}}_B^N = \underline{C}_B^N \underline{\Omega}_{IB}^B \quad (3.35)$$

sendo $\underline{\Omega}_{IB}^B$ a forma *skew-symmetric* do vetor \underline{w}_{IB}^B , ou:

$$\dot{\underline{C}}_B^N = \underline{C}_B^N \begin{bmatrix} 0 & -w_Z & w_Y \\ w_Z & 0 & -w_X \\ -w_Y & w_X & 0 \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

3.5 - Equação diferencial de propagação dos ângulos de Euler

A transformação de coordenadas entre o B-Frame e o N-Frame pode ser obtida através de outra representação matemática. A partir de uma condição inicial onde os dois sistemas de coordenadas estão com os eixos alinhados, são realizadas três rotações sucessivas em torno dos eixos do B-Frame:

- 1- rotação de um ângulo γ (*heading*) em torno do eixo Z;
- 2- rotação de um ângulo β (*pitch*) em torno do eixo Y;
- 3- rotação de um ângulo α (*roll*) em torno do eixo X.

Os ângulos α, β, γ são denominados ângulos de Euler, e podem ser descritos matematicamente pelas seguintes matrizes de transformação de coordenadas [2]:

$$\text{. rotação em torno do eixo Z} \Rightarrow \underline{C}_Z = \begin{bmatrix} \cos(\gamma) & \text{sen}(\gamma) & 0 \\ -\text{sen}(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$$\text{. rotação em torno do eixo Y} \Rightarrow \underline{C}_Y = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & -\text{sen}(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

$$\text{. rotação em torno do eixo X} \Rightarrow \underline{C}_X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \text{sen}(\alpha) \\ 0 & -\text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \quad (3.39)$$

A matriz de transformação de coordenadas do N-Frame para o B-Frame é definida como o produto das três matrizes de rotação:

$$\underline{C}_N^B = \underline{C}_X \underline{C}_Y \underline{C}_Z \quad (3.40)$$

Por definição:

$$\underline{C}_B^N = \left(\underline{C}_N^B\right)^{-1} = \left(\underline{C}_N^B\right)^T \quad (3.41)$$

$$\underline{C}_B^N = \underline{C}_Z^T \underline{C}_Y^T \underline{C}_X^T \quad (3.42)$$

$$\underline{C}_B^N = \begin{bmatrix} c_\beta c_\gamma & -c_\alpha s_\gamma + s_\alpha s_\beta c_\gamma & s_\alpha s_\gamma + c_\alpha s_\beta c_\gamma \\ c_\beta s_\gamma & c_\alpha c_\gamma + s_\alpha s_\beta s_\gamma & -s_\alpha c_\gamma + c_\alpha s_\beta s_\gamma \\ -s_\beta & s_\alpha c_\beta & c_\alpha c_\beta \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

sendo:

$$s_x = \text{sen}(x);$$

$$c_x = \text{cos}(x).$$

A partir dos elementos da matriz de transformação de coordenadas \underline{C}_B^N , são obtidas as expressões para os ângulos de Euler:

$$\frac{c_{32}}{c_{33}} = \tan(\alpha) \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{c_{32}}{c_{33}}\right) \quad (3.44)$$

$$\frac{c_{21}}{c_{11}} = \tan(\gamma) \Rightarrow \gamma = \tan^{-1}\left(\frac{c_{21}}{c_{11}}\right) \quad (3.45)$$

$$c_{31} = -\text{sen}(\beta) \Rightarrow \beta = \text{sen}^{-1}(-c_{31}) \quad (3.46)$$

A partir das definições das rotações, tem-se que [2]:

$$\underline{w}_{NB}^B = \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \underline{C}_X \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\beta} \\ 0 \end{bmatrix} + \underline{C}_X \underline{C}_Y \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

Substituindo-se (3.38) e (3.39) em (3.47), tem-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \text{sen}(\alpha) \tan(\beta) & \text{cos}(\alpha) \tan(\beta) \\ 0 & \text{cos}(\alpha) & -\text{sen}(\alpha) \\ 0 & \frac{\text{sen}(\alpha)}{\text{cos}(\beta)} & \frac{\text{cos}(\alpha)}{\text{cos}(\beta)} \end{bmatrix} \underline{w}_{NB}^B \quad (3.48)$$

A partir das mesmas hipóteses utilizadas na seção anterior e levando-se em consideração a resolução dos giroscópios, pode-se assumir a seguinte aproximação:

$$\underline{w}_{NB}^B \approx \underline{w}_{IB}^B \quad (3.49)$$

Portanto, para o caso de um SNI-IMU-MEMS a equação diferencial de propagação dos ângulos de Euler é dada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \text{sen}(\alpha) \tan(\beta) & \cos(\alpha) \tan(\beta) \\ 0 & \cos(\alpha) & -\text{sen}(\alpha) \\ 0 & \frac{\text{sen}(\alpha)}{\cos(\beta)} & \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\beta)} \end{bmatrix} \underline{w}_{IB}^B \quad (3.50)$$

3.6 - Equacionamento da propagação de erros de um SNI-IMU-MEMS

O equacionamento da propagação de erros de um SNI-IMU-MEMS é obtido a partir das equações de navegação. Nesse método, a posição, a velocidade e a atitude estimadas pelo SNI são descritas pelas equações [32]:

$$\underline{\hat{r}}^N = \underline{r}^N + \underline{\delta}_r \quad (3.51)$$

$$\underline{\hat{v}}^N = \underline{v}^N + \underline{\delta}_v \quad (3.52)$$

$$\underline{\hat{C}}_B^N = (\underline{I} - \underline{E}^N) \underline{C}_B^N \quad (3.53)$$

$$\underline{\hat{\theta}} = \underline{\theta} + \underline{\delta}_\theta \quad (3.54)$$

sendo:

$\underline{r}^N, \underline{v}^N, \underline{\theta}, \underline{C}_B^N$: o vetor posição, o vetor velocidade, o vetor atitude e a MTC;

$$\underline{\theta} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix};$$

$\underline{\hat{r}}^N, \underline{\hat{v}}^N, \underline{\hat{\theta}}, \underline{\hat{C}}_B^N$: as estimativas fornecidas pelo SNI;

$\underline{\delta}_r, \underline{\delta}_v, \underline{\delta}_\theta$: erros na posição, na velocidade e na atitude;

$$\underline{\dot{E}}^N = (\underline{e}^N \times) = \begin{bmatrix} 0 & -e_D & e_E \\ e_D & 0 & -e_N \\ -e_E & e_N & 0 \end{bmatrix} : \text{forma } skew\text{-symmetric} \text{ do desalinhamento}$$

em atitude;

$$\underline{e}^N = \begin{bmatrix} e_N \\ e_E \\ e_D \end{bmatrix} : \text{vetor do desalinhamento em atitude.}$$

A partir de (3.53) tem-se que:

$$\underline{E} = \underline{I} - \underline{\hat{C}}_B^N (\underline{C}_B^N)^T \quad (3.55)$$

Diferenciando a equação (3.55), obtém-se:

$$\underline{\dot{E}} = -\underline{\hat{C}}_B^N (\underline{C}_B^N)^T - \underline{\hat{C}}_B^N (\underline{\dot{C}}_B^N)^T \quad (3.56)$$

Mas, a partir da equação (3.35), tem-se que:

$$\underline{\hat{C}}_B^N = \underline{\hat{C}}_B^N \underline{\hat{\Omega}}_{IB}^B \quad (3.57)$$

Substituindo (3.57) e (3.35) em (3.56), tem-se:

$$\begin{aligned} \underline{\dot{E}} &= -\underline{\hat{C}}_B^N \underline{\hat{\Omega}}_{IB}^B (\underline{C}_B^N)^T - \underline{\hat{C}}_B^N (\underline{\Omega}_{IB}^B)^T (\underline{C}_B^N)^T \\ \underline{\dot{E}} &= -\underline{\hat{C}}_B^N \underline{\hat{\Omega}}_{IB}^B (\underline{C}_B^N)^T + \underline{\hat{C}}_B^N \underline{\Omega}_{IB}^B (\underline{C}_B^N)^T \\ \underline{\dot{E}} &= -\underline{\hat{C}}_B^N (\underline{\hat{\Omega}}_{IB}^B - \underline{\Omega}_{IB}^B) (\underline{C}_B^N)^T \end{aligned} \quad (3.58)$$

Definindo:

$$\underline{\delta\Omega}_{IB}^B = \underline{\hat{\Omega}}_{IB}^B - \underline{\Omega}_{IB}^B \quad (3.59)$$

e substituindo (3.53) e (3.59) em (3.58), obtém-se:

$$\underline{\dot{E}} = -\underline{\hat{C}}_B^N (\underline{\delta\Omega}_{IB}^B) (\underline{C}_B^N)^T$$

$$\underline{\dot{E}} = -(\underline{I} - \underline{E})\underline{C}_B^N (\underline{\delta\Omega}_{IB}^B) (\underline{C}_B^N)^T \quad (3.60)$$

Desprezando-se o termo com o produto de erros, tem-se:

$$\underline{\dot{E}} = -\underline{C}_B^N (\underline{\delta\Omega}_{IB}^B) (\underline{C}_B^N)^T \quad (3.61)$$

Pode ser demonstrado, segundo o procedimento apresentado em [2], que:

$$\underline{C}_B^N (\underline{\delta\Omega}_{IB}^B) (\underline{C}_B^N)^T = \underline{C}_B^N (\underline{\delta w}_{IB}^B)_X \quad (3.62)$$

sendo:

$(\underline{\delta w}_{IB}^B)_X$: a forma *skew-symmetric* de $\underline{\delta w}_{IB}^B$;

$$\underline{\delta w}_{IB}^B = \underline{\delta w}^B = \begin{bmatrix} \delta_{wx} \\ \delta_{wy} \\ \delta_{wz} \end{bmatrix};$$

$\delta_{wx}, \delta_{wy}, \delta_{wz}$: erro na medida dos giroscópios X, Y e Z.

Portanto, a equação de propagação do desalinhamento em atitude é dada por:

$$\underline{\dot{e}} = -\underline{C}_B^N \underline{\delta w}^B \quad (3.63)$$

A equação de propagação do erro em velocidade é obtida derivando-se a equação

(3.52):

$$\underline{\dot{\delta}}_v^N = \underline{\dot{\hat{v}}}^N - \underline{\dot{v}}^N$$

A partir de (3.21), obtém-se:

$$\underline{\dot{\delta}}_v^N = \underline{\hat{C}}_B^N \underline{\hat{a}}^B + \underline{\hat{G}}^N - \underline{C}_B^N \underline{a}^B - \underline{G}^N \quad (3.64)$$

Substituindo (3.53) em (3.64), tem-se:

$$\underline{\dot{\delta}}_v^N = (\underline{I} - \underline{E}^N) \underline{C}_B^N \underline{\hat{a}}^B + \underline{\hat{G}}^N - \underline{C}_B^N \underline{a}^B - \underline{G}^N$$

$$\underline{\dot{\delta}}_v^N = \underline{C}_B^N \underline{\hat{a}}^B - \underline{E}^N \underline{C}_B^N \underline{\hat{a}}^B + \underline{\hat{G}}^N - \underline{C}_B^N \underline{a}^B - \underline{G}^N$$

$$\dot{\underline{\delta}}_v^N = -\underline{E}^N \hat{\underline{a}}^N + \underline{C}_B^N \underline{\delta}_a^B + \underline{\delta}_G^N \quad (3.65)$$

sendo:

$$\underline{\delta}_a^B = \hat{\underline{a}}^B - \underline{a}^B = \begin{bmatrix} \delta_{ax} \\ \delta_{ay} \\ \delta_{az} \end{bmatrix};$$

$\delta_{ax}, \delta_{ay}, \delta_{az}$: erro na medida dos acelerômetros X, Y e Z;

$$\underline{\delta}_G^N = \hat{\underline{G}}^N - \underline{G}^N.$$

Assumindo que $\underline{\delta}_G^N$ é da ordem de 0.01mg [30], a partir da resolução dos acelerômetros, a equação (3.65) pode ser rescrita como:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{\delta}}_v^N &= -\underline{E}^N \hat{\underline{a}}^N + \underline{C}_B^N \underline{\delta}_a^B \\ \dot{\underline{\delta}}_v^N &= -\underline{e}^N \times \hat{\underline{a}}^N + \underline{C}_B^N \underline{\delta}_a^B \\ \dot{\underline{\delta}}_v^N &= \hat{\underline{a}}^N \times \underline{e}^N + \underline{C}_B^N \underline{\delta}_a^B \\ \dot{\underline{\delta}}_v^N &= \hat{\underline{A}}_X^N \underline{e}^N + \underline{C}_B^N \underline{\delta}_a^B \end{aligned} \quad (3.66)$$

sendo:

$$\hat{\underline{A}}_X^N = \begin{bmatrix} 0 & -\hat{a}_D & \hat{a}_E \\ \hat{a}_D & 0 & -\hat{a}_N \\ -\hat{a}_E & \hat{a}_N & 0 \end{bmatrix} : \text{forma } skew\text{-symmetric} \text{ do vetor } \hat{\underline{a}}^N.$$

A equação de propagação do erro em posição pode ser obtida a partir das derivadas parciais [2]:

$$\dot{\underline{\delta}}_r^N = \underline{A}_{rr} \underline{\delta}_r^N + \underline{A}_{rv} \underline{\delta}_v^N \quad (3.67)$$

sendo:

$$\underline{A}_{rr} = \begin{bmatrix} \frac{\partial i}{\partial l} & \frac{\partial i}{\partial L} & \frac{\partial i}{\partial H} \\ \frac{\partial \dot{l}}{\partial \dot{L}} & \frac{\partial \dot{l}}{\partial \dot{L}} & \frac{\partial \dot{l}}{\partial \dot{H}} \\ \frac{\partial \dot{H}}{\partial \dot{l}} & \frac{\partial \dot{H}}{\partial \dot{L}} & \frac{\partial \dot{H}}{\partial \dot{H}} \\ \frac{\partial l}{\partial l} & \frac{\partial l}{\partial L} & \frac{\partial l}{\partial H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{-v_N}{(R+H)^2} \\ \frac{v_E \text{sen}(l)}{(R+H) \cos^2(l)} & 0 & \frac{-v_E}{(R+H)^2 \cos(l)} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\underline{A}_{rv} = \begin{bmatrix} \frac{\partial i}{\partial v_N} & \frac{\partial i}{\partial v_E} & \frac{\partial i}{\partial v_D} \\ \frac{\partial \dot{l}}{\partial \dot{v}_N} & \frac{\partial \dot{l}}{\partial \dot{v}_E} & \frac{\partial \dot{l}}{\partial \dot{v}_D} \\ \frac{\partial \dot{H}}{\partial \dot{v}_N} & \frac{\partial \dot{H}}{\partial \dot{v}_E} & \frac{\partial \dot{H}}{\partial \dot{v}_D} \\ \frac{\partial v_N}{\partial v_N} & \frac{\partial v_E}{\partial v_E} & \frac{\partial v_D}{\partial v_D} \end{bmatrix} = \underline{M}.$$

De forma análoga, a equação de propagação do erro em atitude é dada por:

$$\underline{\dot{\delta}}_{\theta} = \underline{A}_{\theta\theta} \underline{\delta}_{\theta} + \underline{A}_{\theta v} \underline{\delta w}_{IB}^B \quad (3.68)$$

sendo:

$$\underline{A}_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial \alpha} & \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial \beta} & \frac{\partial \dot{\alpha}}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial \alpha} & \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial \beta} & \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial \alpha} & \frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial \beta} & \frac{\partial \dot{\gamma}}{\partial \gamma} \end{bmatrix};$$

$$\underline{A}_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} c(\alpha) \tan(\beta) w_y - s(\alpha) \tan(\beta) w_z & s(\alpha) \sec^2(\beta) w_y + c(\alpha) \sec^2(\beta) w_z & 0 \\ -s(\alpha) w_y - c(\alpha) w_z & 0 & 0 \\ \frac{c(\alpha)}{c(\beta)} w_y - \frac{s(\alpha)}{c(\beta)} w_z & s(\alpha) \sec(\beta) \tan(\beta) w_y + c(\alpha) \sec(\beta) \tan(\beta) w_z & 0 \end{bmatrix};$$

$$\underline{A}_{\theta v} = \begin{bmatrix} 1 & \text{sen}(\alpha) \tan(\beta) & \text{cos}(\alpha) \tan(\beta) \\ 0 & \text{cos}(\alpha) & -\text{sen}(\alpha) \\ 0 & \frac{\text{sen}(\alpha)}{\text{cos}(\beta)} & \frac{\text{cos}(\alpha)}{\text{cos}(\beta)} \end{bmatrix};$$

w_y, w_z : medidas dos giroscópios Y e Z.

4 - Filtragem com transformada *wavelet*

4.1 - Introdução

Outro grande problema associado à utilização de SNI-IMU-MEMS é o alto nível de ruído na medida dos sensores. Este ruído, além de tornar difícil uma modelagem adequada dos componentes de *bias*_instabilidade, pode fazer com que, nos períodos entre as atualizações dos auxílios (no caso do GPS, 1 segundo), os parâmetros determinados pelo SNI apresentem erros que venham a degradar o desempenho do sistema integrado [34]. Portanto, o componente de ruído deve ser removido ou atenuado por algum processo eficiente de filtragem. Nesse capítulo, é apresentada a decomposição em múltiplos níveis com transformada *wavelet* como técnica para efetuar a filtragem ou a remoção do ruído (*de-noising*) das medidas dos sensores inerciais.

4.2 - Transformada *wavelet*

Uma das ferramentas mais conhecidas em processamento de sinais é a transformada de Fourier, que decompõe um sinal em seus componentes de frequência. Esta ferramenta executa uma transformação na representação do sinal, originariamente no domínio do tempo, para uma representação em frequência. A transformada de Fourier apresenta um inconveniente: na transformação para o domínio da frequência, a informação de tempo é perdida, ou seja, quando se observa a transformada de Fourier de um sinal, não é possível observar o instante de ocorrência de um determinado evento.

Uma evolução dessa ferramenta é a transformada *wavelet* contínua (TWC). A TWC de um sinal $x(t)$ é definida como o produto interno do sinal com uma família de funções (*wavelets*) $\psi_{a,k}(t)$ [35]:

$$X_{a,k}^C = \langle x(t) \psi_{a,k}(t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \psi_{a,k}(t) dt \quad (4.1)$$

sendo $\psi_{a,k}(t)$ a versão escalonada e deslocada da função (*wavelet*) original $\psi(t)$.

$$\psi_{a,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-k}{a}\right) \quad (4.2)$$

Diferentemente das funções seno e cosseno, aplicadas na transformada de Fourier, uma *wavelet* é uma forma de onda de duração limitada, irregular e assimétrica, mas que também possui valor médio igual a zero. As condições acima são satisfeitas se [35]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (4.3)$$

Na Figura 4.1 são apresentadas algumas *wavelets*.

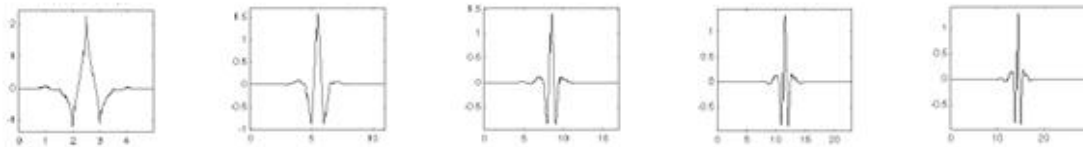
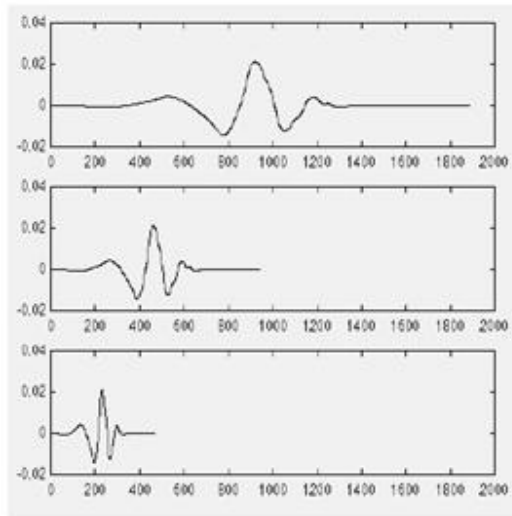


Figura 4.1 – Amostras de funções *wavelets*.

A escala de uma *wavelet* define sua expansão ou compressão. Pode ser observado na Figura 4.2, que para $a > 1$ a função sofre uma expansão, para $a < 1$ ocorre uma compressão do sinal.



$$f(t) = \psi(t) ; a = 1$$

$$f(t) = \psi(2t) ; a = \frac{1}{2}$$

$$f(t) = \psi(4t) ; a = \frac{1}{4}$$

Figura 4.2 – Escalonamento de uma função *wavelet*.

Portanto, existe uma relação entre a escala e a frequência analisada pela transformada *wavelet*. Uma escala baixa causa uma compressão na *wavelet*, tornando observáveis detalhes que variam rapidamente no sinal original (frequências altas). Por outro lado, um parâmetro de escala alto faz com que a *wavelet* seja dilatada, permitindo que as características globais do sinal sejam analisadas (frequências baixas). O termo $1/\sqrt{a}$ na equação (4.2) é um parâmetro de normalização, que faz com que a energia do sinal transformado seja constante para todas as escalas [35].

O deslocamento de uma *wavelet* é definido como um atraso. O atraso de uma função $f(t)$ de um parâmetro k é representado por $f(t-k)$. O efeito do deslocamento é ilustrado na Figura 4.3.

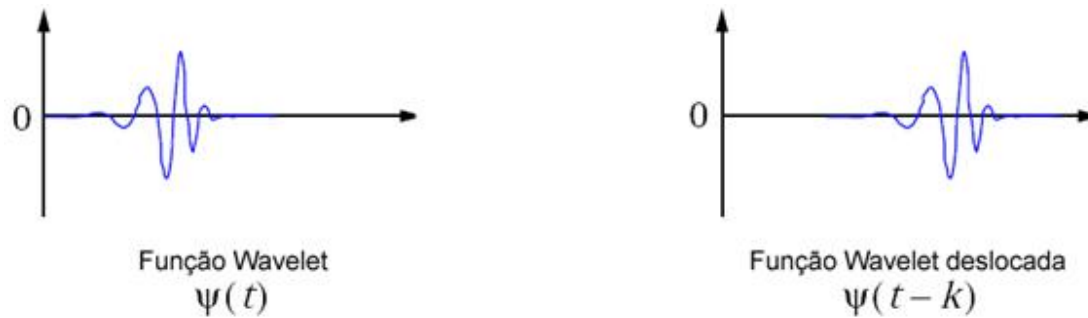


Figura 4.3 – Deslocamento de uma função *wavelet*.

Portanto, a TWC de um sinal no domínio do tempo $x(t)$ é definida como as projeções desse sinal na família de funções $\psi_{a,k}(t)$, resultando em um conjunto de coeficientes $X_{a,k}^C$ dependentes do parâmetro de escala a e do parâmetro de deslocamento k . Os coeficientes resultantes da TWC, obtidos em diferentes escalas e deslocamentos, podem ser considerados como uma medida da correlação entre o sinal $x(t)$ e a *wavelet* escalonada e deslocada $\psi_{a,k}(t)$ [35].

A determinação dos coeficientes tem início com a escolha de uma *wavelet*. Em seguida é determinada a escala que possa detectar a maior frequência existente no sinal a ser analisado. A *wavelet* é então deslocada ao longo do tempo até o término do sinal. A próxima etapa consiste no incremento da escala ($a = a + \Delta a$) e na repetição do deslocamento no tempo. O processo é repetido até um valor máximo pré-definido para a escala.

4.3 - Transformada *wavelet* discreta (TWD)

Quando os sinais que devem ser processados são sequências discretas no tempo, é utilizada a transformada *wavelet* discreta (TWD). A TWD é definida a partir da discretização dos parâmetros escala e deslocamento. A forma mais eficiente para discretizar esses parâmetros é representá-los como potências de dois [35]:

$$a = 2^n$$

$$k = m 2^n$$

Dessa forma, a TWD é definida como:

$$X_{n,m}^D = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_i x[i] \psi\left[\frac{i}{2^n} - m\right] \quad (4.4)$$

4.4 - Transformada *wavelet* discreta inversa (TWDI)

A equação (4.4) mostra como uma seqüência discreta no tempo $x[n]$ pode ser decomposta em coeficientes $X_{n,m}^D$, que indicam a correlação da seqüência com versões escalonadas e deslocadas de uma determinada forma de onda (*wavelet*). Este processo é denominado decomposição ou análise. Estes coeficientes podem ser combinados, de forma que a seqüência original possa ser obtida sem perda de informação, processo que é denominado reconstrução ou síntese. Esta reconstrução é obtida através da transformada *wavelet* discreta inversa (TWDI), definida como [35]:

$$x[i] = \sum_n \sum_m X_{n,m}^D \psi_{n,m}[i] \quad (4.5)$$

4.5 - Implementação da TWD (Decomposição em múltiplos níveis)

Para a implementação da TWD, a seqüência original $x[n]$ é processada por dois filtros complementares, um passa-baixas e outro passa-altas como ilustrado na Figura 4.4 [35].

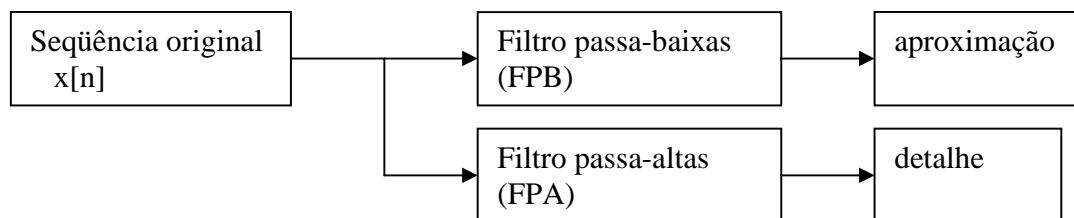


Figura 4.4 – Implementação da TWD.

No caso específico dos sinais fornecidos pelos sensores inerciais, a informação está contida nos componentes de baixa frequência, enquanto que os componentes de alta frequência são constituídos basicamente por ruído. Portanto, os componentes de baixa frequência são uma boa aproximação do sinal original, e os componentes de alta frequência fornecem apenas detalhes. Adotando a terminologia da transformada *wavelet*, os componentes de baixa frequência são chamadas de aproximação, e os de alta frequência de detalhe.

A partir do Teorema de Nyquist, dada uma seqüência discreta no tempo $x[n]$, obtida a partir da amostragem de um sinal contínuo no tempo com frequência de amostragem f_a , o maior componente de frequência que $x[n]$ pode representar é $f_a/2$. Portanto, se a TWD é aplicada a um sinal discreto com frequência de amostragem f_a , a frequência de corte dos filtros FPB e FPA é $f_a/4$. Ou seja, a aproximação irá representar as frequências abaixo de $f_a/4$, e o detalhe as componentes com frequências entre $f_a/4$ e $f_a/2$.

A aproximação pode ser decomposta usando-se o mesmo procedimento, sendo obtidos uma nova aproximação e um novo detalhe. Nesse caso, a aproximação irá conter componentes do sinal com frequências menores que $f_a/8$, e o detalhe os componentes com frequências entre $f_a/8$ e $f_a/4$.

Este procedimento pode ser aplicado repetidamente (decomposição em múltiplos níveis), sendo que em cada decomposição é obtida uma representação diferente para o sinal, conforme ilustrado na Figura 4.5.

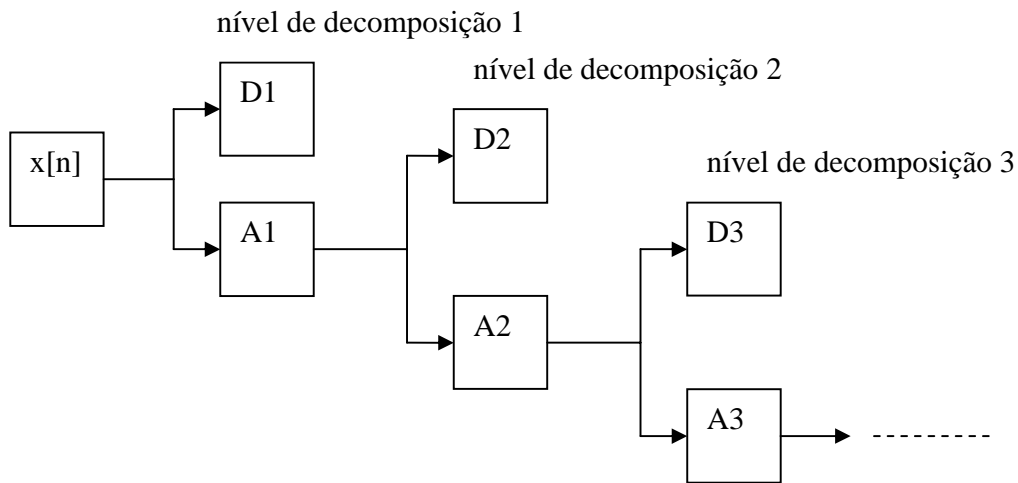


Figura 4.5 – Decomposição do sinal $x[n]$ em múltiplos níveis.

A partir da Figura anterior, é possível determinar as diferentes representações do sinal original para cada nível de decomposição (LOD):

$$LOD = 1 \Rightarrow x[n] = A1 + D1$$

$$LOD = 2 \Rightarrow x[n] = A2 + D2 + D1$$

$$LOD = 3 \Rightarrow x[n] = A3 + D3 + D2 + D1$$

4.6 - Filtragem com transformada *wavelet*

Uma das possíveis aplicações da TWD é a filtragem de uma seqüência $x[n]$. Este procedimento é executado em duas etapas [1]:

- é selecionado um nível de decomposição (LOD) apropriado para a seqüência original;
- a partir da decomposição obtida com o LOD, a seqüência filtrada é obtida a partir da aplicação da TWDI, considerando-se apenas a aproximação, ou seja, fazendo-se com que os detalhes sejam zero.

O erro no sinal dos sensores inerciais apresenta um componente de baixa frequência, o *bias*_instabilidade, e um componente de alta frequência, o ruído. No caso dos sensores do tipo MEMS, o nível de ruído é tão elevado que mascara o componente de baixa frequência [1]. Isto pode ser verificado na Figura 4.6, onde são apresentadas duas sequências que representam o sinal de saída de um acelerômetro e um giro tipo MEMS.

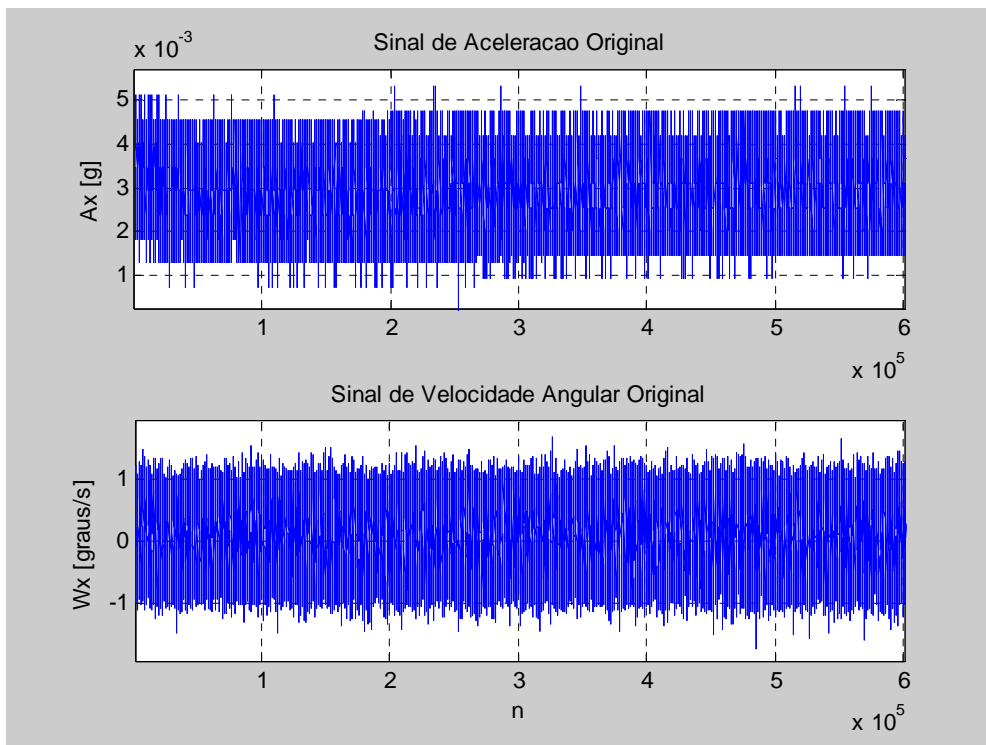


Figura 4.6 – Amostras dos sinais dos sensores inerciais tipo MEMS.

Para determinação do LOD, a TWD é aplicada repetidamente e, em cada decomposição, é calculado o desvio padrão da aproximação obtida. O LOD é determinado a partir do ponto em que o desvio padrão deixa de diminuir significativamente em função do nível de decomposição [1]. A Figura 4.7 ilustra o decaimento do desvio padrão da aproximação em função do nível de decomposição, para os sinais apresentados na Figura 4.6.

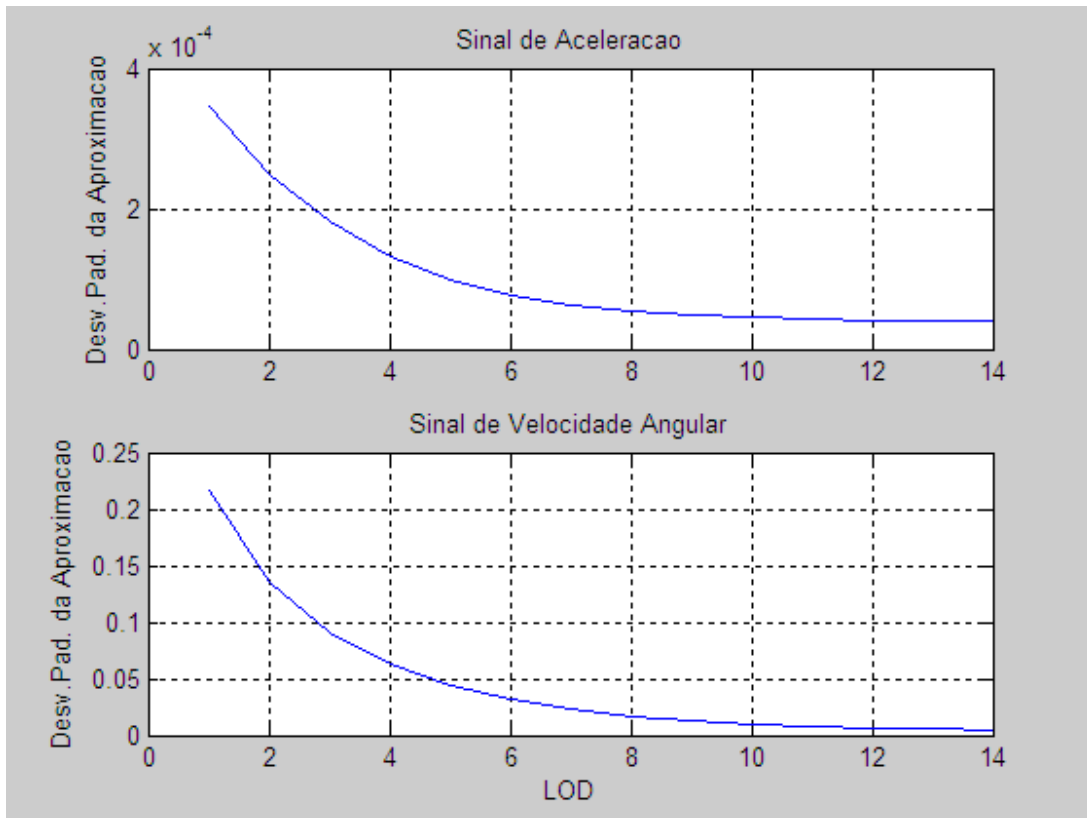


Figura 4.7 – Decaimento do desvio padrão em função do LOD

Com base na Figura 4.7 é difícil determinar o ponto exato em que o desvio padrão tende a estabilizar. Nesse caso, é estipulado que o LOD apropriado para o sinal de aceleração é 10, enquanto que para o sinal de velocidade angular é 12. O resultado da filtragem dos sinais da Figura 4.6, utilizando-se a transformada *wavelet* com os níveis de decomposição selecionados, é apresentado na Figura 4.8.

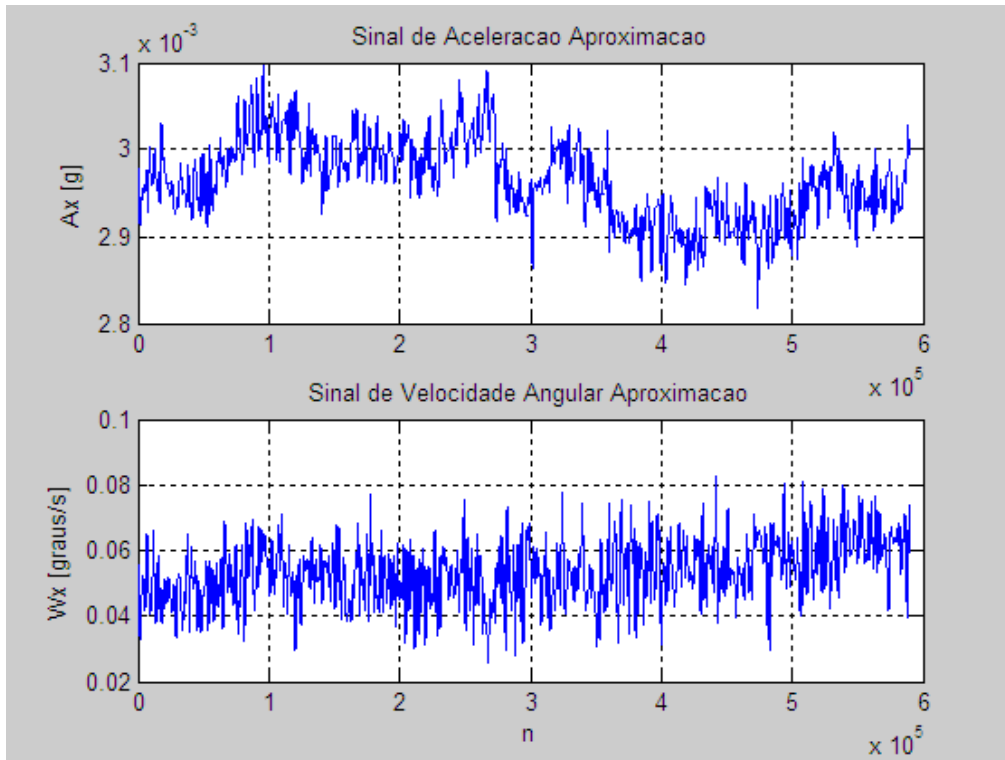


Figura 4.8 – Amostras dos sinais filtrados com TWD.

A partir dessa figura, fica claro que os componentes de alta frequência (ruído) foram atenuados nos sinais dos acelerômetros e giroscópios, tornando observável a componente de baixa frequência (*bias_instabilidade*).

A técnica apresentada para a remoção do componente de ruído é basicamente uma filtragem passa baixas, ou seja, apenas o conteúdo de alta frequência é removido. Um procedimento mais eficiente é obtido utilizando-se o conceito de limiar (*thresholding*).

4.7 - Remoção do ruído (*de-noising*) com transformada *wavelet*

O resultado da TWD é um conjunto de coeficientes que representam a correlação entre o sinal e as *wavelets* da transformação. A idéia básica para a remoção do ruído consiste em escolher quais coeficientes devem ser mantidos para preservar a informação do sinal (maior correlação), e remover os coeficientes associados à contribuição do ruído

(menor correlação). A partir de uma determinada decomposição do sinal, são eliminados os coeficientes menores que um determinado limiar α (baixa correlação) e a estimativa do sinal é obtida a partir da TWDI dos coeficientes restantes. Este procedimento remove qualquer ruído presente, mantendo a informação do sinal, independente da faixa de frequência [3].

O procedimento de remoção de ruído envolve a definição do limiar. A aplicação do limiar de remoção de ruído aos coeficientes é realizada normalmente de duas maneiras distintas. O modo mais simples é a aplicação do chamado limiar abrupto (*hard*), que simplesmente substitui os coeficientes menores que o limiar por zero. A equação abaixo representa essa aplicação [3]:

$$X_{n,m}^D = \begin{cases} X, & \text{se } |X| > \alpha \\ 0, & \text{se } |X| \leq \alpha \end{cases} \quad (4.6)$$

A aplicação de limiar suave (*soft*) é representada pela equação [3]:

$$X_{n,m}^D = \begin{cases} \text{sign}(X)(|X| - \alpha), & \text{se } |X| > \alpha \\ 0, & \text{se } |X| \leq \alpha \end{cases} \quad (4.7)$$

A aplicação do limiar definida em (4.7) evita a descontinuidade que a conformação abrupta impõe [3]. A Figura 4.9 ilustra a diferença entre as duas abordagens para a aplicação do limiar.

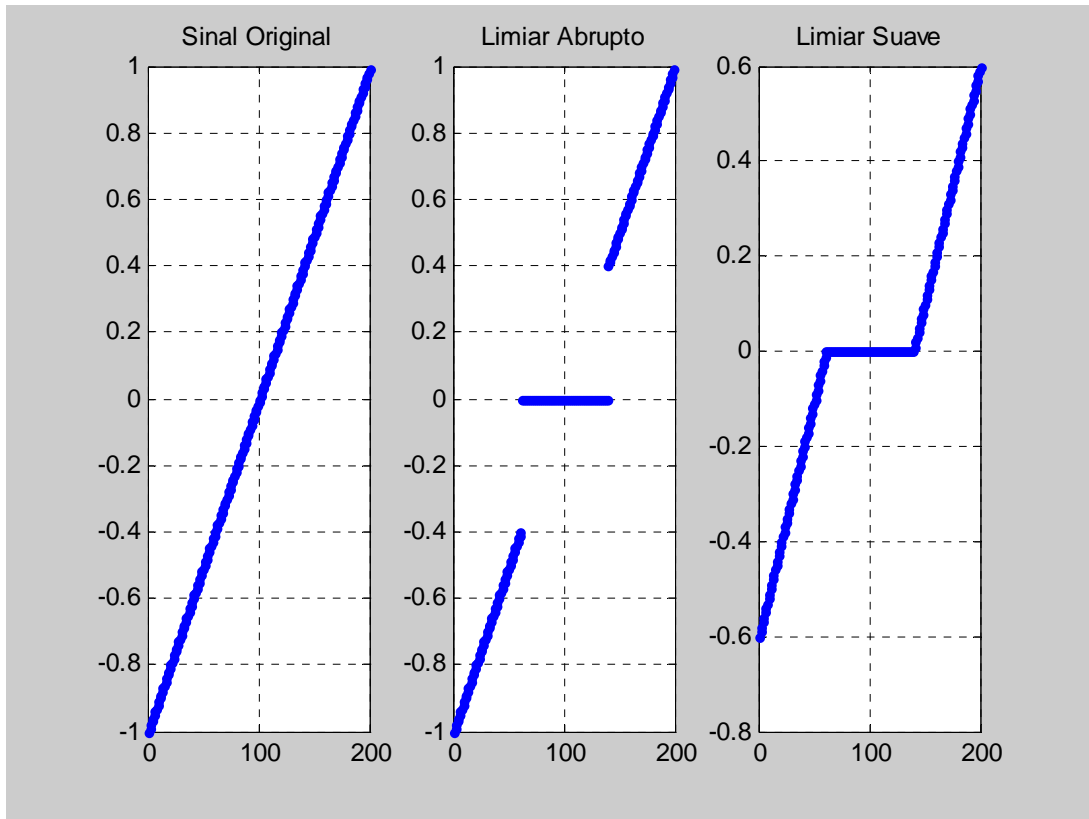


Figura 4.9 – Diferença entre aplicação de limiar abrupto e suave.

Para uma sequência $x[n]$ corrompida por ruído gaussiano de média nula, o limiar é dado por [3]:

$$\alpha = \sigma \sqrt{2 \log(n)} \quad (4.8)$$

sendo σ o desvio padrão do ruído, n o tamanho da sequência original, e \log logaritmo na base natural.

Para a análise do desempenho, o método de remoção de ruído descrito foi aplicado nos sinais de uma IMU-MEMS montada a bordo de um veículo de testes. Na Seção 4.6, a seleção do LOD para a decomposição do sinal dos sensores inerciais, a partir da aplicação da TWD, foi baseada apenas na variação do desvio padrão das aproximações. Este procedimento é válido apenas quando o veículo se encontra em

repouso [36]; pois, dependendo do LOD escolhido, podem ser eliminados componentes associados ao movimento do veículo. Para aplicações em que o veículo se encontra em movimento, o LOD é determinado a partir das frequências de corte dos filtros FPB utilizados na implementação da TWD [3].

Nesse trabalho, a frequência de amostragem dos sensores inerciais é de 50 Hz. Portanto, o maior componente de frequência que pode ser observado tem 25 Hz. A partir desses dados, é montada a Tabela 4.1 onde são apresentadas as frequências de corte dos filtros FPB em função do LOD.

Tabela 4.1 – Frequência de corte dos filtros FPB em função do LOD.

LOD	Frequência de Corte [Hz]
1	12,5
2	6,25
3	3,12
4	1,56
5	0,78

Nessa aplicação, o maior componente de frequência existente nos sinais dos sensores inerciais é de 3 Hz. Portanto, é adotado o LOD igual a 3. Para efeito de comparação, na Figura 4.10, são apresentados os sinais de aceleração (A_x) e velocidade angular (W_z) originais e com remoção de ruído. Em ambos os casos, foi utilizada a *wavelet Daubechies9 (db9)*.

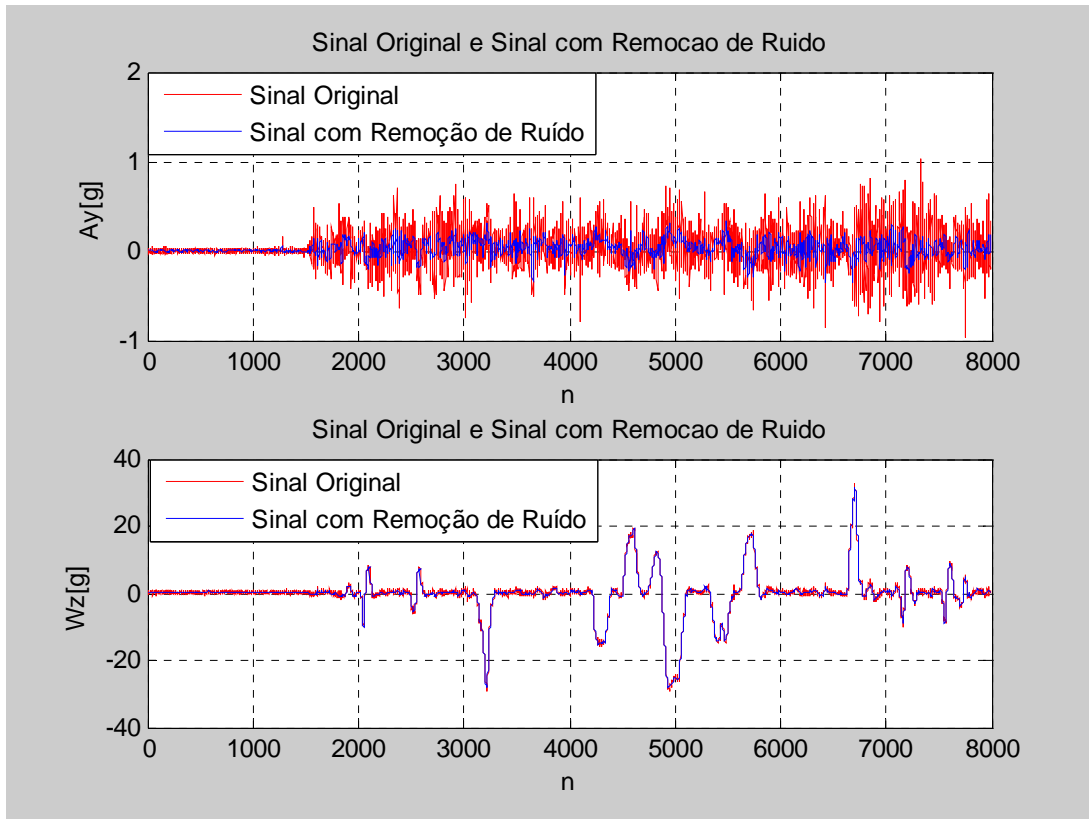


Figura 4.10 – Sinais de aceleração e velocidade angular com e sem a remoção de ruído.

A partir da Figura 4.10, fica claro que houve uma redução do nível de ruído no sinal de aceleração. Como o sinal de velocidade angular apresenta amplitudes da ordem de 30 graus/s, é difícil a observação da remoção do ruído. Portanto, na Figura 4.11 é apresentada uma observação pontual do sinal do giroscópio Z.

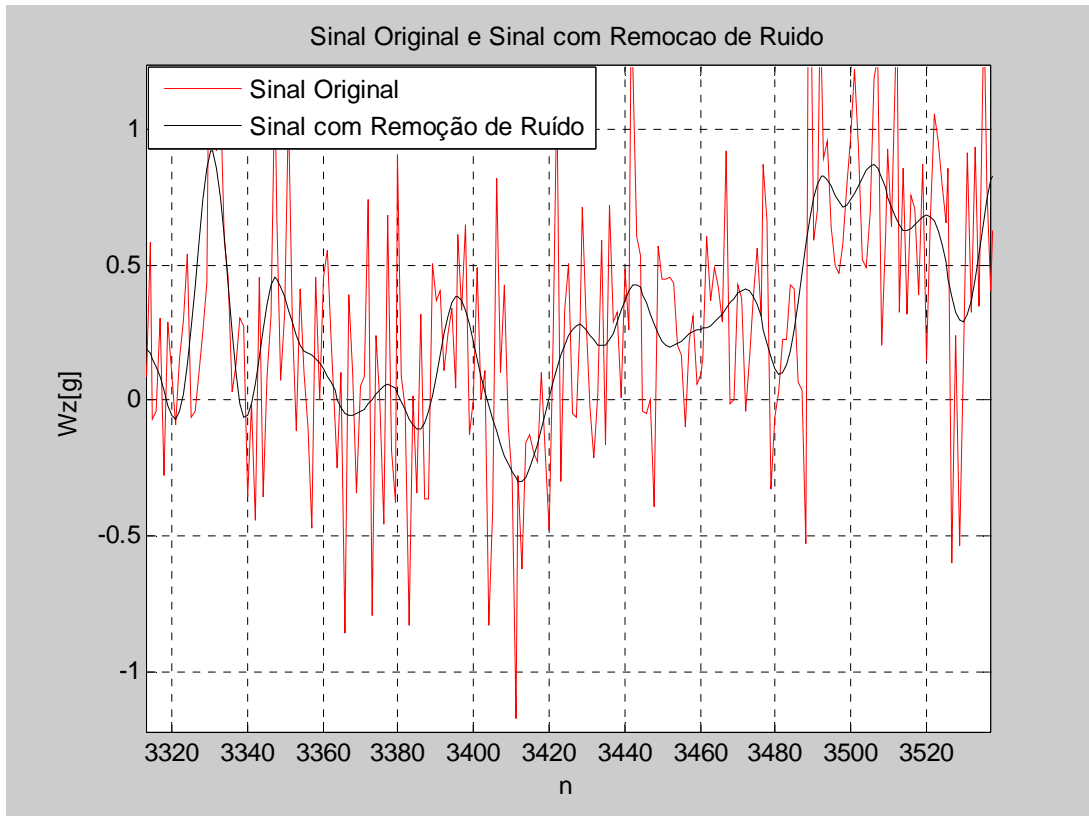


Figura 4.11 – Sinal de velocidade angular com e sem a remoção de ruído.

A partir da Figura 4.11, é observado que também houve uma redução do nível de ruído no sinal dos giroscópios.

4.8 - Seleção da *wavelet*

O método de seleção da *wavelet* é normalmente baseado na observação do sinal obtido. São realizadas simulações com as possíveis candidatas e, a partir dos resultados, são descartadas as *wavelets* que produziram sinais filtrados com alguma anomalia. Para ilustrar esse procedimento, na Figura 4.12, são apresentados os resultados da filtragem do sinal de aceleração utilizando-se as *wavelets Daubechies1* e *Daubechies9*.

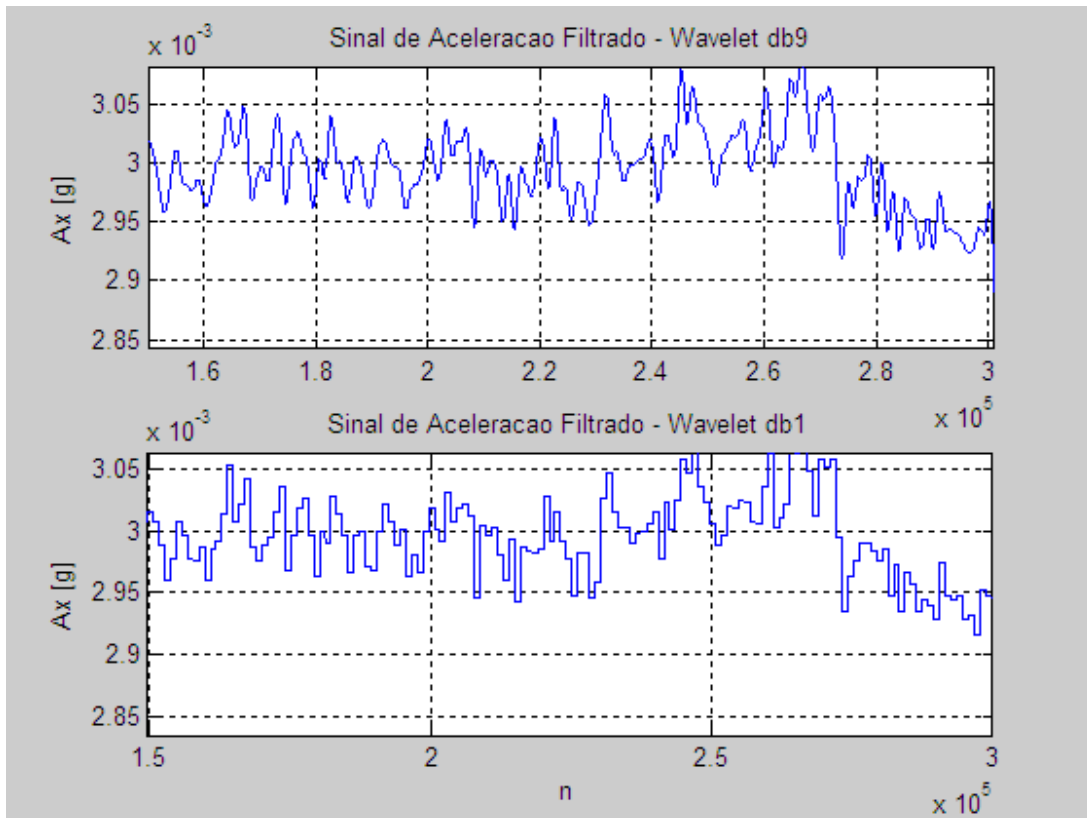


Figura 4.12 – Sinal de aceleração filtrado com as *wavelets db1* e *db9*.

É observado que o resultado obtido pela *wavelet db9* é melhor do que o obtido pela *db1*. Entretanto, quando se comparam os resultados obtidos por outras *wavelets*, a escolha não é tão evidente. Portanto, seria interessante a utilização de um procedimento de seleção a partir de um parâmetro quantitativo. Uma possibilidade é utilizar a simulação do algoritmo de navegação como ferramenta para seleção da *wavelet*. Podem ser realizadas simulações com o navegador integrado, tendo como dados de entrada os sinais de aceleração e velocidade angular filtrados, cujas TWD foram obtidas a partir das *wavelets* candidatas. Em cada simulação são determinados os erros médios quadráticos (RMS) para os dados de navegação obtidos. O parâmetro de seleção da *wavelet* passa a ser o valor RMS desses erros.

5 - Modelagem estocástica

5.1 - Introdução

Os quatro componentes do erro das medidas dos sensores inerciais recebem tratamentos diferentes. O *bias_offset* e o *bias_repetibilidade* são valores constantes e, uma vez estimados, a sua compensação é direta. O ruído pode ser eliminado ou, pelo menos, consideravelmente reduzido, através de um processo eficiente de filtragem, como a transformada *wavelet*. O tratamento do *bias_instabilidade* é mais elaborado. Esse componente deve ser estimado pelo Filtro de Kalman durante o período de navegação integrada. Portanto, um modelo estocástico que descreva adequadamente sua variação deve ser incorporado ao filtro. Além disto, durante os períodos de ausência dos auxílios (principalmente o GPS), o *bias_instabilidade* deixa de ser estimado, fazendo com que os erros nos dados fornecidos pelo SNI cresçam rapidamente com o tempo.

5.2 - Processos de Markov

Um processo estocástico estacionário $X(t)$ que tenha a função de autocorrelação (FAC) exponencial é chamado de processo de Markov de primeira ordem (MK1). A FAC desse processo é dada pela equação [8]:

$$R_X(\tau) = \sigma^2 e^{-\beta|\tau|} \quad (5.1)$$

sendo σ^2 a variância, e β o inverso da constante de tempo do processo. Esta função é ilustrada na Figura 5.1.

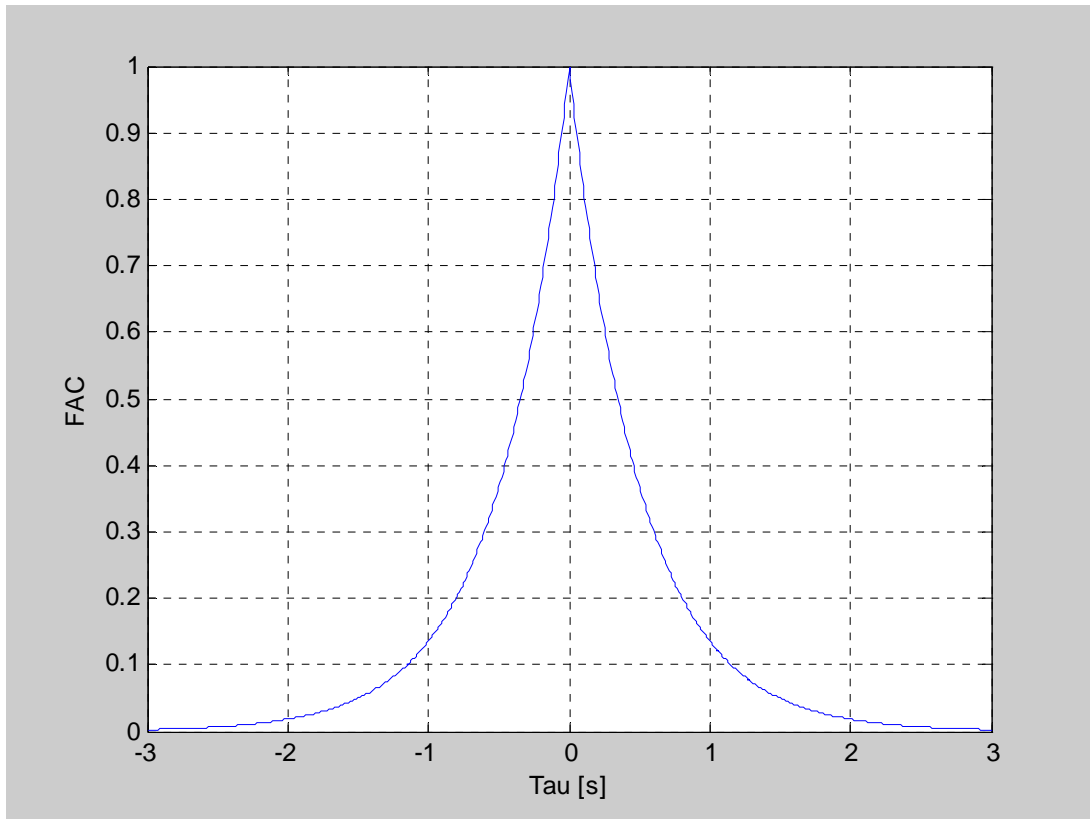


Figura 5.1 – FAC de um processo MK1.

Uma FAC exponencial indica que as amostras do processo tornam-se menos correlacionadas a medida que a distância temporal entre elas aumenta. No limite, quando τ tender a infinito, $R_x(\tau)$ tende a zero.

Um processo MK1 $M(t)$ pode ser representado por um sistema realimentado de primeira ordem cuja entrada é um ruído branco [8]. Esta representação é ilustrada no diagrama de blocos da Figura 5.2.

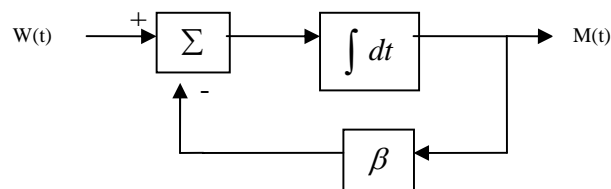


Figura 5.2 – Diagrama de blocos de um processo MK1.

A partir da Figura 5.2, a equação diferencial do processo é dada por:

$$\dot{M}(t) = -\beta M(t) + W(t) \quad (5.2)$$

sendo a sua forma discreta dada por:

$$M[k+1] = (1 - \beta \Delta t)M[k] + \Delta t W[k] \quad (5.3)$$

Em navegação inercial, os processos MK1 são amplamente utilizados para modelar os componentes de *bias_instabilidade* dos sensores inerciais [1]. Além de descreverem com razoável exatidão o comportamento desses componentes, esses processos apresentam uma descrição matemática relativamente simples, o que torna fácil a implementação dos modelos. Entretanto, as funções de autocorrelação estimadas dos *bias_instabilidade* dos sensores inerciais do tipo MEMS utilizados nesse trabalho apresentam características distintas da FAC apresentada na Figura 5.1. Isto pode ser verificado na Figura 5.3.

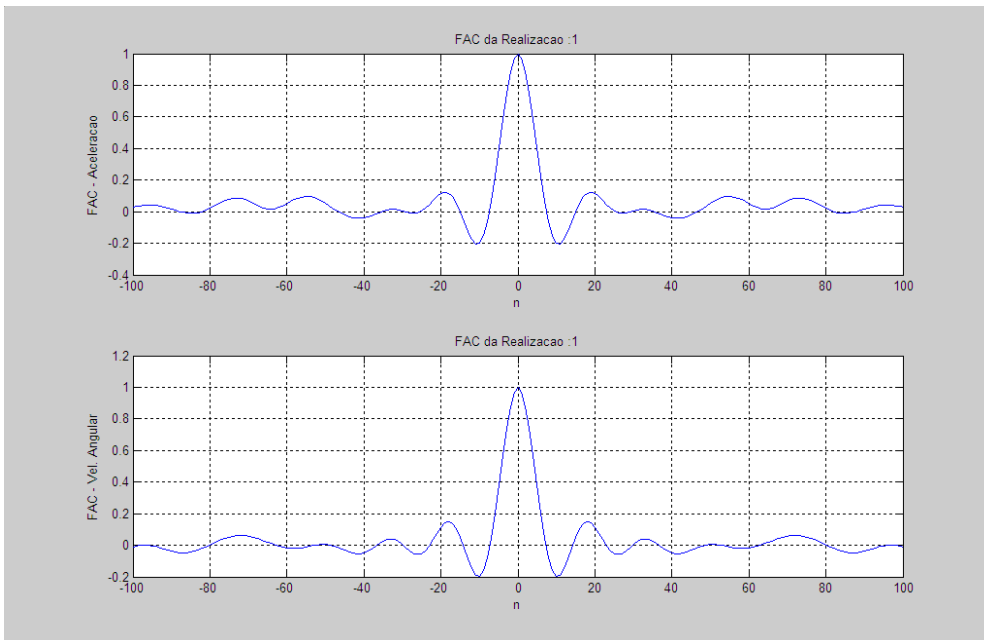


Figura 5.3 – FAC dos sinais de aceleração e velocidade angular dos sensores MEMS.

Estimativas com características semelhantes foram obtidos em [40], onde ensaios com a IMU mostraram um ganho entre 15% e 35% no desempenho do navegador, quando modelos de ordem mais elevadas foram usados. Estes resultados comprovam a necessidade de utilização de modelos mais elaborados para caracterização dos componentes de *bias*_instabilidade dos sensores MEMS.

5.3 - Variância de Allan

A Variância (ou Desvio) de Allan é uma técnica de análise de sinais no domínio do tempo originalmente desenvolvida para o estudo sobre a estabilidade da frequência de osciladores [41]. Este método é baseado na hipótese de que a incerteza de um sinal é causada pela ação de um conjunto de processos estocásticos básicos.

A partir de um gráfico de variância em função do intervalo de tempo de análise, é possível detectar os padrões que identificam alguns processos estocásticos, indicando a presença destes no sinal analisado. Tendo como base a formulação matemática da densidade espectral de potência de cada processo, são obtidas, do gráfico, as estimativas dos parâmetros dos modelos.

Este método tem sido adotado para caracterização do componente estocástico do erro de vários sensores inerciais [7]. Entretanto, a eficiência da análise está relacionada com o grau de conhecimento do princípio de funcionamento dos sensores.

A determinação da variância de Allan é um procedimento relativamente simples. A partir de uma amostra $X(t)$ de tamanho N cujos dados foram obtidos a cada t_a segundos, são formados grupos de tamanho τ , sendo:

$$\tau = t_a, 2t_a, \dots, kt_a, \text{ com } k < \frac{N}{2}.$$

Para um dado valor de τ , o valor médio de cada grupo é definido como:

$$\bar{X}(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_{t_k}^{t_k + \tau} X(t) dt \quad (5.4)$$

sendo t_k e $t_k + \tau$ os instantes inicial e final de cada grupo.

Define-se $\Delta x_i(\tau)$ como a diferença entre o valor médio de dois grupos consecutivos. Desta forma, tem-se:

$$\Delta x_i(\tau) = \bar{X}_{i+1}(\tau) - \bar{X}_i(\tau) \quad (5.5)$$

Para cada valor de τ , é obtido um conjunto de variáveis aleatórias $\Delta x_i(\tau)$. As características da variação desses dados é o que se deseja determinar.

A variância de Allan é definida como [42]:

$$\sigma_A^2(\tau) = \text{Var}[\Delta x_i(\tau)] \quad (5.6)$$

sendo sua estimativa dada pela equação [42]:

$$\hat{\sigma}_A^2(\tau) = \frac{1}{2(N-2n)} \sum_{i=1}^{N-2n} [\bar{X}_{i+1}(\tau) - \bar{X}_i(\tau)]^2 \quad (5.7)$$

onde n é o número de dados de cada grupo.

A variância de Allan é relacionada com a densidade espectral de potência dos processos estocásticos contidos no sinal original. Esta relação é definida por [42]:

$$\sigma_A^2(\tau) = 4 \int_0^{\infty} S_X(f) \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} df \quad (5.8)$$

onde $S_X(f)$ é a densidade espectral de potência (PSD) do processo estocástico $X(t)$.

A equação (5.8) é utilizada para identificar e estimar os processos estocásticos presentes no sinal original. Um processo estocástico comprovadamente presente na componente de erro dos sensores inerciais é o ruído branco $W(t)$. A PSD desse processo é descrita pela equação a seguir [8]:

$$S_w(f) = Q_w^2 \quad (5.9)$$

sendo Q_w^2 a variância do processo $W(t)$.

Substituindo-se a equação (5.9) em (5.8), tem-se:

$$\sigma_A^2(\tau) = 4 \int_0^{\infty} Q_w^2 \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} df \quad (5.10)$$

a partir da solução da integral na equação (5.10), obtém-se [42]:

$$\sigma_A^2(\tau) = \frac{Q_w^2}{\tau} \quad (5.11)$$

A equação (5.11) é a expressão da variância de Allan para o processo $W(t)$ (ruído branco). O desvio de Allan, definido como a raiz quadrada da variância, é dado por:

$$\sigma_A(\tau) = \frac{Q_w}{\sqrt{\tau}} \quad (5.12)$$

Aplicando o logaritmo nos dois lados da equação (5.12), tem-se:

$$\log(\sigma_A(\tau)) = \log(Q_w) - \frac{1}{2} \log(\tau) \quad (5.13)$$

A equação (5.13) define o padrão (ou assinatura) do desvio de Allan para um processo ruído branco. Como ilustrado na Figura 5.4, esse padrão é descrito por uma reta

com inclinação igual a $-\frac{1}{2}$.

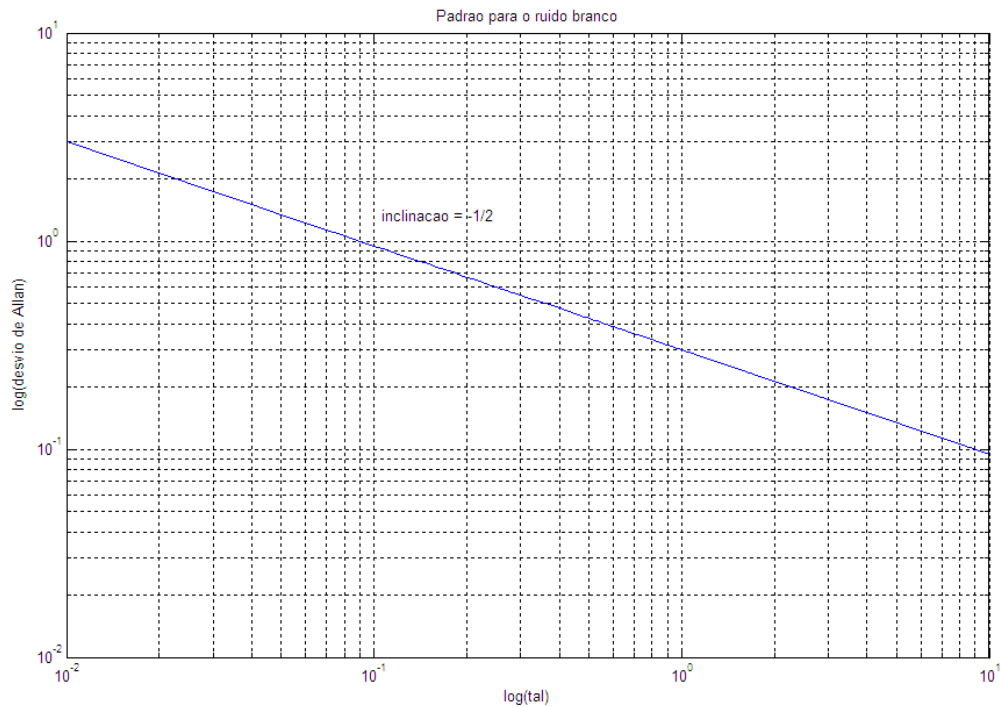


Figura 5.4 – Gráfico do desvio de Allan para o ruído branco.

O valor de Q_w^2 pode ser estimado a partir gráfico. Para $\tau = 1$ tem-se que $\log(\tau) = 0$.

Portanto de (5.13), obtém-se:

$$\log(\sigma_A(1)) = \log(Q_w) \quad (5.14)$$

logo, a estimativa de Q_w é dada por:

$$\hat{Q}_w = \log^{-1}(\log(\sigma_A(1))) \quad (5.15)$$

O mesmo procedimento pode ser adotado para determinação do padrão e estimação dos parâmetros de uma variedade de processos estocásticos [7].

Em geral, mais de uma classe de processos estocásticos podem ser encontrados em uma amostra. Devido às características dos processos, os diferentes padrões aparecem

em regiões distintas de τ , o que permite a identificação dos diferentes processos. Na Figura 5.5, retirada de [7], é apresentada a curva da variância de Allan contendo os padrões dos principais processos estocásticos encontrados na componente de erro dos giroscópios.

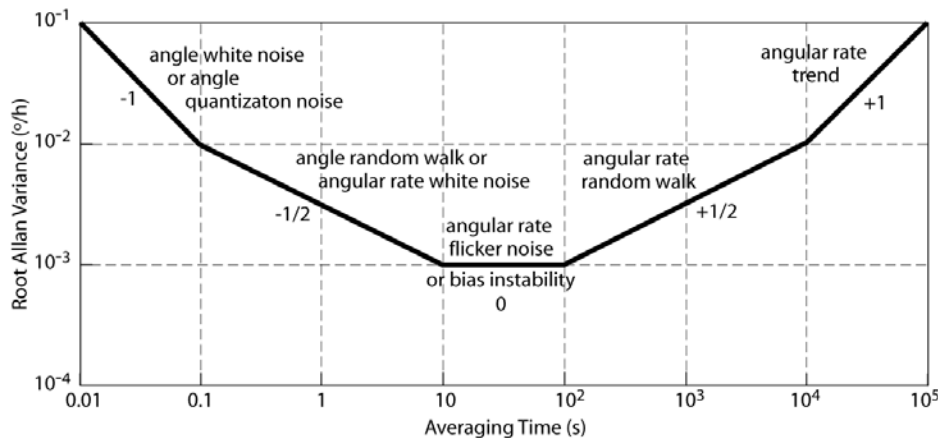


Figura 5.5 – Curva da variância de Allan para as componentes de erro de um giroscópio.

O gráfico com os padrões da curva da Variância de Allan para os processos normalmente encontrados nas componentes de erro dos acelerômetros é apresentado na Figura 5.6, também retirada de [7].

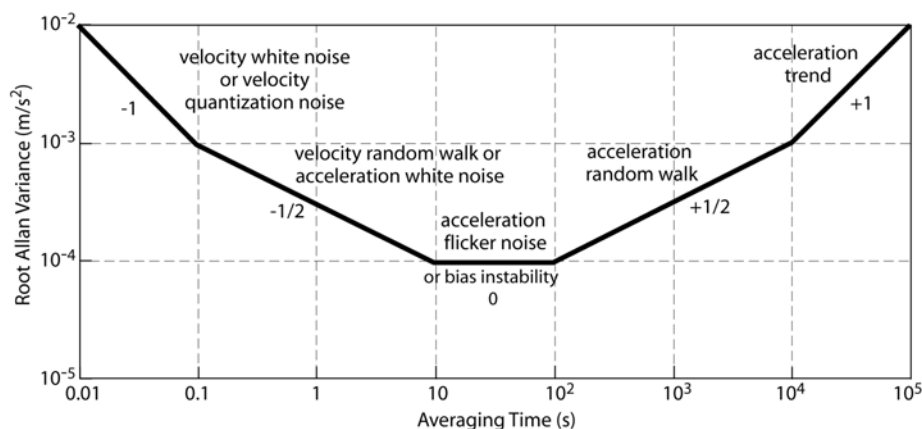


Figura 5.6 – Curva da variância de Allan para as componentes de erro de um acelerômetro.

Foram obtidos os gráficos da variância de Allan para os *bias*_instabilidade dos sensores inerciais MEMS utilizados nesse trabalho. Estes gráficos são apresentados na Figura 5.7.

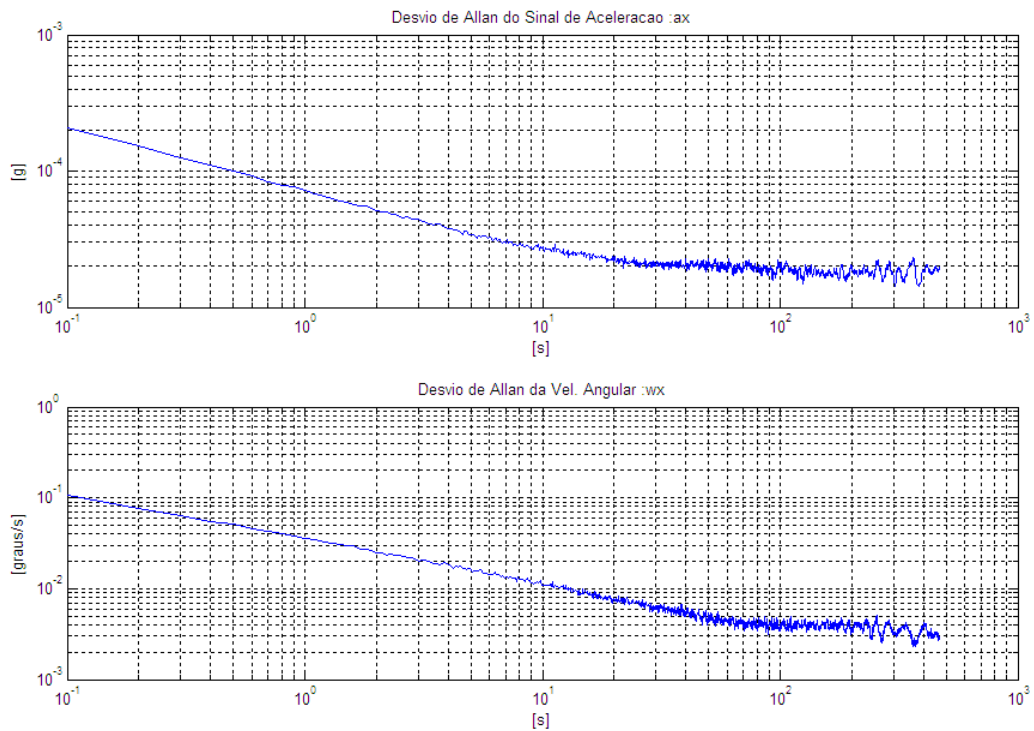


Figura 5.7 – Curva de Allan dos sensores MEMS.

Os gráficos apresentados na Figura 5.7 são compatíveis com os obtidos nas referências [9] e [46]. Nas curvas do desvio de Allan são identificados dois padrões; uma reta com inclinação de $-1/2$, que caracteriza um ruído branco, e uma reta paralela ao eixo horizontal, caracterizando uma variação em baixa frequência (*acceleration flicker noise*), que representam as componentes de ruído e *bias*_instabilidade dos sinais dos sensores inerciais.

5.4 - Modelos paramétricos

A metodologia de caracterização de processos estocásticos (ou séries temporais) a partir de modelos paramétricos é conhecida como abordagem de Box e Jenkins [47].

Nessa metodologia, é assumido que o processo estocástico é gerado a partir de um filtro linear discreto, cuja entrada é um ruído branco. Na Figura 5.8, $w[n]$ é um processo ruído branco com média nula. Portanto:

$$E[w[n]] = 0, \forall n; \quad (5.16)$$

$$E[w[i] w[j]] = \begin{cases} \sigma_w^2 & \text{para } i = j \\ 0 & \text{para } i \neq j \end{cases} \quad (5.17)$$

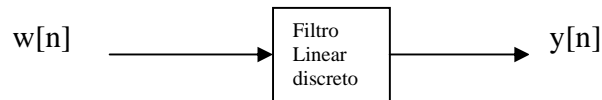


Figura 5.8 – Geração de uma série temporal a partir de um ruído branco.

A resposta do filtro à sequência de entrada $w[n]$ é dada por [48]:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k] w[n-k] = h[n] * w[n] \quad (5.18)$$

onde $h[n]$ é a resposta ao impulso do filtro, e $*$ o operador convolução linear. Aplicando-se a transformada-Z na equação (5.18), tem-se:

$$Y(z) = H(z) W(z) \quad (5.19)$$

sendo $Y(z)$ e $W(z)$ as transformadas-Z das sequências $y[n]$ e $w[n]$, e $H(z)$ a função de transferência do filtro, cuja forma algébrica é dada por [48]:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M q_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^N p_k z^{-k}} \quad (5.20)$$

Substituindo (5.20) em (5.19), obtém-se:

$$Y(z) \sum_{k=0}^N p_k z^{-k} = W(z) \sum_{k=0}^M q_k z^{-k} \quad (5.21)$$

Aplicando a transformada-Z inversa em (5.21), tem-se:

$$y[n] + p_1 y[n-1] + \dots + p_N y[n-N] = w[n] + q_1 w[n-1] + \dots + q_M y[n-M] \quad (5.22)$$

A equação (5.22) pode ser reescrita como:

$$y[n] + \sum_{k=1}^N a_k y[n-k] = w[n] + \sum_{k=1}^M b_k w[n-k] \quad (5.23)$$

A equação (5.23) é a representação matemática do modelo paramétrico ARMA(N,M), que é formado por um componente autoregressivo (*AutoRegressive*) de ordem N e por um componente de médias móveis (*Moving Average*) de ordem M. Variações desse modelo podem conter apenas o componente autoregressivo ou o componente de médias móveis. Os modelos AR(M) são formados apenas pela parte autoregressiva do modelo ARMA(M,N) original, sendo representados pela equação a seguir:

$$y[n] + \sum_{k=1}^N a_k y[n-k] = w[n] \quad (5.24)$$

De forma análoga, os modelos MA(M) contêm apenas o componente de médias móveis, e são descritos pela equação:

$$y[n] = w[n] + \sum_{k=1}^M b_k w[n-k] \quad (5.25)$$

A obtenção de um modelo paramétrico para uma dada série temporal (ou realização de um processo estocástico) é baseada em três fases. A primeira é a fase de identificação, onde, a partir dos dados da série, são determinados o modelo (ARMA, AR

ou MA) e a ordem (M e N). A seguir vem a fase de estimação, onde são obtidas as estimativas dos parâmetros do modelo identificado e da variância do ruído de entrada. Por fim, tem-se a fase de diagnóstico, na qual é verificado se o modelo ajustado é adequado. Caso o modelo não seja adequado, volta-se à fase de identificação. É comum que na fase de identificação, sejam obtidos mais de um modelo, os quais serão estimados e verificados. A escolha do melhor modelo pode seguir algum critério, como por exemplo, fornecer o menor erro quadrático de previsão.

Apesar de serem adotados em várias áreas, os modelos paramétricos não têm sido usados para descrever o componente estocástico do erro dos sensores inerciais. Nas referências [1], [40] e [51], os modelos AR foram utilizados para a caracterização do *bias*_instabilidade dos acelerômetros e dos giroscópios. Entretanto, não foi obedecida a sequência de execução das fases dessa metodologia (identificação, estimação e diagnóstico). A escolha do modelo AR foi baseada apenas na observação da função de autocorrelação. A ordem do processo foi estimada através de um procedimento iterativo. A partir do modelo AR(1), são estimados os parâmetros e a variância do ruído. A ordem do modelo é aumentada e uma nova estimação é realizada. Assumindo que o modelo é de ordem finita, à medida que a ordem estimada se aproxima da ordem real do modelo, a variância do ruído deixa de diminuir significativamente. Este procedimento foi aplicado na caracterização dos *bias*_instabilidade dos sensores em estudo nesse trabalho, e o resultado é apresentado na Figura 5.9.

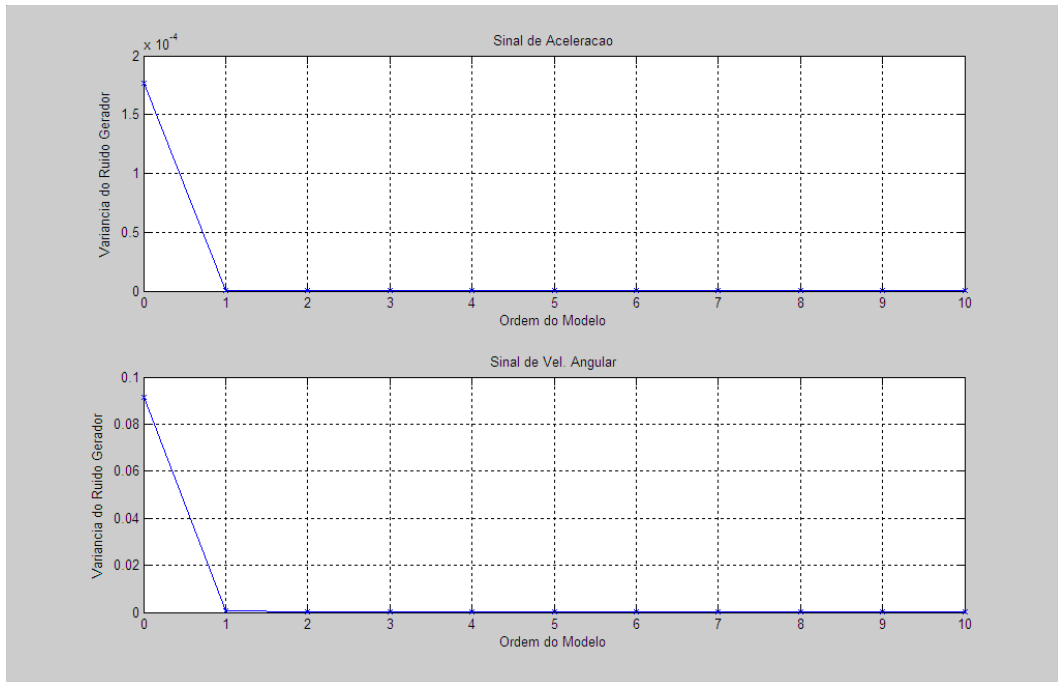


Figura 5.9 – Gráfico da variância do ruído gerador em função da ordem do modelo AR.

O gráfico da Figura 5.9 indica que o *bias_instabilidade* dos sensores inerciais pode ser modelado por processos AR de ordem 1. Entretanto, as oscilações apresentadas nas FACs da Figura 5.3 mostram que esses componentes devem ser modelados com modelos AR de ordem mais elevada. Para uma observação mais criteriosa, os dados do gráfico da Figura 5.9 são apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Dados do gráfico da Figura 5.9

Ordem do modelo AR	Variância do ruído gerador do sinal de aceleração	Variância do ruído gerador do sinal de vel. angular
1	$1,7757 \cdot 10^{-9}$	$4,5976 \cdot 10^{-4}$
2	$9,6750 \cdot 10^{-11}$	$2,3821 \cdot 10^{-5}$
3	$1,0706 \cdot 10^{-11}$	$2,7668 \cdot 10^{-6}$
4	$7,2071 \cdot 10^{-12}$	$1,8848 \cdot 10^{-6}$
5	$6,7756 \cdot 10^{-12}$	$1,7723 \cdot 10^{-6}$
6	$5,6584 \cdot 10^{-12}$	$1,4628 \cdot 10^{-6}$
7	$5,0276 \cdot 10^{-12}$	$1,3064 \cdot 10^{-6}$
8	$2,2056 \cdot 10^{-12}$	$5,4902 \cdot 10^{-7}$
9	$8,3723 \cdot 10^{-13}$	$2,0844 \cdot 10^{-7}$
10	$8,2671 \cdot 10^{-13}$	$2,0502 \cdot 10^{-7}$

A partir dos dados da Tabela 5.1, verifica-se que as variâncias dos ruídos geradores continuam diminuindo para ordens maiores do que 1. A não observação desse fato no gráfico da Figura 5.9 deve-se à escala adotada. Entretanto, a análise dos dados da Tabela 5.1 não permite a determinação exata da ordem do modelo, pois não é claro o ponto em que as variâncias deixam de diminuir significativamente. Portanto, para a determinação do modelo AR é apresentado um procedimento baseado em outro critério.

A partir de um determinado número (30) de amostras dos sinais, é estimada a FAC para cada uma das amostras. Desta forma, é possível obter estatísticas como a média

e a incerteza padrão (intervalo de $\pm 2\sigma$) para as FACs dos sinais de aceleração e velocidade angular. Estas estatísticas são apresentadas na Figura 5.10.

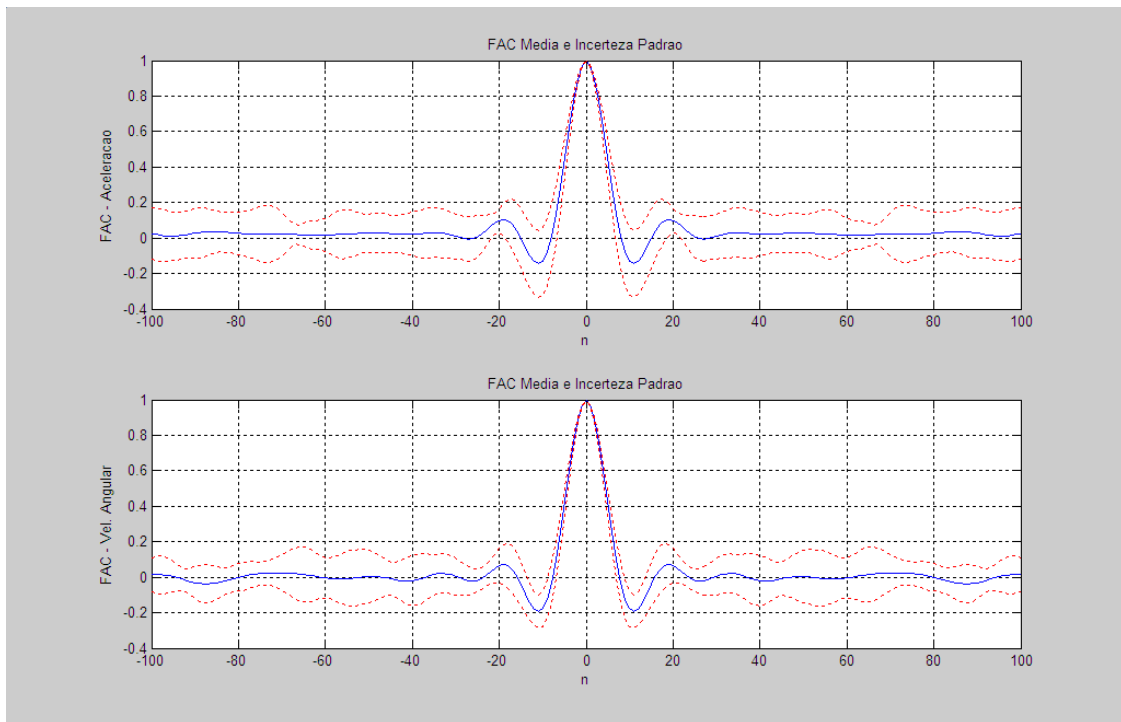


Figura 5.10 – FAC média e incerteza padrão para os sinais de aceleração e vel. angular.

O procedimento tem início a partir do modelo AR(1). Primeiramente, são estimados os parâmetros do modelo e a variância do ruído gerador. Em seguida, é gerada uma amostra com os parâmetros estimados para o modelo e é estimada a FAC dessa amostra. O critério de seleção do modelo é baseado nessa FAC: se ela apresentar a forma da FAC média das amostras, e todos os pontos permanecerem dentro da envoltória da incerteza padrão, o modelo é selecionado. Caso contrário, a ordem do modelo é incrementada e o procedimento é repetido.

Nas Figuras 5.11, 5.12 e 5.13 são apresentadas as envoltórias de incertezas para os sinais de aceleração e velocidade angular, e as FACs das amostras geradas a partir dos modelos AR(3), AR(4) e AR(5) respectivamente.

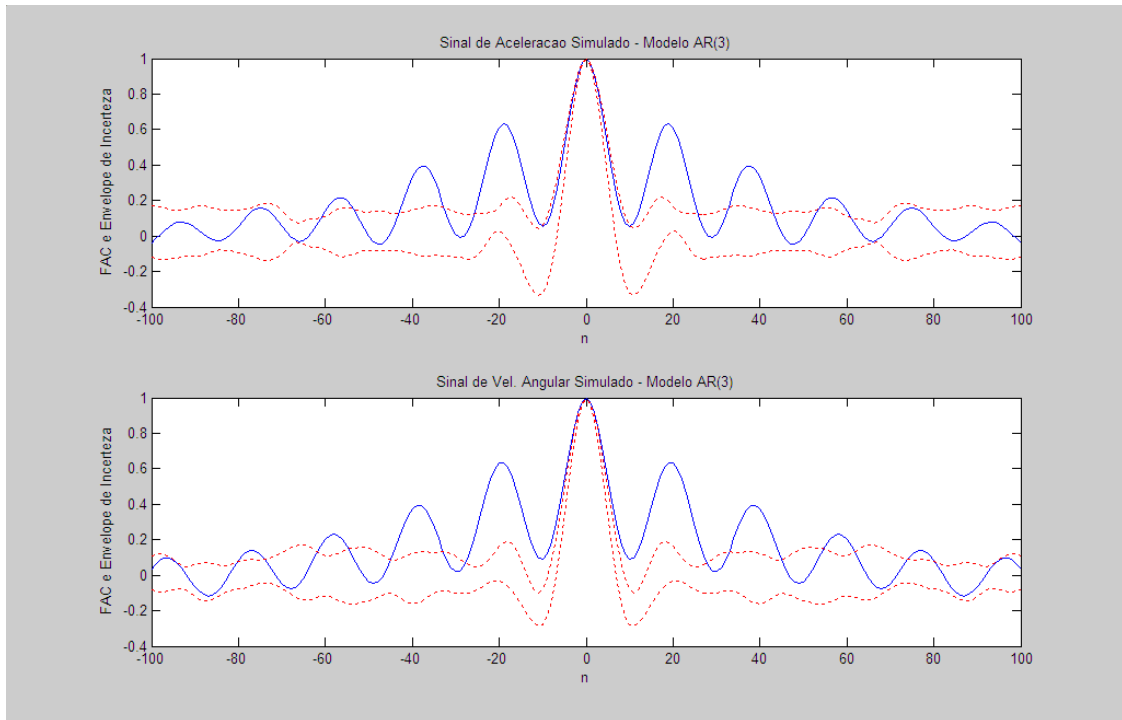


Figura 5.11 - Envoltória de incerteza FAC da amostra simulada do modelo AR(3).

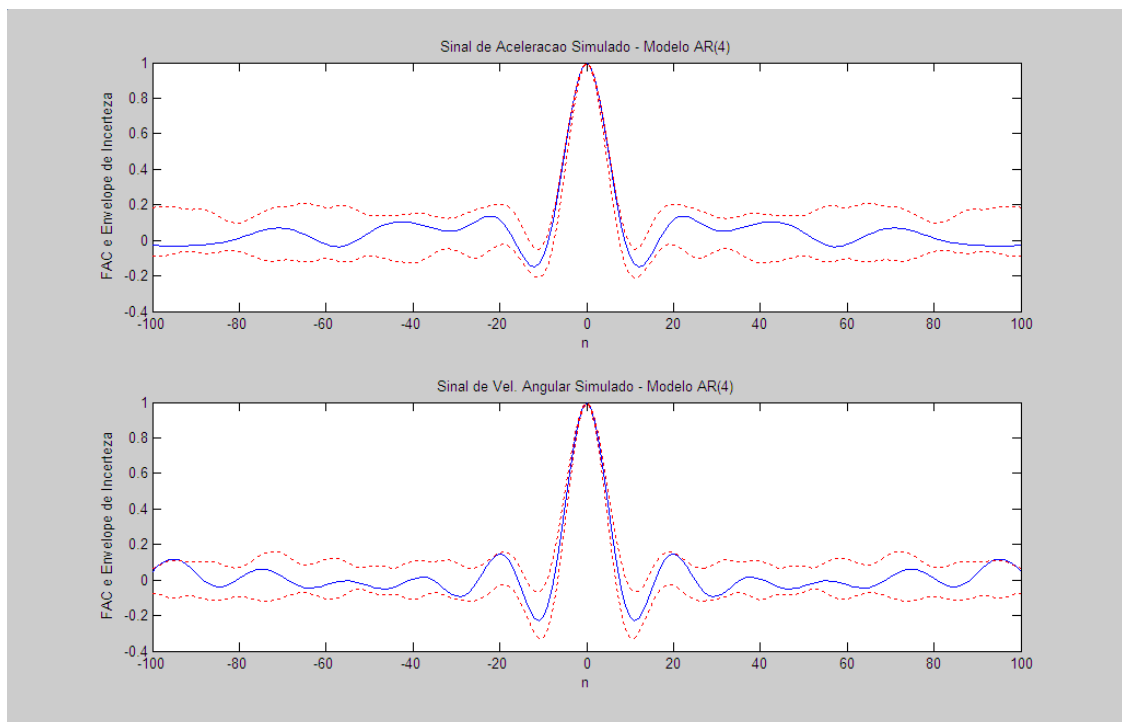


Figura 5.12 - Envoltória de incerteza FAC da amostra simulada do modelo AR(4).

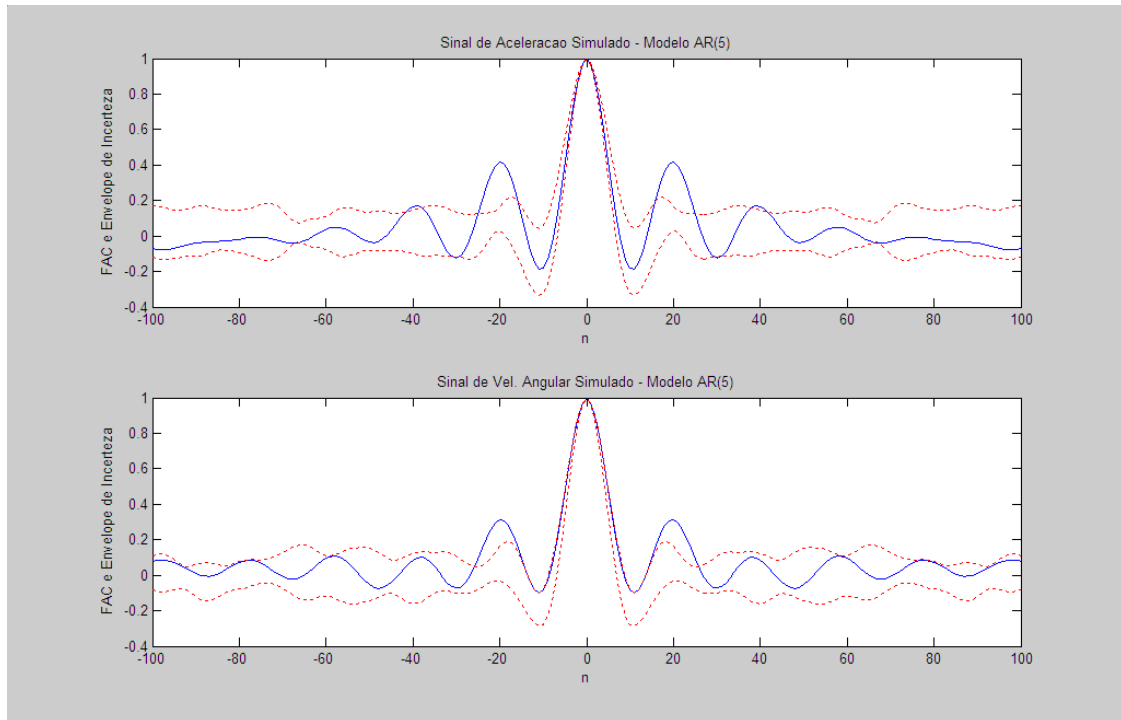


Figura 5.13 - Envoltória de incerteza FAC da amostra simulada do modelo AR(5).

Com base nos resultados do procedimento proposto, o modelo selecionado é o AR(4). Nesse caso, os componentes de *bias*_instabilidade dos acelerômetros b_a e dos giroscópios b_g são descritas pelas equações (5.26) e (5.27).

$$b_a[n] = a_1 b_a[n-1] + a_2 b_a[n-2] + a_3 b_a[n-3] + a_4 b_a[n-4] + w_a[n] \quad (5.26)$$

$$b_g[n] = b_1 b_g[n-1] + b_2 b_g[n-2] + b_3 b_g[n-3] + b_4 b_g[n-4] + w_g[n] \quad (5.27)$$

Para a estimação dos parâmetros foi utilizado o Método de Burg, que apresenta estimativas mais estáveis e mais exatas, quando comparadas com as de outros métodos [1].

6 - Inicialização de um SNI-IMU-MEMS

6.1 - Introdução

Em um SNI, são executados dois algoritmos básicos [52]:

- Algoritmo de Inicialização;
- Algoritmo de Navegação.

No algoritmo de navegação, as informações de aceleração e velocidade angular são integradas no tempo para se determinar a velocidade, a posição e a atitude do veículo. Antes deste algoritmo entrar em operação, os integradores de velocidade, de posição e de atitude devem ser inicializados. Este processo é chamado de Algoritmo de Inicialização. Para um SNI em repouso, os integradores de velocidade são inicializados com zero. Se a inicialização do SNI deve ser realizada em movimento, é necessária uma referência externa de velocidade. O mesmo ocorre com os parâmetros de posição, que podem ser inicializados a partir de uma referência externa (GPS).

A inicialização dos integradores da atitude consiste na determinação da orientação angular do referencial do corpo em relação ao referencial local. Se o veículo se encontra em repouso, essa informação pode ser obtida diretamente a partir dos sinais dos sensores do próprio SNI. Este processo é realizado em duas etapas. Primeiramente, os componentes da MTC entre o referencial local e o do corpo são obtidos a partir do conhecimento dos vetores aceleração da gravidade e velocidade angular da Terra. Como existem erros de medidas nos sinais dos sensores inerciais, essa primeira estimativa da MTC apresenta erros que são dependentes da qualidade dos sensores. Este processo é denominado Alinhamento Grosseiro. Para melhorar as estimativas dos elementos da MTC, é utilizado um modelo que descreve o erro na atitude do veículo em função dos

erros dos sensores inerciais. A partir desse modelo, utiliza-se a formulação de um Filtro de Kalman, de forma a se obter as estimativas dos erros na determinação da MTC. Este processo é denominado Alinhamento Fino.

No caso específico desse trabalho, utiliza-se a IMU400CD da Crossbow, que é composta por uma tríade de acelerômetros e uma tríade de giroscópios do tipo MEMS. Estes giroscópios, além de um alto nível de ruído e uma baixa exatidão nas mediadas, apresentam uma baixa capacidade de resolução (0,3 graus/s). Isto faz com que esses sensores não sejam capazes de medir as componentes da velocidade angular da Terra (0,004 graus/s). Desta forma, torna-se necessária a utilização de um auxílio externo para a inicialização do SNI.

6.2 - Alinhamento grosseiro

O vetor aceleração da gravidade (\underline{g}) é representado, no sistema de coordenadas local, como:

$$\underline{g}^N = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g_d \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

sendo:

g_d : componente vertical da aceleração da gravidade.

A transformação de coordenadas desse vetor para o referencial do corpo é descrita pela equação:

$$\underline{g}^B = \underline{C}_N^B \underline{g}^N \quad (6.2)$$

onde \underline{C}_N^B é a MTC do referencial local para o do corpo. Portanto, tem-se que:

$$\underline{C}_N^B = \left(\underline{C}_B^N\right)^{-1} = \left(\underline{C}_B^N\right)^T \quad (6.3)$$

Descrevendo \underline{C}_B^N em função dos seus elementos temos [2]:

$$\underline{C}_B^N = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

sendo:

$$c_{11} = \cos(\beta) \cos(\gamma);$$

$$c_{12} = -\cos(\alpha) \sin(\gamma) + \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma);$$

$$c_{13} = \sin(\alpha) \sin(\gamma) + \cos(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma);$$

$$c_{21} = \cos(\beta) \sin(\gamma);$$

$$c_{22} = \cos(\alpha) \cos(\gamma) + \sin(\alpha) \sin(\beta) \sin(\gamma);$$

$$c_{23} = -\sin(\alpha) \cos(\gamma) + \cos(\alpha) \sin(\beta) \sin(\gamma);$$

$$c_{31} = -\sin(\beta);$$

$$c_{32} = \sin(\alpha) \cos(\beta);$$

$$c_{33} = \cos(\alpha) \cos(\beta);$$

α : rotação em torno do eixo x (ângulo de roll);

β : rotação em torno do eixo y (ângulo de pitch);

γ : rotação em torno do eixo z (ângulo de heading).

Assumindo que o veículo se encontra em repouso, a medida da aceleração é descrita pela equação:

$$\underline{a}^B = \underline{C}_N^B \underline{g}^N \quad (6.5)$$

ou seja:

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{21} & c_{31} \\ c_{12} & c_{22} & c_{32} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g_d \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

sendo:

a_x, a_y, a_z : componentes da aceleração fornecidas pelos acelerômetros X, Y e Z;

Da equação (6.6), tem-se:

$$a_x = c_{31}(-g_d) \Rightarrow c_{31} = -\frac{a_x}{g_d} \quad (6.7)$$

$$a_y = c_{32}(-g_d) \Rightarrow c_{32} = -\frac{a_y}{g_d} \quad (6.8)$$

$$a_z = c_{33}(-g_d) \Rightarrow c_{33} = -\frac{a_z}{g_d} \quad (6.9)$$

A partir das estimativas dos elementos da MTC \underline{C}_B^N , as estimativas dos ângulos de *pitch* e *roll* do veículo podem ser determinadas:

$$c_{32} = \text{sen}(\alpha) \cos(\beta)$$

$$c_{33} = \cos(\alpha) \cos(\beta)$$

$$\frac{c_{32}}{c_{33}} = \tan(\alpha) \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{c_{32}}{c_{33}}\right) \quad (6.10)$$

$$c_{31} = -\text{sen}(\beta) \Rightarrow \beta = -\text{sen}^{-1}(c_{31}) \quad (6.11)$$

A estimativa inicial do ângulo de *heading* (γ) é obtida a partir da informação fornecida pelo auxílio externo, nesse caso uma bússola eletrônica. Desta forma:

$$\gamma = \gamma_{aux} \quad (6.12)$$

sendo:

γ_{aux} : informação de *heading* fornecido pelo auxílio externo.

6.3 - Alinhamento fino

Devido aos erros nos sinais dos sensores inerciais, a determinação da atitude do veículo, a partir do alinhamento grosseiro, apresenta erros. Para melhorar essas estimativas, é proposta a utilização de um Filtro de Kalman. A Figura 4.1 apresenta o diagrama em blocos do algoritmo proposto.

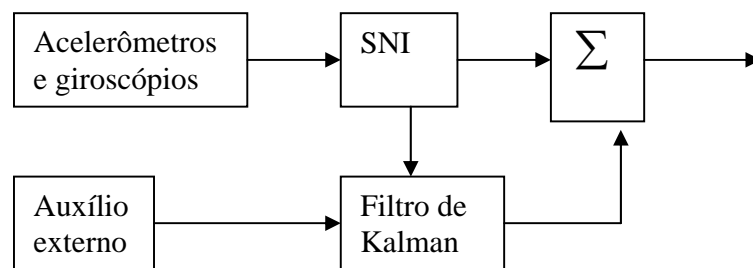


Figura 6.1 – Diagrama em blocos do algoritmo do alinhamento fino.

Os acelerômetros fornecem a medida da aceleração do veículo $\hat{\underline{a}}^B$ e os giroscópios a medida da velocidade angular $\hat{\underline{w}}^B$. Como dito anteriormente, essas medidas apresentam erros, ou seja:

$$\hat{\underline{a}}^B = \underline{a}^B + \delta \underline{a} \quad (6.13)$$

$$\hat{\underline{w}}^B = \underline{w}^B + \delta \underline{w} \quad (6.14)$$

sendo:

\underline{a}^B : vetor aceleração real;

$$\delta \underline{a} = \begin{bmatrix} \delta a_x \\ \delta a_y \\ \delta a_z \end{bmatrix};$$

$\delta a_x, \delta a_y, \delta a_z$: componentes de erro na medida dos acelerômetros X, Y e Z;

\underline{w}^B : vetor velocidade angular real;

$$\delta \underline{w} = \begin{bmatrix} \delta w_x \\ \delta w_y \\ \delta w_z \end{bmatrix};$$

$\delta w_x, \delta w_y, \delta w_z$: componentes de erro na medida dos giroscópios X, Y e Z.

Nessa etapa do alinhamento, o erro na medida dos sensores inerciais é modelado como a soma dos componentes de ruído e *bias*_repetibilidade. Portanto, tem-se:

$$\underline{\delta a} = \underline{a}_b + \underline{w}_a(t) = \begin{bmatrix} a_{b_repx} \\ a_{b_repy} \\ a_{b_repz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{ax}(t) \\ w_{ay}(t) \\ w_{az}(t) \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

$$\underline{\delta w} = \underline{w}_b + \underline{w}_g(t) = \begin{bmatrix} w_{b_repx} \\ w_{b_repy} \\ w_{b_repz} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_{gx}(t) \\ w_{gy}(t) \\ w_{gz}(t) \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

sendo:

w_{ax}, w_{ay}, w_{az} : componentes de ruído branco do erro das medidas dos acelerômetros;

$a_{b_repx}, a_{b_repy}, a_{b_repz}$: componentes de *bias*_repetibilidade dos acelerômetros;

w_{gx}, w_{gy}, w_{gz} : componentes de ruído branco do erro das medidas dos giroscópios;

$w_{b_repx}, w_{b_repy}, w_{b_repz}$: componentes de *bias*_repetibilidade dos giroscópios.

No navegador inercial (SNI), normalmente, é implementada apenas a equação de propagação da MTC. Entretanto, como, por hipótese, o veículo se encontra em repouso, a inclusão da equação de propagação da velocidade aumentará o nível de informação

disponível para o Filtro de Kalman. Portanto, nesse caso, são implementadas as seguintes equações para a inicialização do SNI:

$$\dot{\underline{y}}^N = \underline{C}_B^N \underline{a}^B + \underline{G}^N \quad (6.17)$$

$$\dot{\underline{C}}_B^N = \underline{C}_B^N \underline{\Omega}_{IB}^B \quad (6.18a)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \text{sen}(\alpha) \tan(\beta) & \cos(\alpha) \tan(\beta) \\ 0 & \cos(\alpha) & -\text{sen}(\alpha) \\ 0 & \frac{\text{sen}(\alpha)}{\cos(\beta)} & \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\beta)} \end{bmatrix} \underline{w}_{IB}^B \quad (6.18b)$$

sendo:

$$\underline{v}^N = \begin{bmatrix} v_N \\ v_E \\ v_D \end{bmatrix} : \text{vetor velocidade calculado pelo SNI};$$

v_N, v_E, v_D : componentes da velocidade nas direções norte, leste e vertical;

$$\underline{G}^N = \begin{bmatrix} g_N \\ g_E \\ g_D \end{bmatrix};$$

$g_N \approx 0$: componente da aceleração da gravidade na direção norte;

$g_E \approx 0$: componente da aceleração da gravidade na direção leste;

g_D : componente da aceleração da gravidade na direção vertical;

\underline{C}_B^N : MTC do B-frame para o L-frame;

$\underline{\Omega}_{IB}^B$: forma *skew-simetric* do vetor \underline{w}_{IB}^B .

O auxílio externo adotado é uma bússola eletrônica, que fornece uma medida da atitude do veículo (*roll, pitch e heading*). Esta medida é descrita pelas equações:

$$\alpha_{aux} = \alpha_{real} + w_{\alpha}(t) \quad (6.19)$$

$$\beta_{aux} = \beta_{real} + w_{\beta}(t) \quad (6.20)$$

$$\gamma_{aux} = \gamma_{real} + w_{\gamma}(t) \quad (6.21)$$

sendo:

$\alpha_{aux}, \beta_{aux}, \gamma_{aux}$: atitude fornecida pelo auxílio;

$\alpha_{real}, \beta_{real}, \gamma_{real}$: atitude real do veículo;

$w_{\alpha}(t), w_{\beta}(t), w_{\gamma}(t)$: componentes de erro da medida do auxílio.

Na implementação do Filtro de Kalman, é adotada a formulação de propagação de erros. Portanto, no filtro, são implementadas as equações de propagação dos erros em velocidade e atitude desenvolvidas no Capítulo 3:

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta}_{vn} \\ \dot{\delta}_{ve} \\ \dot{\delta}_{vd} \end{bmatrix} = \underline{A}_X^N \begin{bmatrix} \delta_{\alpha} \\ \delta_{\beta} \\ \delta_{\gamma} \end{bmatrix} + \underline{C}_B^N \underline{\delta a} \quad (6.22)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta}_{\alpha} \\ \dot{\delta}_{\beta} \\ \dot{\delta}_{\gamma} \end{bmatrix} = -\underline{C}_B^N \underline{\delta w} \quad (6.23a)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta}_{\alpha} \\ \dot{\delta}_{\beta} \\ \dot{\delta}_{\gamma} \end{bmatrix} = \underline{A}_{\theta\theta} \underline{\delta \theta} + \underline{A}_{\theta w} \underline{\delta w} \quad (6.23b)$$

sendo:

$$\underline{A}_X^N = \begin{bmatrix} 0 & -a_D & a_E \\ a_D & 0 & -a_N \\ -a_E & a_N & 0 \end{bmatrix} : \text{forma skew-symmetric do vetor } \underline{a}^N ;$$

$$\underline{\delta a} = \begin{bmatrix} \delta_{ax} \\ \delta_{ay} \\ \delta_{az} \end{bmatrix};$$

$\delta_{ax}, \delta_{ay}, \delta_{az}$: componentes de erro na medida dos acelerômetros;

$$\underline{\delta w} = \begin{bmatrix} \delta_{wx} \\ \delta_{wy} \\ \delta_{wz} \end{bmatrix};$$

$\delta_{wx}, \delta_{wy}, \delta_{wz}$: componentes de erro na medida dos giroscópios;

$$\underline{A}_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \tan(\beta) w_y - \text{sen}(\alpha) \tan(\beta) w_z & \text{sen}(\alpha) \sec^2(\beta) w_y + \cos(\alpha) \sec^2(\beta) w_z & 0 \\ -\text{sen}(\alpha) w_y - \cos(\alpha) w_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\underline{A}_{\theta w} = \begin{bmatrix} 1 & \text{sen}(\alpha) \tan(\beta) & \cos(\alpha) \tan(\beta) \\ 0 & \cos(\alpha) & -\text{sen}(\alpha) \\ 0 & \frac{\text{sen}(\alpha)}{\cos(\beta)} & \frac{\cos(\alpha)}{\cos(\beta)} \end{bmatrix};$$

$\delta_{vn}, \delta_{ve}, \delta_{vd}$: componentes do erro da velocidade nas direções norte, leste e vertical (*down*);

δ_{α} : erro na determinação do ângulo de *roll*;

δ_{β} : erro na determinação do ângulo de *pitch*;

δ_{γ} : erro na determinação do ângulo de *heading*.

Como os componentes dos *bias*_repetibilidade dos giroscópios e acelerômetros são umas das principais fontes de erro em um SNI, é desenvolvido um equacionamento para que esses componentes possam ser estimados em conjunto com os erros em atitude.

Sendo esses *bias* modelados como constantes randômicas, são descritos pelas equações diferenciais a seguir [8]:

$$\underline{\dot{a}}_b = \begin{bmatrix} \dot{a}_{b_repx} \\ \dot{a}_{b_repy} \\ \dot{a}_{b_repz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.24)$$

$$\underline{\dot{w}}_b = \begin{bmatrix} \dot{w}_{b_repx} \\ \dot{w}_{b_repy} \\ \dot{w}_{b_repz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

Definindo o vetor de estado como:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

sendo:

$$\underline{x}_1 = \begin{bmatrix} \delta_{vn} \\ \delta_{ve} \\ \delta_{vd} \end{bmatrix}; \underline{x}_2 = \begin{bmatrix} \delta_{\alpha} \\ \delta_{\beta} \\ \delta_{\gamma} \end{bmatrix}; \underline{x}_3 = \begin{bmatrix} a_{b_repx} \\ a_{b_repy} \\ a_{b_repz} \end{bmatrix}; \underline{x}_4 = \begin{bmatrix} w_{b_repx} \\ w_{b_repy} \\ w_{b_repz} \end{bmatrix}$$

a equação de propagação do estado \underline{x} é dada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\theta} & \underline{A}_X^N & \underline{C}_B^N & \underline{\theta} \\ \underline{\theta} & \underline{\theta} & \underline{\theta} & -\underline{C}_B^N \\ \underline{\theta} & \underline{\theta} & \underline{\theta} & \underline{\theta} \\ \underline{\theta} & \underline{\theta} & \underline{\theta} & \underline{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{C}_B^N & \underline{\theta} \\ \underline{\theta} & -\underline{C}_B^N \\ \underline{\theta} & \underline{\theta} \\ \underline{\theta} & \underline{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_a(t) \\ w_g(t) \end{bmatrix} \quad (6.27a)$$

ou

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{x}}_1 \\ \dot{\underline{x}}_2 \\ \dot{\underline{x}}_3 \\ \dot{\underline{x}}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\theta} & \underline{A}_X^N & \underline{C}_B^N & \underline{\theta} \\ \underline{\theta} & \underline{A}_{\theta\theta} & \underline{\theta} & \underline{A}_{\theta v} \\ \underline{\theta} & \underline{\theta} & \underline{\theta} & \underline{\theta} \\ \underline{\theta} & \underline{\theta} & \underline{\theta} & \underline{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \\ \underline{x}_3 \\ \underline{x}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{C}_B^N & \underline{\theta} \\ \underline{\theta} & \underline{A}_{\theta v} \\ \underline{\theta} & \underline{\theta} \\ \underline{\theta} & \underline{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{w}_a(t) \\ \underline{w}_g(t) \end{bmatrix} \quad (6.27b)$$

Para concluir a formulação do Filtro de Kalman, é preciso definir as equações das observações. A equação de observação para o estado \underline{x}_1 é obtida a partir da hipótese de que o veículo se encontra em repouso, ou seja:

$$\underline{z}_1 = \underline{v}^N - \underline{\theta} \quad (6.28)$$

$$\underline{z}_1 = \underline{v}^N = \underline{\delta}_v^N$$

$$\underline{z}_1 = \underline{x}_1 \quad (6.29)$$

A partir da medida de atitude fornecida pelo auxílio externo e pela atitude calculada pelo SNI, é obtida a equação de observação do estado \underline{x}_2 :

$$\underline{z}_2 = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \alpha_{aux} \\ \beta_{aux} \\ \gamma_{aux} \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

$$\underline{z}_2 = \begin{bmatrix} \delta_\alpha \\ \delta_\beta \\ \delta_\gamma \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} w_\alpha(t) \\ w_\beta(t) \\ w_\gamma(t) \end{bmatrix}$$

$$\underline{z}_2 = \underline{x}_2 + \underline{w}_{aux}(t) \quad (6.31)$$

Estando o veículo em repouso, a aceleração medida pelos acelerômetros corresponde à aceleração da gravidade. Portanto, \underline{a}^N é conhecido, ou seja:

$$\underline{a}^N = \underline{G}^N \quad (6.32)$$

a equação de observação do estado \underline{x}_3 é então obtida pela diferença:

$$\underline{z}_3 = \hat{\underline{a}}^B - \underline{C}_N^B \underline{a}^N \quad (6.33)$$

$$\underline{z}_3 = \hat{\underline{a}}^B - \underline{a}^B$$

$$\underline{z}_3 = \underline{a}_b + \underline{w}_a(t)$$

$$\underline{z}_3 = \underline{x}_3 + \underline{w}_a(t) \quad (6.34)$$

Como os giroscópios não são capazes de medir a velocidade angular da Terra, teoricamente, estando o veículo em repouso, a medida fornecida pelos sensores seria igual à zero. A equação de observação do estado \underline{x}_4 é obtida a partir dessa conclusão:

$$\underline{z}_4 = \hat{\underline{w}}^B - \underline{\theta} \quad (6.35)$$

$$\underline{z}_4 = \underline{\delta w}$$

$$\underline{z}_4 = \underline{w}_b + \underline{w}_g(t)$$

$$\underline{z}_4 = \underline{x}_4 + \underline{w}_g(t) \quad (6.36)$$

A partir das equações (6.29), (6.31), (6.34) e (6.36), a equação de observação para o estado completo \underline{x} é dada por:

$$\underline{z} = \begin{bmatrix} \underline{z}_1 \\ \underline{z}_2 \\ \underline{z}_3 \\ \underline{z}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{I} & \underline{\theta} & \underline{\theta} & \underline{\theta} \\ \underline{\theta} & \underline{I} & \underline{\theta} & \underline{\theta} \\ \underline{\theta} & \underline{\theta} & \underline{I} & \underline{\theta} \\ \underline{\theta} & \underline{\theta} & \underline{\theta} & \underline{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \\ \underline{x}_3 \\ \underline{x}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\theta} & \underline{\theta} & \underline{\theta} \\ \underline{I} & \underline{\theta} & \underline{\theta} \\ \underline{\theta} & \underline{I} & \underline{\theta} \\ \underline{\theta} & \underline{\theta} & \underline{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{w}_{aux}(t) \\ \underline{w}_a(t) \\ \underline{w}_g(t) \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

Definindo as matrizes de covariância dos sensores e auxílio como:

$$\underline{P}_{acel} = \begin{bmatrix} \sigma_{ax}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{ay}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{az}^2 \end{bmatrix} \quad (6.38)$$

$$\underline{P}_{giro} = \begin{bmatrix} \sigma_{gx}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{gy}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{gz}^2 \end{bmatrix} \quad (6.39)$$

$$\underline{P}_{aux} = \begin{bmatrix} \sigma_a^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_\beta^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_\gamma^2 \end{bmatrix} \quad (6.40)$$

sendo:

$\sigma_{ax}^2, \sigma_{ay}^2, \sigma_{az}^2$: variâncias do ruído no sinal dos acelerômetros x, y e z;

$\sigma_{gx}^2, \sigma_{gy}^2, \sigma_{gz}^2$: variâncias do ruído no sinal dos giroscópios x, y e z,

é possível determinar as matrizes de covariâncias \underline{Q} do ruído da equação de estados

(6.27), e \underline{R} do ruído da equação de observações (6.37):

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} \underline{P}_{acel} & \underline{\theta} \\ \underline{\theta} & \underline{P}_{giro} \end{bmatrix} \quad (6.41)$$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} \underline{P}_{aux} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{P}_{acel} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{P}_{giro} \end{bmatrix} \quad (6.42)$$

7 - Simulações e experimentos

7.1 - Introdução

Nos capítulos anteriores, novos modelos, algoritmos e procedimentos foram apresentados com o objetivo de melhorar o desempenho de navegadores inerciais baseados em sensores do tipo MEMS. Neste capítulo, são descritas as simulações e os experimentos utilizados para a avaliação das técnicas propostas.

7.2 - Filtro de Kalman

Considere o processo estocástico discreto, cuja dinâmica e as observações são descritas pelas equações:

$$x_{k+1} = \Phi_k x_k + w_k \quad (7.1)$$

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad (7.2)$$

sendo:

x_k : o vetor de estados (nx1) no instante t_k ;

Φ_k : a matriz de transição de estados (nxn) do instante t_k para t_{k+1} ;

w_k : o vetor de ruído branco do processo (nx1) no instante t_k ;

z_k : o vetor de observações (mx1) no instante t_k ;

H_k : a matriz de observações (mxn) no instante t_k ;

v_k : o vetor de ruído branco (mx1) das observações no instante t_k .

Os ruídos w_k e v_k são processos gaussianos, independentes e com médias nulas.

As covariâncias são dadas por:

$$E[w_k w_i^T] = \begin{cases} Q_k, & \text{se } i = k \\ 0, & \text{se } i \neq k \end{cases} \quad (7.3)$$

$$E[v_k v_i^T] = \begin{cases} R_k, & \text{se } i = k \\ 0, & \text{se } i \neq k \end{cases} \quad (7.4)$$

$$E[w_k v_i^T] = 0, \forall (i, k) \quad (7.5)$$

O Filtro de Kalman (FK) é um algoritmo recursivo utilizado na estimação do vetor de estados. O erro cometido na estimativa de x_k é caracterizado pela matriz de covariância, que é definida por:

$$P_k = E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] \quad (7.6)$$

Os elementos da diagonal principal de P_k representam as variâncias dos erros das estimativas dos componentes do vetor de estados [60].

Antes da execução do algoritmo do FK é necessária a determinação das condições iniciais da estimativa \hat{x}_0^+ e da matriz de covariância P_0^+ [60].

O processo recursivo é executado em duas fases: a previsão (propagação temporal) e a estimação (correção a partir das observações). O algoritmo tem início com a fase de previsão. A partir da estimativa do vetor de estados \hat{x}_{k-1}^+ e da matriz de covariância do erro P_{k-1}^+ no instante t_{k-1} , são obtidas previsões para o instante t_k . As equações de previsão são dadas por [60]:

$$\hat{x}_k^- = \Phi_{k-1} \hat{x}_{k-1}^+ \quad (7.7)$$

$$P_k^- = \Phi_{k-1} P_{k-1}^+ \Phi_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (7.8)$$

A primeira etapa da fase de estimação consiste na obtenção do vetor de observações z_k (leitura dos dados dos sensores). A partir das observações, a inovação é determinada pela equação [60]:

$$i_k = z_k - H_k \hat{x}_k^- \quad (7.9)$$

A partir da inovação introduzida pelos dados dos sensores, a estimativa do vetor de estados é determinada pela equação [60]:

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k i_k \quad (7.10)$$

sendo K_k a matriz de ganhos do Filtro de Kalman.

Quanto menor forem os elementos da diagonal principal de P_k , melhores serão as estimativas dos elementos do vetor de estados. A partir da minimização da diagonal de P_k , o ganho do filtro é determinado pela equação [60]:

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (7.11)$$

A covariância do erro da estimativa é dada pela equação [60]:

$$P_k^+ = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (7.12)$$

A figura 7.1 ilustra como as equações de previsão e estimação devem ser implementadas em um processo recursivo.

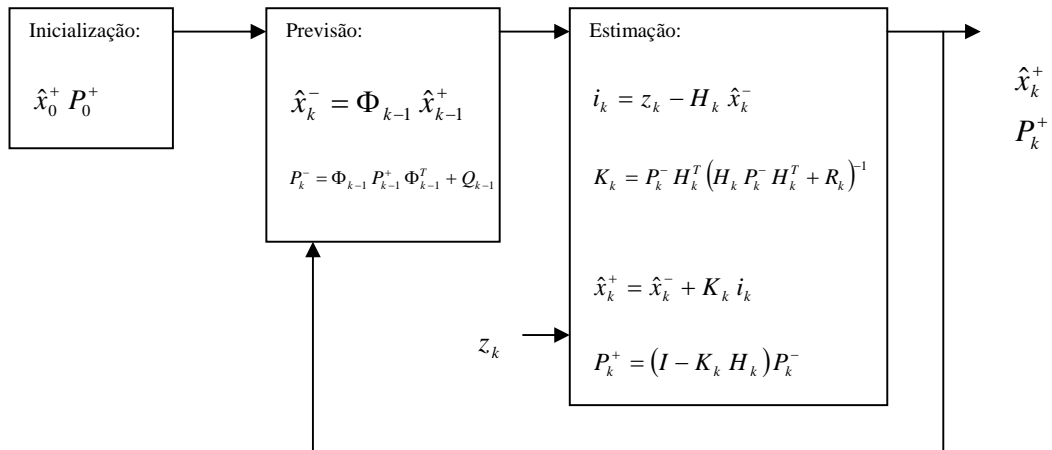


Figura 7.1 – Diagrama em blocos da implementação das equações do FK.

7.3 - Simulação do algoritmo de inicialização

No algoritmo de inicialização apresentado no Capítulo 6, descreve-se o procedimento para a obtenção da estimativa da atitude inicial do veículo e das estimativas dos componentes de *bias_repetibilidade* dos sensores inerciais. O algoritmo proposto é dividido em duas fases, como descrito na Figura 7.2.

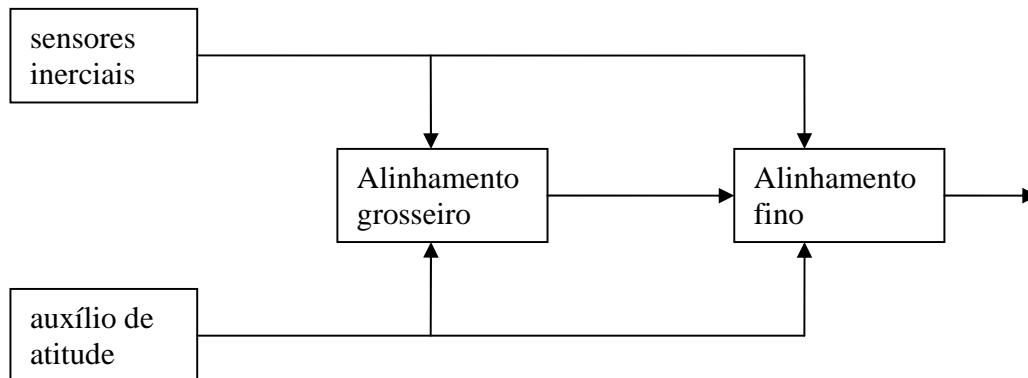


Figura 7.2 – Diagrama em blocos do algoritmo de inicialização.

Primeiramente, executa-se a fase do alinhamento grosseiro. As entradas do mesmo são as medidas dos acelerômetros e a medida de *heading* fornecida pelo auxílio de atitude. A saída dessa fase é uma primeira estimativa da atitude do veículo, que é obtida a partir das equações (6.10), (6.11) e (6.12). Para essa simulação, adotam-se os valores de $500 \mu g$ para o desvio padrão do vetor de ruídos, e $3 mg$ para o desvio padrão do vetor *bias_repetibilidade* dos acelerômetros. Para os giroscópios, adotam-se os valores de $0,3$ graus/s para o desvio padrão do vetor de ruídos, $0,5$ graus/s para o desvio padrão do vetor *bias_repetibilidade* (obtidos através da caracterização da IMU-MEMS), e o valor de $0,5$ graus para o desvio padrão do ruído das medidas do auxílio de atitude (dado de catálogo).

A fase denominada alinhamento fino tem como dados de entrada as estimativas obtidas pelo alinhamento grosseiro, as medidas dos sensores inerciais, e as medidas do

auxílio de atitude. Nessa fase, um Filtro de Kalman é implementado com o objetivo de obter uma estimativa mais exata da atitude do veículo, e as estimativas dos componentes de *bias_repetibilidade* dos sensores inerciais. O diagrama de blocos do alinhamento fino é apresentado na Figura 7.3.

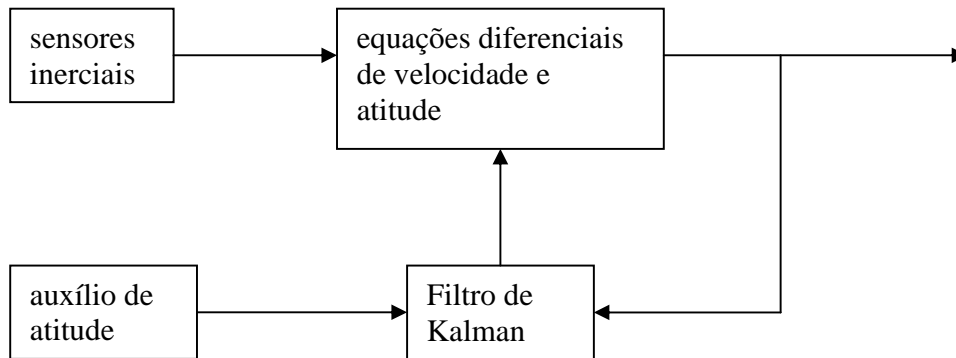


Figura 7.3 – Diagrama em blocos do alinhamento fino.

O Filtro de Kalman utilizado no alinhamento fino é implementado na configuração *feedback*, sendo adotada a formulação de propagação de erros. Nessa configuração, tendo como dados de entrada a solução das equações diferenciais de velocidade e atitude (6.22 e 6.23) e as medidas do auxílio, o FK utiliza as equações de propagação (6.27) e de observação (6.37) para obter as estimativas dos erros nos dados de velocidade e de atitude, e as estimativas dos componentes de *bias_repetibilidade* dos sensores inerciais. Essas estimativas são realimentadas para as equações diferenciais, melhorando o desempenho do algoritmo de inicialização.

No Capítulo 3 são desenvolvidos dois equacionamentos distintos para determinação da orientação angular do veículo: a propagação da MTC (3.36) e a propagação dos ângulos de Euler (3.50). A partir dessas equações, no Capítulo 6 são obtidos dois modelos para a propagação do vetor de estados a ser estimado (6.27a) e

(6.27b). Primeiramente, a mecanização com a propagação da MTC é adotada, sendo o resultado da simulação da estimação da atitude apresentado na Tabela 7.1.

Tabela 7.1 – Resultado da simulação da estimação da atitude (MTC).

ALINHAMENTO SNI-IMU-MEMS (grosseiro):			
angulos	real [graus]	estimado [graus]	erro [graus]
roll	10	9.8975	0.1025
pitch	20	20.0603	-0.06034
gama	30	29.8697	0.13033

ALINHAMENTO SNI-IMU-MEMS (fino):			
angulos	real [graus]	estimado [graus]	erro [graus]
roll	10	10.0014	0.0014328
pitch	20	19.9971	-0.002907
gama	30	29.9963	-0.0036517

A partir dos dados da Tabela 7.1, observa-se que as estimativas da atitude obtidas pelo alinhamento fino apresentam um erro consideravelmente menor do que o erro obtido durante o alinhamento grosseiro, que é o processo normalmente adotado para sistemas inerciais baseados em sensores MEMS ([11], [12]).

Os resultados da estimação dos componentes de *bias*_repetibilidade dos sensores inerciais são apresentados na Tabela 7.2.

Tabela 7.2 – Resultado da simulação dos componentes de *bias_repetibilidade* (MTC).

ESTIMATIVAS DOS BIAS DOS ACELEROMETROS:			
componente	real [g]	estimado [g]	erro [g]
bax	-0.0009767	-0.00090013	-7.6571e-005
bay	0.0030845	0.0031529	-6.8413e-005
baz	0.0061767	0.006123	5.3707e-005

ESTIMATIVAS DOS BIAS DOS GIROSCOPIOS:			
componente	real [graus/s]	estimado [graus/s]	erro [graus/s]
bgx	-0.86817	-0.86884	0.00067137
bgy	0.10642	0.10331	0.003102
bgz	-0.063674	-0.068658	0.0049842

A partir dos dados da Tabela 7.2 observa-se que o erro nas estimativas é menor do que o valor real do *bias*, indicando a eficiência do algoritmo de estimação.

A mecanização com propagação dos ângulos de Euler também é avaliada nessa simulação. Os resultados da estimação são apresentados nas Tabelas 7.3 (estimativas da atitude) e 7.4 (estimativas dos componentes de *bias_repetibilidade*).

Tabela 7.3 – Resultado da estimação da atitude (Euler).

ALINHAMENTO SNI-IMU-MEMS (grosseiro):			
angulos	real [graus]	estimado [graus]	erro [graus]
roll	10	9.8923	0.1077
pitch	20	20.302	-0.30197
gama	30	31.1324	-1.1324

ALINHAMENTO SNI-IMU-MEMS (fino):			
angulos	real [graus]	estimado [graus]	erro [graus]
roll	10	10.0087	0.0086955
pitch	20	19.9925	-0.0075304
gama	30	29.9916	-0.008399

Tabela 7.4 – Resultado da estimação dos componentes de *bias_repetibilidade* (Euler).

ESTIMATIVAS DOS BIAS DOS ACELEROMETROS:			
componente	real [g]	estimado [g]	erro [g]
bax	-0.0012977	-0.0012568	-4.0943e-005
bay	-0.0049968	-0.0050776	8.0847e-005
baz	0.000376	0.00033925	3.6749e-005

ESTIMATIVAS DOS BIAS DOS GIROSCOPIOS:			
componente	real [graus/s]	estimado [graus/s]	erro [graus/s]
bgx	0.14384	0.14393	-8.8376e-005
bgy	-0.57324	-0.57255	-0.00068708
bgz	0.59546	0.59495	0.00051129

Os resultados obtidos com a utilização das duas mecanizações sugeridas indicam a eficiência do algoritmo proposto. Além disso, não foi observada uma diferença significativa entre a utilização das mecanizações. Para efeito de ilustração, nas figuras 7.4, 7.5, 7.6 e 7.7 apresentam-se gráficos que mostram a estimativa e o valor nominal do *bias* em função do tempo.

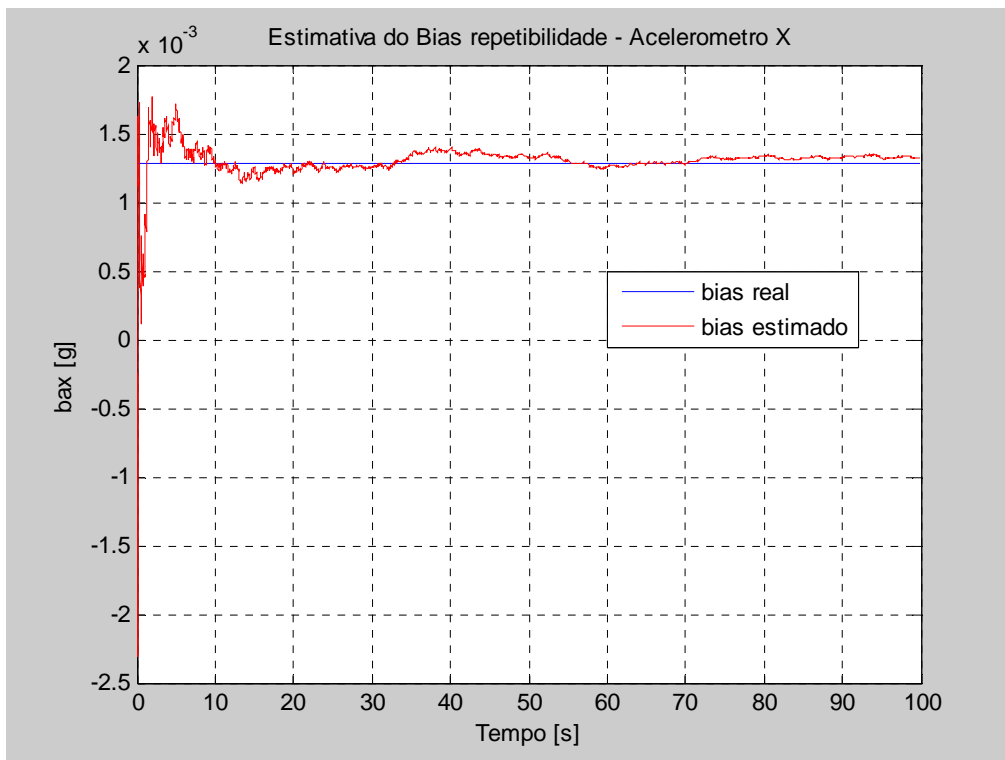


Figura 7.4 – Propagação da estimativa e do valor nominal do *bias* (MTC).

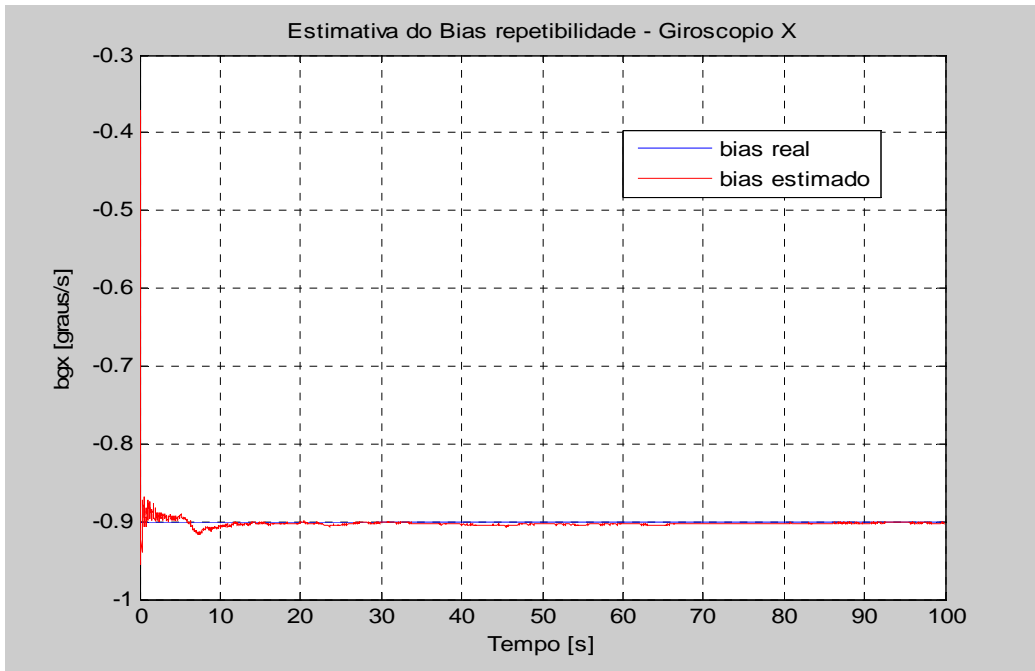


Figura 7.5 – Propagação da estimativa e do valor nominal do *bias* (MTC).

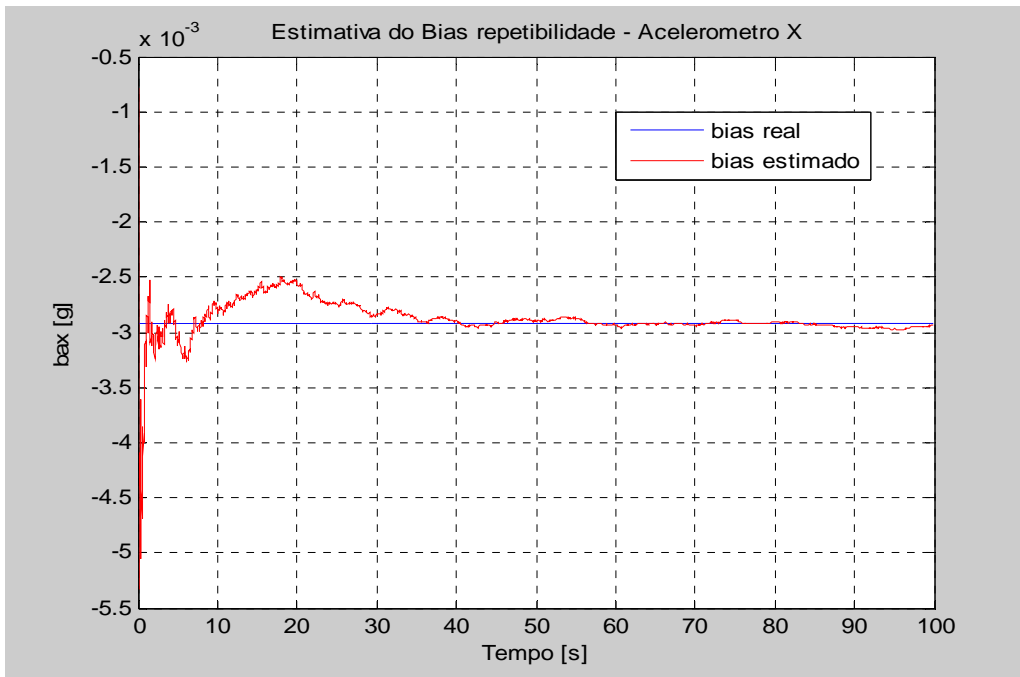


Figura 7.6 – Propagação da estimativa e do valor nominal do *bias* (Euler).

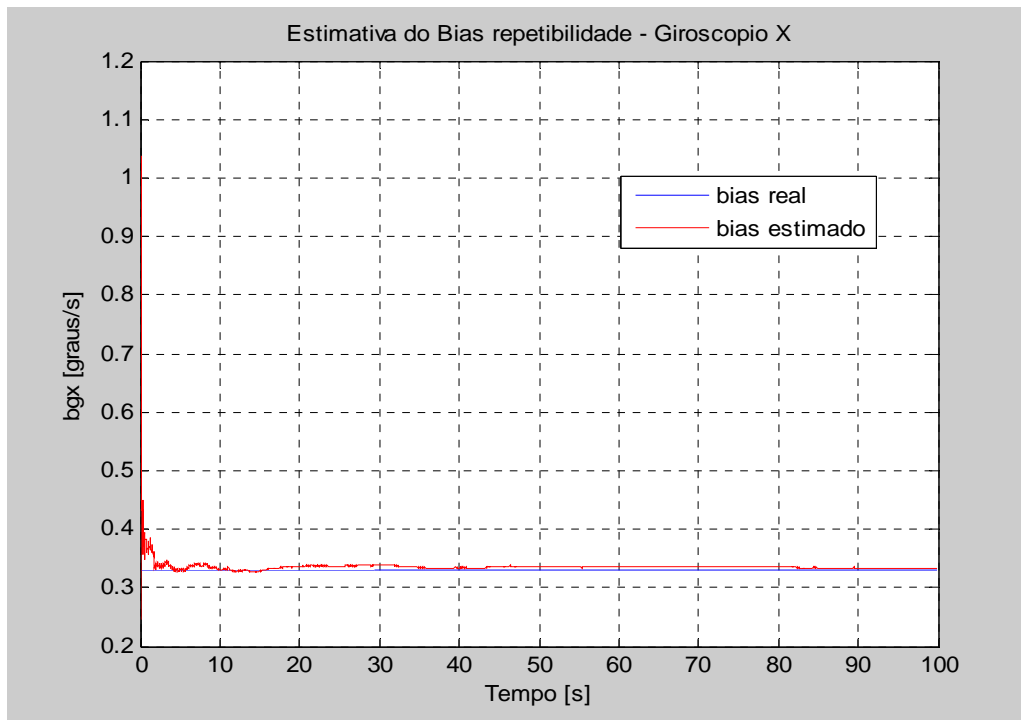


Figura 7.7 – Propagação da estimativa e do valor nominal do *bias* (Euler).

7.4 - Simulações do navegador integrado SNI-IMU-MEMS/GPS

O navegador integrado GPS/SNI apresenta um desempenho superior, quando comparado com os sistemas GPS e SNI operando isoladamente [3], uma vez que os sistemas apresentam características complementares. As principais características dos sistemas GPS e SNI são apresentadas na Tabela 7.5.

Tabela 7.5 – Principais características dos sistemas GPS e SNI.

Sistema	Vantagens	Desvantagens
GPS	<ul style="list-style-type: none">- erro limitado- exatidão dos dados de posição e Velocidade	<ul style="list-style-type: none">- baixa taxa de transmissão- sujeito à interferência externa- ausência de informação de atitude- dados corrompidos por ruído branco
SNI	<ul style="list-style-type: none">- informação de posição, velocidade e atitude- alta taxa de transmissão- autonomia- baixo nível de ruído	<ul style="list-style-type: none">- erro crescente com o tempo

No sistema integrado, os dados de posição e velocidade fornecidos pelo GPS são utilizados como atualizações do SNI, limitando-se os erros desse sistema. O SNI fornece os dados de atitude e, durante o período de ausência do sinal do GPS, fornece, por algum tempo, estimativas da posição e da velocidade.

A integração desses sistemas é normalmente implementada através do FK. Baseado em modelos que descrevem a propagação dos erros, o FK obtém estimativas dos erros em posição, em velocidade e em atitude. Além disso, o FK pode estimar os componentes de *bias*_instabilidade dos sensores inerciais.

O Filtro de Kalman utilizado no navegador integrado GPS/INS é implementado na configuração *feedback* sendo adotada a formulação de propagação de erros. Essa implementação é ilustrada na Figura 7.8.

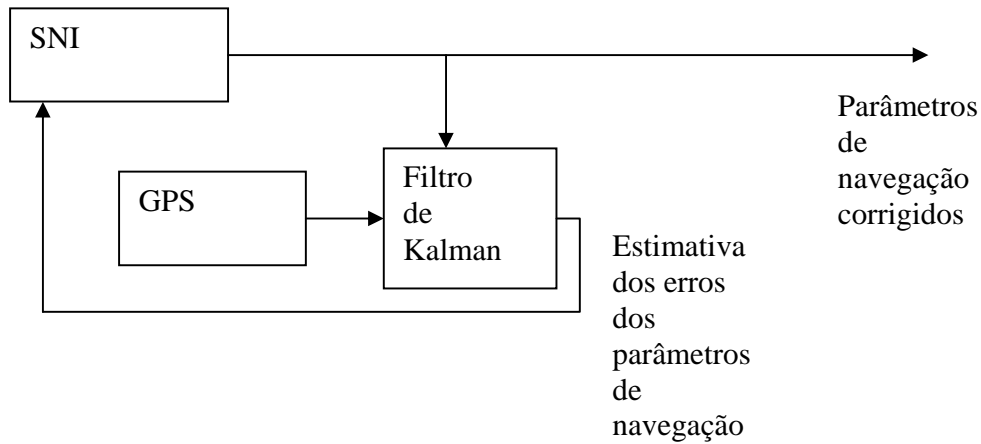


Figura 7.8 – Implementação do navegador integrado na configuração *feedback*.

Com essa configuração, no SNI resolvem-se as equações diferenciais de posição (3.25), de velocidade (3.20), e de atitude (3.36), tendo o FK a função de estimar os erros nos parâmetros de navegação obtidos pelo SNI. Essas estimativas são realimentadas para o navegador inercial, mantendo os erros limitados. O vetor de estados a ser estimado é definido como:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} \underline{\delta}_r^N \\ \underline{\delta}_v^N \\ \underline{e} \end{bmatrix} \quad (7.13)$$

sendo:

$\underline{\delta}_r, \underline{\delta}_v, \underline{e}$: erros na posição, na velocidade e na *atitude*.

A partir das equações de propagação do erro em posição (3.67), em velocidade (3.65), e em atitude (3.63), a equação de propagação do vetor de estados \underline{x} é dada por:

$$\dot{\underline{x}}(t) = \begin{bmatrix} \underline{A}_{rr} & \underline{A}_{rv} & \underline{A}_{re} \\ \underline{A}_{vr} & \underline{A}_{vv} & \underline{A}_{ve} \\ \underline{A}_{er} & \underline{A}_{ev} & \underline{A}_{ee} \end{bmatrix} \underline{x}(t) + \begin{bmatrix} \underline{\theta}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} \\ \underline{G}_{va} & \underline{\theta}_{3 \times 3} \\ \underline{\theta}_{3 \times 3} & \underline{G}_{ew} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\delta}_a^B(t) \\ \underline{\delta}_w^B(t) \end{bmatrix} \quad (7.14)$$

sendo:

$\underline{\delta}_a^B(t)$: vetor de erros nas medidas dos acelerômetros;

$\underline{\delta}_w^B(t)$: vetor de erros nas medidas dos giroscópios;

$$\underline{A}_{rr} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{v_n}{(R+H)^2} \\ \frac{v_e \tan(l)}{(R+H)R \cos(l)} & 0 & -\frac{v_e}{(R+H)^2 \cos(l)} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\underline{A}_{re} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\underline{A}_{vr} = \underline{A}_{vv} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\underline{A}_{ve} = \begin{bmatrix} 0 & -a_d & a_e \\ a_d & 0 & -a_n \\ -a_e & a_n & 0 \end{bmatrix};$$

$$\underline{G}_{va} = \underline{C}_B^N;$$

$$\underline{A}_{er} = \underline{A}_{ev} = \underline{A}_{ee} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\underline{G}_{ew} = -\underline{C}_B^N.$$

Modelando-se os componentes de erro $\underline{\delta}_a^B$ e $\underline{\delta}_w^B$ como ruído branco, a matriz de covariância do vetor de ruídos $\underline{w}(t)$ é dada por:

$$\underline{Q} = \begin{bmatrix} \underline{Q}_a & \underline{\theta}_{3 \times 3} \\ \underline{\theta}_{3 \times 3} & \underline{Q}_w \end{bmatrix} \quad (7.15)$$

sendo:

$$\underline{Q}_a = \begin{bmatrix} \sigma_{ax}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{ay}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{az}^2 \end{bmatrix};$$

$$\underline{Q}_w = \begin{bmatrix} \sigma_{wx}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{wy}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{wz}^2 \end{bmatrix};$$

$\sigma_{ax}^2, \sigma_{ay}^2, \sigma_{az}^2$: variâncias dos ruídos dos acelerômetros x, y e z;

$\sigma_{wx}^2, \sigma_{wy}^2, \sigma_{wz}^2$: variâncias dos ruídos dos giroscópios x, y e z.

A versão discretizada da equação (7.14) é dada por [60]:

$$\underline{x}_{k+1} = \underline{\Phi}_k \underline{x}_k + \underline{G}_k \underline{w}_k \quad (7.16)$$

A matriz de transição $\underline{\Phi}_k$ e a matriz de covariância, associada ao vetor de ruídos \underline{w}_k , são dadas por [60]:

$$\underline{\Phi}_k = e^{\underline{A}\Delta t} \approx \underline{I} + \underline{A}\Delta t \quad (7.17)$$

$$\underline{Q}_k = E[\underline{w}_k \underline{w}_k^T] \approx \underline{\Phi}_k \underline{G} \underline{Q} \underline{G}^T \underline{\Phi}_k^T \Delta t \quad (7.18)$$

sendo Δt a taxa de amostragem do GPS.

Para completar a formulação do Filtro de Kalman, necessita-se definir os termos da equação de observação:

$$\underline{z}_k = \underline{H}_k \underline{x}_k + \underline{v}_k \quad (7.19)$$

O vetor de observações \underline{z}_k é definido como a diferença entre os parâmetros de posição e velocidade determinados pelos sistemas SNI e GPS. Dessa forma, tem-se:

$$\underline{z}_k = \begin{bmatrix} \underline{z}_r \\ \underline{z}_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{r}_{SNI}^N - \underline{r}_{GPS}^N \\ \underline{v}_{SNI}^N - \underline{v}_{GPS}^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{SNI} - l_{GPS} \\ L_{SNI} - L_{GPS} \\ H_{SNI} - H_{GPS} \\ v_{n(SNI)} - v_{n(GPS)} \\ v_{e(SNI)} - v_{e(GPS)} \\ v_{d(SNI)} - v_{d(GPS)} \end{bmatrix} \quad (7.20)$$

A partir da definição do vetor \underline{z}_k , a matriz de observações é dada por:

$$\underline{H}_k = \begin{bmatrix} \underline{I}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} \\ \underline{\theta}_{3 \times 3} & \underline{I}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (7.21)$$

O vetor \underline{v}_k na equação (7.19) representa os erros das medidas do GPS. Adotando-se o ruído branco como modelo para os componentes de \underline{v}_k , tem-se:

$$E[\underline{v}_k \underline{v}_k^T] = \underline{R}_k = \begin{bmatrix} \sigma_l^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_H^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{vn}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{ve}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{vd}^2 \end{bmatrix} \quad (7.22)$$

sendo:

$\sigma_l^2, \sigma_L^2, \sigma_H^2$: as variâncias dos dados de latitude, longitude e altitude fornecidos pelo GPS;

$\sigma_{vn}^2, \sigma_{ve}^2, \sigma_{vd}^2$: as variâncias dos componentes nas direções norte, leste e vertical da velocidade fornecida pelo GPS.

Tendo obtido a estimativa do vetor de estados pelo FK, a realimentação (compensação) das componentes dos erros é descrita pelas equações [61]:

$$\hat{\underline{r}}^N = \hat{\underline{r}}^N - \underline{\delta}_r^N \quad (7.23)$$

$$\underline{\hat{v}}^N = \underline{\hat{v}}^N - \underline{\hat{\delta}}_v^N \quad (7.24)$$

$$\underline{\hat{C}}_B^N = (\underline{I} + \underline{E}^N) \underline{\hat{C}}_B^N \quad (7.25)$$

sendo $\underline{\hat{r}}^N$, $\underline{\hat{v}}^N$ e $\underline{\hat{C}}_B^N$ os dados de navegação corrigidos (compensados).

O desempenho do navegador integrado baseado nos SNI-IMU-MEMS é verificado a partir de simulações com dados reais de erro dos giroscópios e dos acelerômetros. Tendo como base a dinâmica da trajetória descrita na Figura 7.9, e com os parâmetros de navegação (velocidades e acelerações) típicos de um veículo aéreo não tripulado (VANT), determinaram-se os perfis ideais de aceleração e velocidade angular.

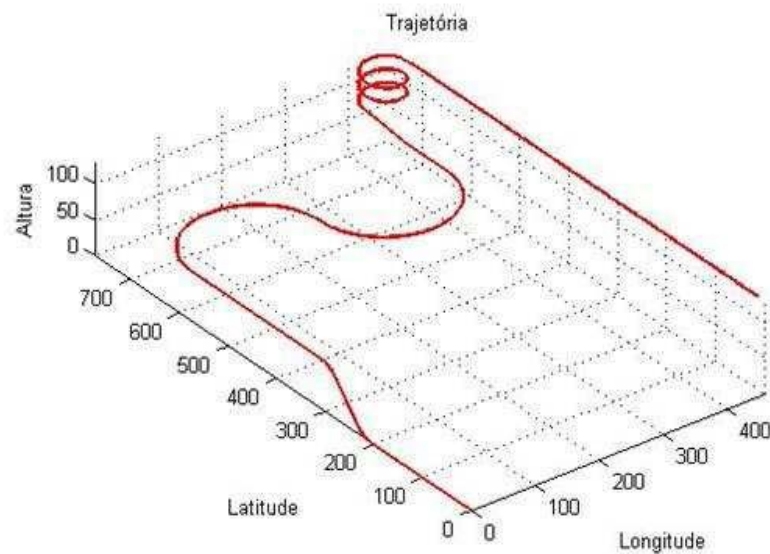


Figura 7.9 – Gráfico da trajetória.

A esses perfis são adicionados os componentes de erro dos sensores inerciais (previamente obtidos em ensaios no laboratório). Esses sinais, juntamente com os dados (simulados) dos auxílios, são utilizados como entrada para o navegador integrado, que

fornece estimativas dos parâmetros de navegação. Esse procedimento é ilustrado no diagrama de blocos da Figura 7.10.

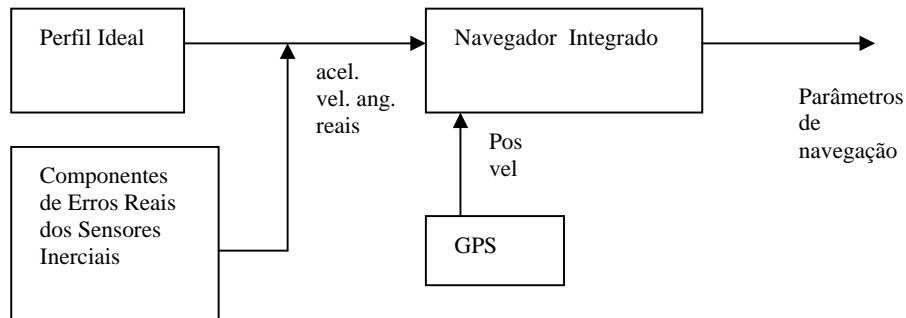


Figura 7.10 - Diagrama em blocos da simulação do navegador integrado.

Para efeito de comparação, na Figura 7.11, são apresentados alguns resultados da simulação da navegação sem auxílios. Em poucos segundos (1 minuto), os erros assumem valores significativos, mostrando a inviabilidade da utilização dos SNI-IMU-MEMS de forma autônoma.

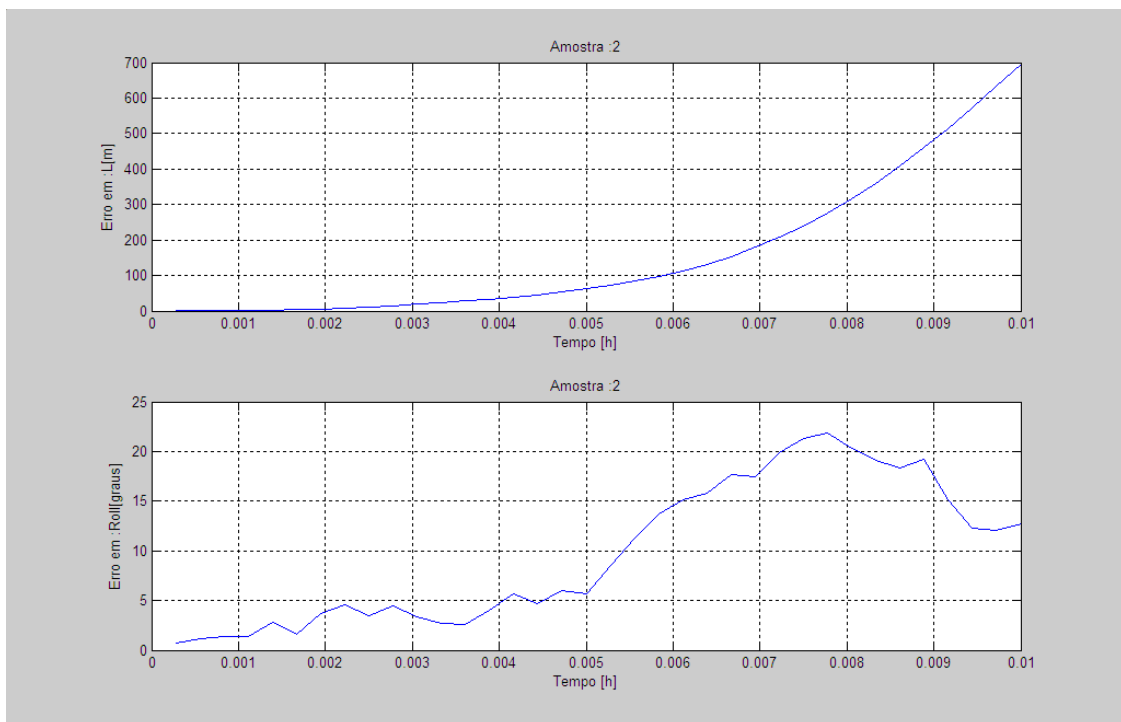


Figura 7.11 – Erros em um SNI-IMU-MEMS operando isoladamente.

Os resultados das simulações do navegador integrado são apresentados a seguir. A Figura 7.12 mostra os erros nas estimativas dos parâmetros de posição, enquanto que a Figura 7.13 mostra os erros nas estimativas dos parâmetros de atitude, utilizando-se o GPS como auxílio. A partir desses gráficos de erro, é possível observar que as estimativas dos parâmetros de posição apresentam um erro crescente com o tempo, e as estimativas dos parâmetros de atitude apresentam um *offset*. O componente de *bias_repetibilidade* dos sensores inerciais pode ser considerado como uma possível causa para esse erro nas estimativas. Com o intuito de verificar essa possibilidade, a simulação é executada com esse componente sendo estimado como a média da medida dos erros dos sensores, e devidamente compensado no algoritmo de navegação. As Figuras 7.14 e 7.15 mostram os erros nas estimativas com a adoção desse procedimento.

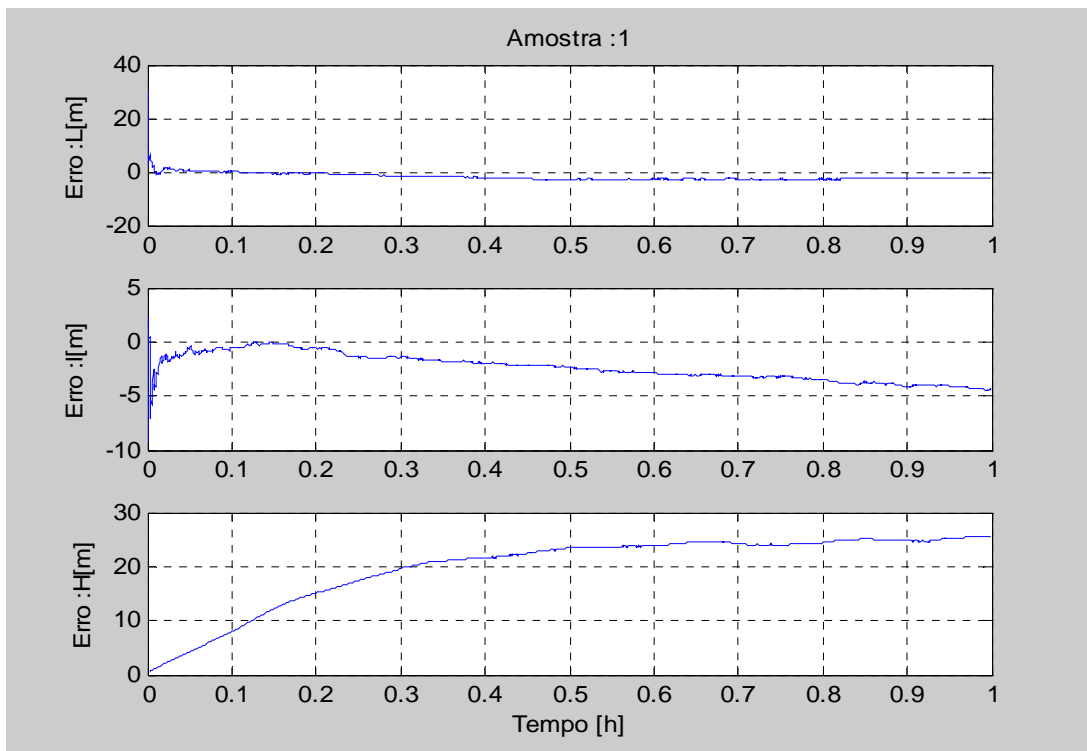


Figura 7.12 – Propagação dos erros dos parâmetros de posição.

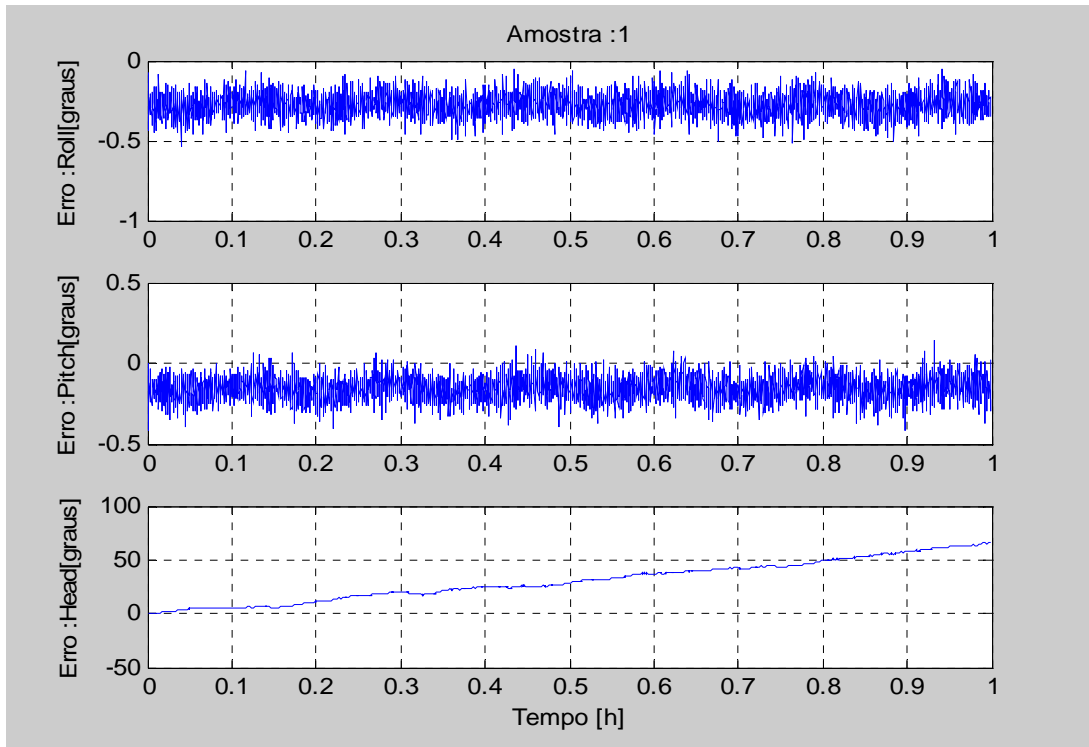


Figura 7.13 – Propagação dos erros dos parâmetros de atitude.

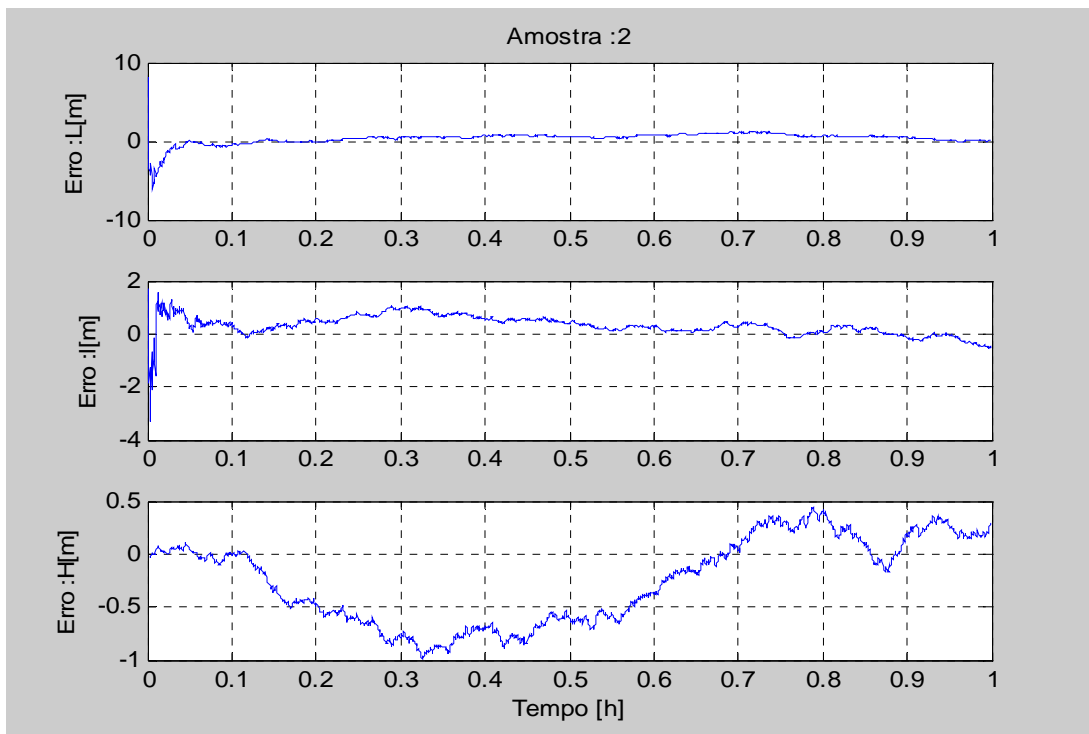


Figura 7.14 – Propagação dos erros dos parâmetros de posição.

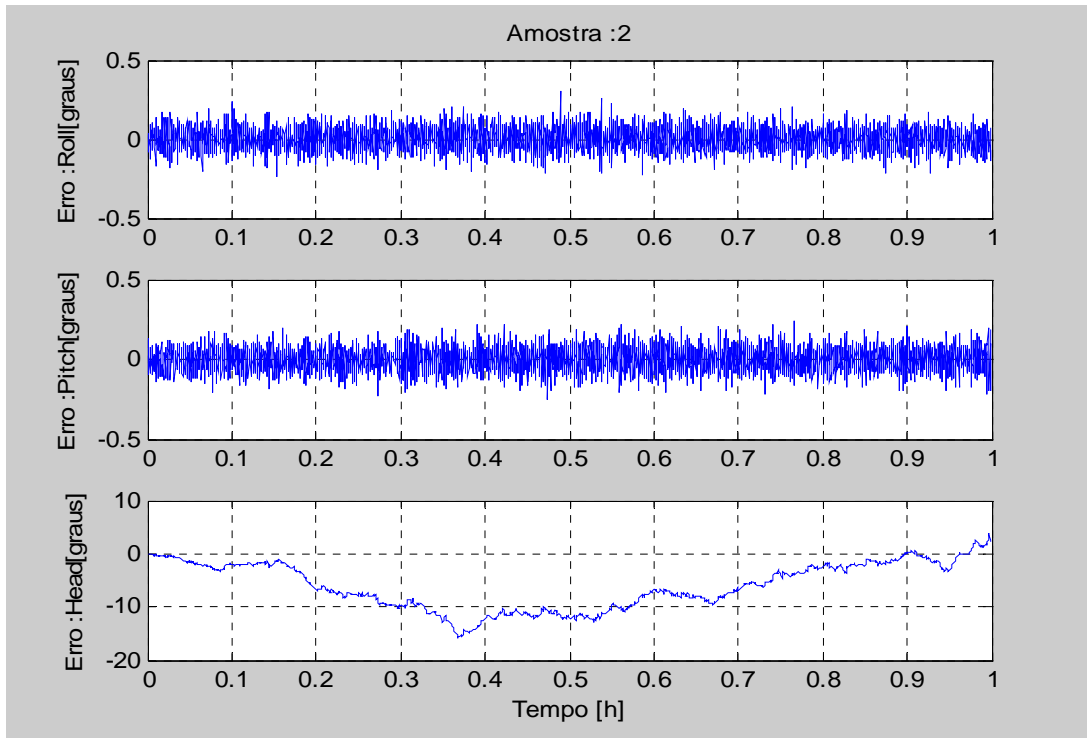


Figura 7.15 – Propagação dos erros dos parâmetros de atitude.

Nessa condição, devido às informações de posição e velocidade fornecidas pelo GPS, o filtro é capaz de estimar com exatidão os dados de posição. O acoplamento nas equações de navegação, gerado pelo componente vertical da aceleração da gravidade, faz com que os ângulos de *roll* e *pitch* também sejam estimados com exatidão. O mesmo não ocorre com o ângulo de *heading*, o que mostra a necessidade de uma medida externa para melhorar a estimativa desse parâmetro.

De forma a resolver o problema da não observabilidade do erro em *heading* no modelo implementado no FK, a informação de *heading* fornecida pelo GPS é incorporada ao vetor de medidas da equação de saída do filtro. Sendo assim, o vetor de medidas passa a ser dado por:

$$\underline{z}_k = \begin{bmatrix} l_{SNI} - l_{GPS} \\ L_{SNI} - L_{GPS} \\ H_{SNI} - H_{GPS} \\ v_{n(SNI)} - v_{n(GPS)} \\ v_{e(SNI)} - v_{e(GPS)} \\ v_{d(SNI)} - v_{d(GPS)} \\ heading_{SNI} - heading_{GPS} \end{bmatrix} \quad (7.26)$$

A partir da definição do novo vetor \underline{z}_k , a matriz de observações é dada por:

$$\underline{H}_k = \begin{bmatrix} \underline{I}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} \\ \underline{\theta}_{3 \times 3} & \underline{I}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.27)$$

Adotando-se o ruído branco como modelo de erro para a medida de *heading* fornecida pelo GPS, tem-se que:

$$\underline{R}_k = \begin{bmatrix} \sigma_l^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_L^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_H^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{vn}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{ve}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{vd}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{head}^2 \end{bmatrix} \quad (7.28)$$

sendo:

σ_{head}^2 : a variância do dado de *heading* fornecido pelo GPS.

Tendo obtido a estimativa do vetor de estados pelo FK, a realimentação (compensação) do componente de erro do dado de *heading* é descrita pela equação:

$$\widehat{\gamma} = \hat{\gamma} - \delta_\gamma \quad (7.29)$$

sendo

$\widehat{\gamma}$: o dado de *heading* corrigido (compensado);

$\hat{\gamma}$: o dado de *heading* obtido pelo SNI;

δ_γ : a estimativa do erro em *heading* obtido pelo FK.

A Figura 7.16 ilustra o efeito da inclusão da informação de *heading* nas estimativas dos erros na atitude, mostrando que, com essa estrutura, o navegador integrado SNI-IMU-MEMS/GPS é capaz de fornecer, com exatidão, estimativas dos parâmetros de posição e atitude.

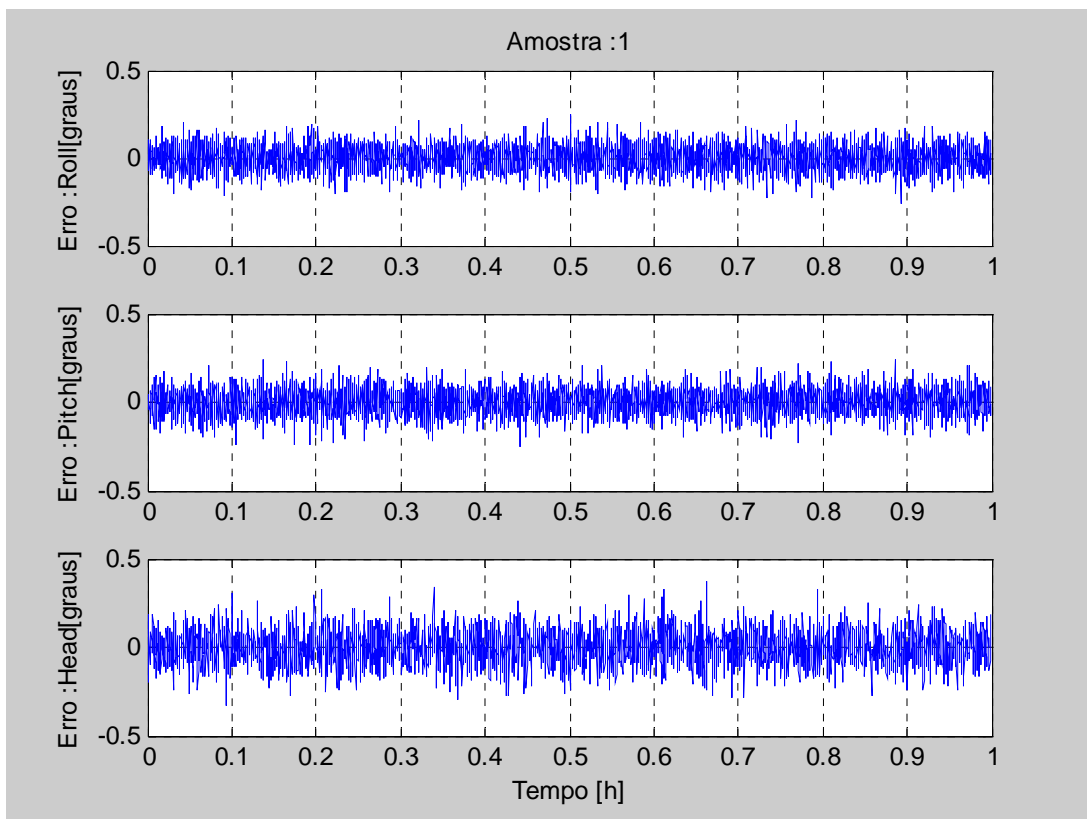


Figura 7.16 – Propagação dos erros dos parâmetros de *atitude*.

Com o intuito de analisar o desempenho do método de remoção do ruído proposto na Seção 4.7 (*de-noising* com TWD), o diagrama de blocos da simulação é ligeiramente modificado. Os dados de aceleração e velocidade angular são processados por um filtro

antes de serem passados para o navegador integrado. Essa modificação é ilustrada no diagrama de blocos da Figura 7.17.

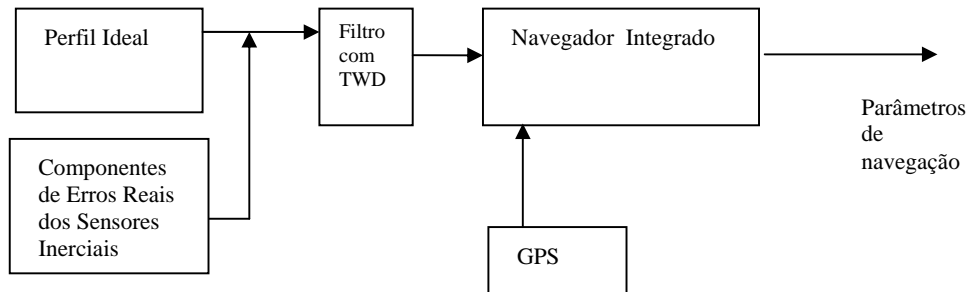


Figura 7.17 - Diagrama em blocos da simulação do navegador integrado com filtragem.

A Tabela 7.6 apresenta os resultados da simulação sem a aplicação do método de remoção de ruído, enquanto que a Tabela 7.7 apresenta os resultados com a remoção de ruídos. Em ambos os casos, a informação de *heading* fornecida pelo GPS é incorporada ao modelo do Filtro de Kalman.

Tabela 7.6– Resultados da simulação sem a remoção do ruído.

Parâmetro	Valor Médio	Valor Máximo	Valor RMS
Erro em L[m]	0,1095	18,5411	0,6236
Erro em l[m]	0,2906	7,5443	0,5478
Erro em H[m]	0,0256	0,5664	0,2467
Erro em <i>roll</i> [graus]	0,0004	0,2664	0,0718
Erro em <i>pitch</i> [graus]	-0,0005	0,2552	0,0720
Erro em <i>heading</i> [graus]	-0,0016	0,3790	0,0920

Tabela 7.7– Resultados da simulação com a remoção do ruído.

Parâmetro	Valor Médio	Valor Máximo	Valor RMS
Erro em L[m]	0,0901	16,1387	0,4904
Erro em l[m]	-0,0088	4,7200	0,3753
Erro em H[m]	0,0186	0,5331	0,1889
Erro em <i>roll</i> [graus]	0,0004	0,2612	0,0712
Erro em <i>pitch</i> [graus]	-0,0005	0,2520	0,0714
Erro em <i>heading</i> [graus]	-0,0016	0,3212	0,0916

Os dados apresentados nas Tabelas 7.6 e 7.7 mostram que a aplicação da remoção de ruído com TWD melhora de forma significativa os erros nas estimativas dos parâmetros de posição. Observa-se, por exemplo, uma redução de aproximadamente 37% no valor do erro em latitude. Entretanto, a diminuição dos erros não é tão significativa nos parâmetros de atitude, em que se pode verificar, por exemplo, uma diminuição de cerca de 13% no erro em *heading*.

Os resultados das simulações anteriores mostram a necessidade da estimação e compensação dos componentes de *bias_repetibilidade* dos sensores inerciais. Nessas simulações, esses *bias* são estimados como a média dos sinais de erro dos sensores inerciais. Como esse procedimento não pode ser adotado em uma aplicação real, o algoritmo de inicialização apresentado no Capítulo 6 é incorporado ao navegador integrado. Para tanto, é necessária a disponibilidade da informação fornecida por um auxílio de atitude. Dessa forma, a simulação passa a ser descrita pelo diagrama de blocos da Figura 7.18.

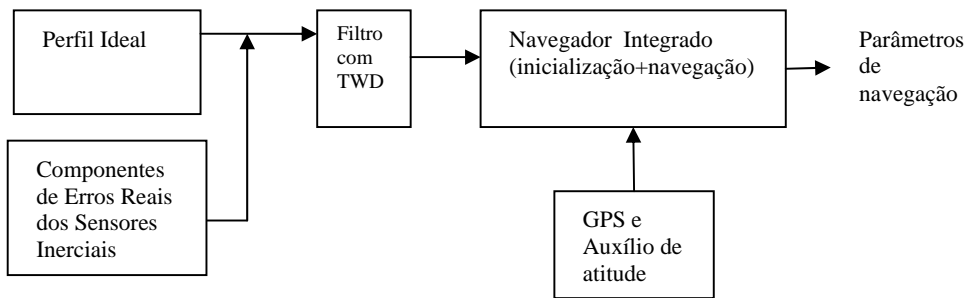


Figura 7.18 - Diagrama em blocos da simulação do navegador integrado com auxílio de atitude.

Nessa simulação, antes da execução do algoritmo de navegação, executa-se o algoritmo de inicialização. É nessa fase que os componentes de *bias*_repetibilidade são estimados. Durante a execução do algoritmo de navegação, a cada leitura das medidas dos sensores inerciais, esses *bias* são devidamente compensados.

Na Tabela 7.8 apresenta-se o resultado da estimação da atitude inicial, enquanto que na Tabela 7.9, o resultado da estimação dos componentes de *bias*_repetibilidade. De forma a ilustrar a estimativa desses componentes, nas Figuras 7.19 e 7.20 são apresentados os valores reais e as propagações temporais das estimativas dos *bias* para o acelerômetro X e para o giroscópio X.

Tabela 7.8– Resultados da estimação da atitude inicial.

ALINHAMENTO SNI-IMU-MEMS (grosseiro):			
angulos	real [graus]	estimado [graus]	erro [graus]
roll	0	0.21007	-0.21007
pitch	0	0.14703	-0.14703
gama	0	-0.21628	0.21628

ALINHAMENTO SNI-IMU-MEMS (fino):			
angulos	real [graus]	estimado [graus]	erro [graus]
roll	0	-0.0066378	-0.0066378
pitch	0	0.006511	0.006511
gama	0	-0.00046851	-0.00046851

Tabela 7.9– Resultados da estimação dos componentes de *bias_repetibilidade*.

ESTIMATIVAS DOS BIAS DOS ACELEROMETROS:			
componente	real [g]	estimado [g]	erro [g]
bax	0.0029391	0.0028665	7.2588e-005
bay	-0.0042098	-0.0042016	-8.2278e-006
baz	0.0012047	0.001136	6.8703e-005

ESTIMATIVAS DOS BIAS DOS GIROSCOPIOS:			
componente	real [graus/s]	estimado [graus/s]	erro [graus/s]
bgx	0.056737	0.04971	0.0070276
bgy	-0.0198	-0.017467	-0.0023325
bgz	0.085918	0.086318	-0.00040074

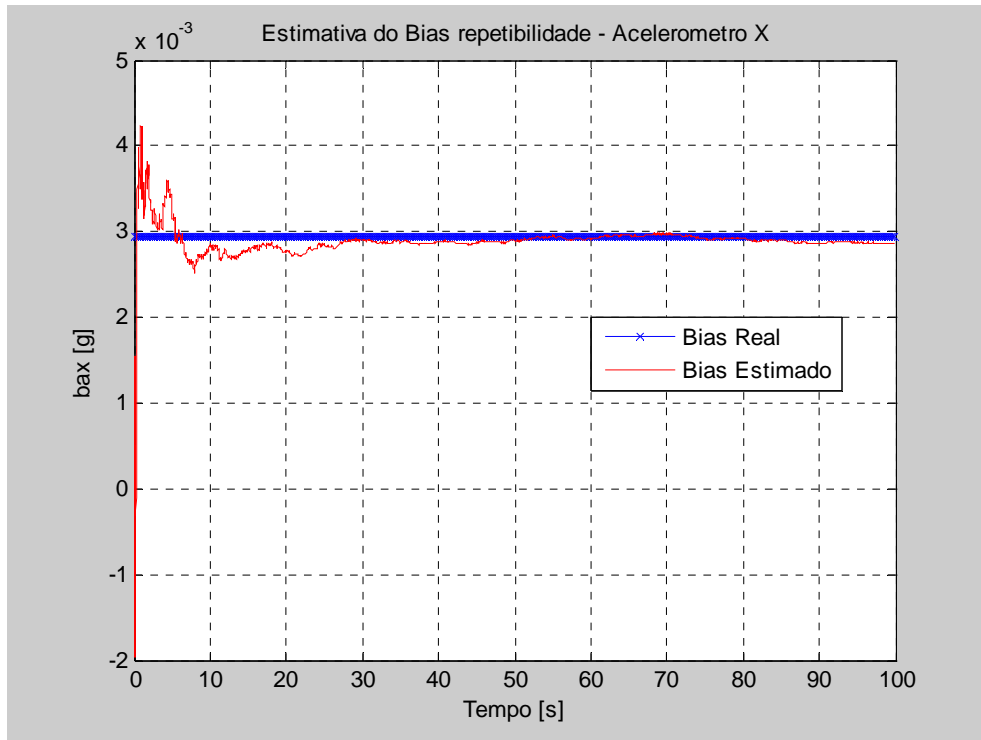


Figura 7.19 – Propagação da estimativa e do valor real do *bias* (A_x).

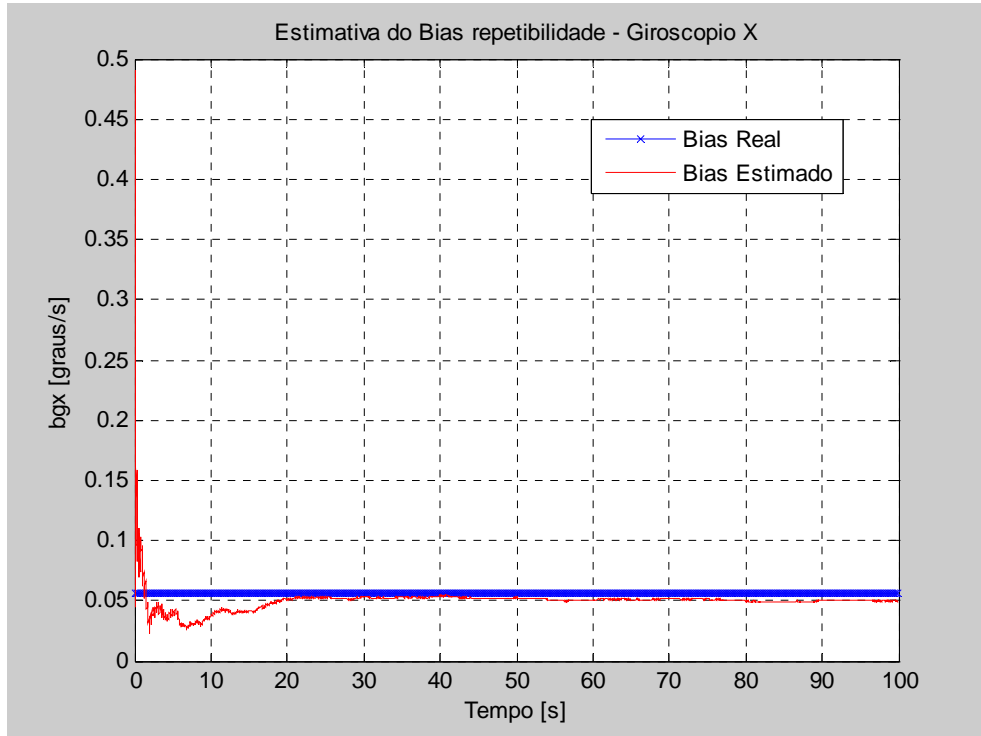


Figura 7.20 – Propagação da estimativa e do valor real do *bias* (G_x).

As Figuras 7.21 e 7.22 mostram a propagação dos erros nas estimativas dos parâmetros de navegação com a incorporação do algoritmo de inicialização ao navegador integrado.

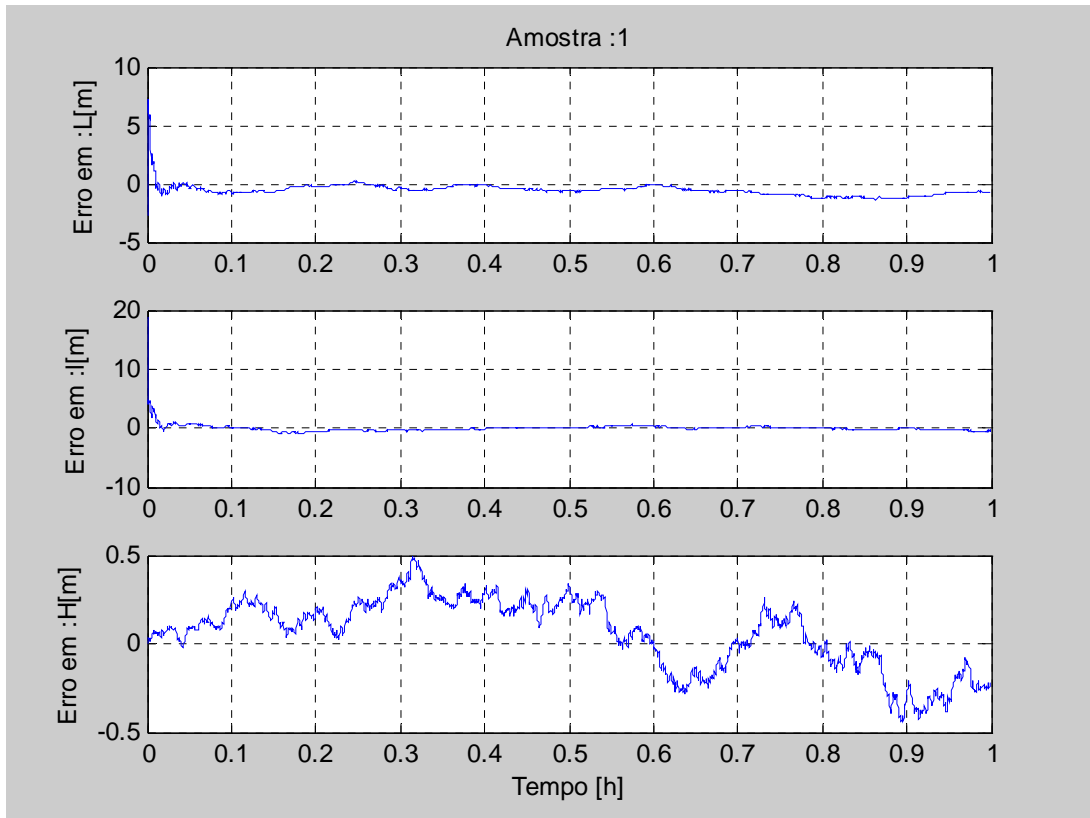


Figura 7.21 – Erros nas estimativas dos parâmetros de posição.

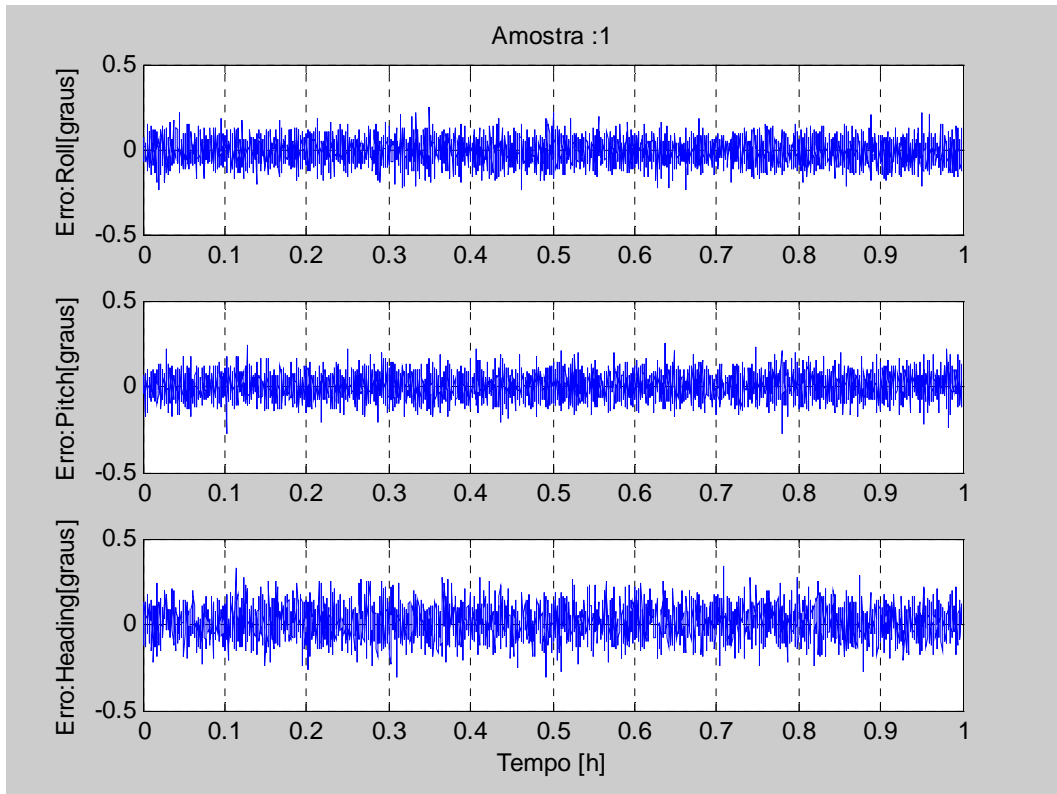


Figura 7.22 – Erros nas estimativas dos parâmetros de atitude.

A partir dos gráficos mostrados nas Figuras 7.21 e 7.22, observa-se que as estimativas dos *bias_repetibilidade* obtidas durante a inicialização do SNI, quando compensadas nos sinais dos sensores inerciais durante a fase de navegação, melhoram o desempenho do navegador integrado. Para tornar mais clara essa observação, na Tabela 7.10, os erros nas estimativas dos parâmetros de navegação são apresentados.

Tabela 7.10 – Resultado da simulação com a compensação do *bias*_repetibilidade.

Parâmetro	Valor Médio	Valor Máximo	Valor RMS
Erro em L[m]	-0,7322	16,2024	1,0416
Erro em l[m]	-0,2890	9,8247	0,5872
Erro em H[m]	0,0617	0,4955	0,2072
Erro em <i>roll</i> [graus]	-0,0068	0,2540	0,0708
Erro em <i>pitch</i> [graus]	-0,0036	0,2836	0,0731
Erro em <i>heading</i> [graus]	0,0118	0,4023	0,0923

Verifica-se que os valores da tabela anterior aproximam-se dos valores apresentados na Tabela 7.7. O valor máximo do erro em latitude anteriormente apresentado, de 16.1387m, é de 16.2014m na última, por exemplo. Ressalta-se, portanto, que o algoritmo de inicialização proposto demonstra-se como eficiente.

Outro aspecto que deve ser observado nessas simulações diz respeito ao modelo adotado para o componente de erro dos sensores inerciais. Nas simulações anteriores, esses erros são modelados como ruído branco. Entretanto, como apresentado no Capítulo 5, esse modelo pode não ser o mais adequado.

Um modelo que é adotado com frequência na modelagem desses componentes de erro é o processo de Markov de primeira ordem (MK1). Segundo esse modelo, os erros nos sinais dos sensores inerciais podem ser descritos pelas equações:

$$\underline{\delta}_a[k] = -\underline{A}_1 \underline{\delta}_a[k-1] + \underline{w}_a[k] \quad (7.30)$$

$$\underline{\delta}_w[k] = -\underline{B}_1 \underline{\delta}_w[k-1] + \underline{w}_w[k] \quad (7.31)$$

sendo:

$$\underline{A}_1 = \begin{bmatrix} a_{1x} & 0 & 0 \\ 0 & a_{1y} & 0 \\ 0 & 0 & a_{1z} \end{bmatrix};$$

$$\underline{B}_1 = \begin{bmatrix} b_{1x} & 0 & 0 \\ 0 & b_{1y} & 0 \\ 0 & 0 & b_{1z} \end{bmatrix};$$

a_{1x}, a_{1y}, a_{1z} : parâmetros do modelo AR(1) dos acelerômetros X, Y e Z;

b_{1x}, b_{1y}, b_{1z} : parâmetros do modelo AR(1) dos giroscópios X, Y e Z,

\underline{w}_a : vetor de ruídos gerador dos erros dos acelerômetros;

\underline{w}_w : vetor de ruídos gerador dos erros dos giroscópios.

Para incorporar esse modelo no equacionamento do FK, é definido um vetor de estados aumentado:

$$\underline{x}_a[k] = \begin{bmatrix} \underline{\delta}_r^N[k] \\ \underline{\delta}_v^N[k] \\ \underline{e}[k] \\ \underline{\delta}_a[k] \\ \underline{\delta}_w[k] \end{bmatrix} \quad (7.32)$$

sendo a equação de propagação desse estado aumentado dada por:

$$\underline{x}_a[k+1] = \begin{bmatrix} \underline{\Phi}_{a11} & \underline{\Phi}_{a12} \\ \underline{\Phi}_{a21} & \underline{\Phi}_{a22} \end{bmatrix} \underline{x}_a[k] + \underline{G}_a \begin{bmatrix} \underline{w}_a[k] \\ \underline{w}_w[k] \end{bmatrix} \quad (7.33)$$

onde:

$$\underline{\Phi}_{a11} = \underline{\Phi}_k;$$

$$\underline{\Phi}_{a12} = \begin{bmatrix} \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \\ \underline{G}_{va} & \underline{\theta}_{3x3} \\ \underline{\theta}_{3x3} & \underline{G}_{ew} \end{bmatrix};$$

$$\underline{\Phi}_{a21} = \begin{bmatrix} \underline{\theta}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} \\ \underline{\theta}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} \end{bmatrix};$$

$$\underline{\Phi}_{a22} = \begin{bmatrix} -\underline{A}_1 & \underline{\theta}_{3 \times 3} \\ \underline{\theta}_{3 \times 3} & -\underline{B}_1 \end{bmatrix};$$

$$\underline{G}_a = \begin{bmatrix} \underline{I}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} \\ \underline{\theta}_{3 \times 3} & \underline{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}.$$

Com esse vetor de estados, a matriz \underline{H}_k da equação de observação passa a ser:

$$\underline{H}_k = \begin{bmatrix} \underline{I}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} \\ \underline{\theta}_{3 \times 3} & \underline{I}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} & \underline{\theta}_{3 \times 3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.34)$$

Para ilustrar o efeito dessa nova modelagem, na Tabela 7.11 são apresentados os resultados da simulação.

Tabela 7.11 – Resultado da simulação com a o modelo MK1.

Parâmetro	Valor Médio	Valor Máximo	Valor RMS
Erro em L[m]	-0,2149	17,6253	0,5870
Erro em l[m]	-0,1910	5,6924	0,6434
Erro em H[m]	-0,3085	0,9706	0,4587
Erro em <i>roll</i> [graus]	-0,0004	0,3048	0,0926
Erro em <i>pitch</i> [graus]	-0,0004	0,3522	0,0926
Erro em <i>heading</i> [graus]	0,0020	0,2802	0,0770

Comparando os dados das Tabelas 7.11 e 7.10, não se observa uma melhoria no desempenho do navegador integrado com a modelagem proposta. Para mostrar que o modelo MK1 não é adequado para os componentes de erro dos sensores inerciais, na

Figura 7.23 são apresentados o valor nominal e a estimativa obtida do *bias_instabilidade* do giroscópio e do acelerômetro Z.

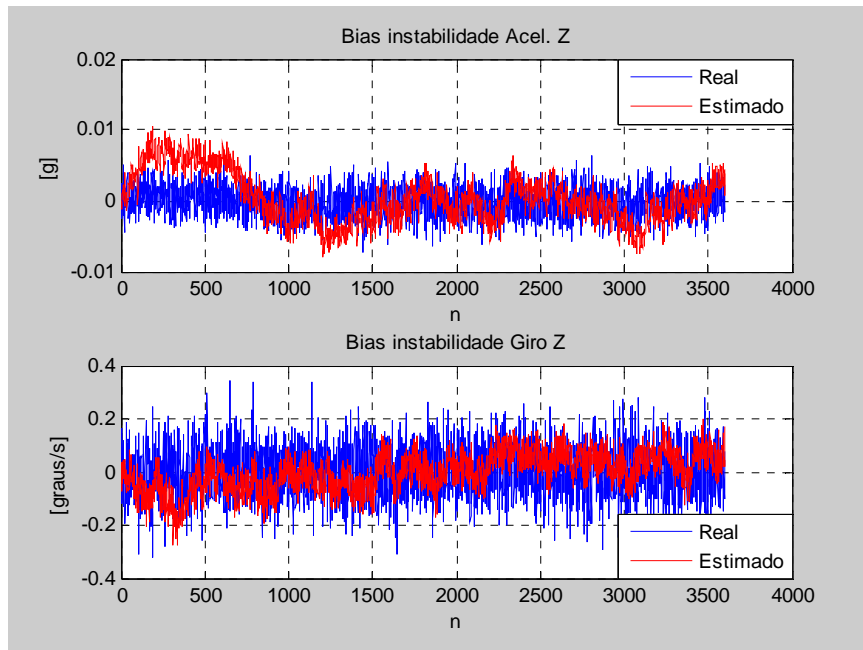


Figura 7.23 – Estimativas dos componentes de *bias_instabilidade*.

Apesar de ser adotado com frequência na modelagem dos erros dos sensores inerciais, o modelo MK1 não se mostrou adequado aos sensores do tipo MEMS. No procedimento de modelagem desenvolvido no Capítulo 5, o modelo que se mostrou adequado a essa classe de sensores foi o modelo AR(4). Segundo essa modelagem, os componentes de erro são descritos pelas equações:

$$\underline{\delta}_a[k] = -\underline{A}_1 \underline{\delta}_a[k-1] - \underline{A}_2 \underline{\delta}_a[k-2] - \underline{A}_3 \underline{\delta}_a[k-3] - \underline{A}_4 \underline{\delta}_a[k-4] + \underline{w}_a[k] \quad (7.35)$$

$$\underline{\delta}_w[k] = -\underline{B}_1 \underline{\delta}_w[k-1] - \underline{B}_2 \underline{\delta}_w[k-2] - \underline{B}_3 \underline{\delta}_w[k-3] - \underline{B}_4 \underline{\delta}_w[k-4] + \underline{w}_w[k] \quad (7.36)$$

sendo:

$$\underline{A}_1 = \begin{bmatrix} a_{1x} & 0 & 0 \\ 0 & a_{1y} & 0 \\ 0 & 0 & a_{1z} \end{bmatrix}; \underline{A}_2 = \begin{bmatrix} a_{2x} & 0 & 0 \\ 0 & a_{2y} & 0 \\ 0 & 0 & a_{2z} \end{bmatrix};$$

$$\underline{A}_3 = \begin{bmatrix} a_{3x} & 0 & 0 \\ 0 & a_{3y} & 0 \\ 0 & 0 & a_{3z} \end{bmatrix}; \underline{A}_4 = \begin{bmatrix} a_{4x} & 0 & 0 \\ 0 & a_{4y} & 0 \\ 0 & 0 & a_{4z} \end{bmatrix};$$

$$\underline{B}_1 = \begin{bmatrix} b_{1x} & 0 & 0 \\ 0 & b_{1y} & 0 \\ 0 & 0 & b_{1z} \end{bmatrix}; \underline{B}_2 = \begin{bmatrix} b_{2x} & 0 & 0 \\ 0 & b_{2y} & 0 \\ 0 & 0 & b_{2z} \end{bmatrix};$$

$$\underline{B}_3 = \begin{bmatrix} b_{3x} & 0 & 0 \\ 0 & b_{3y} & 0 \\ 0 & 0 & b_{3z} \end{bmatrix}; \underline{B}_4 = \begin{bmatrix} b_{4x} & 0 & 0 \\ 0 & b_{4y} & 0 \\ 0 & 0 & b_{4z} \end{bmatrix};$$

$\left. \begin{matrix} a_{1x}, a_{1y}, a_{1z}, a_{2x}, a_{2y}, a_{2z} \\ a_{3x}, a_{3y}, a_{3z}, a_{4x}, a_{4y}, a_{4z} \end{matrix} \right\}$: parâmetros do modelo AR(4) dos acelerômetros;

$\left. \begin{matrix} b_{1x}, b_{1y}, b_{1z}, b_{2x}, b_{2y}, b_{2z} \\ b_{3x}, b_{3y}, b_{3z}, b_{4x}, b_{4y}, b_{4z} \end{matrix} \right\}$: parâmetros do modelo AR(4) dos giroscópios.

\underline{w}_a : vetor de ruídos gerador dos erros dos acelerômetros;

\underline{w}_w : vetor de ruídos gerador dos erros dos giroscópios.

Para incorporar a modelagem AR(4) no equacionamento do FK, é definido um novo vetor de estados aumentado:

$$\underline{x}_a[k] = \begin{bmatrix} \underline{x}[k] \\ \underline{x}_{ba}[k] \\ \underline{x}_{bw}[k] \end{bmatrix} \quad (7.37)$$

sendo:

$$\underline{x}_{ba}[k] = \begin{bmatrix} \delta_a[k] \\ \delta_a[k-1] \\ \delta_a[k-2] \\ \delta_a[k-3] \end{bmatrix}; \underline{x}_{bw}[k] = \begin{bmatrix} \delta_w[k] \\ \delta_w[k-1] \\ \delta_w[k-2] \\ \delta_w[k-3] \end{bmatrix}.$$

A equação de propagação desse novo estado aumentado é dada por:

$$\underline{x}_a[k+1] = \begin{bmatrix} \underline{\Phi}_{a11} & \underline{\Phi}_{a12} & \underline{\Phi}_{a13} \\ \underline{\Phi}_{a21} & \underline{\Phi}_{a22} & \underline{\Phi}_{a23} \\ \underline{\Phi}_{a31} & \underline{\Phi}_{a32} & \underline{\Phi}_{a33} \end{bmatrix} \underline{x}_a[k] + \underline{G}_a \begin{bmatrix} \underline{w}_a[k] \\ \underline{w}_w[k] \end{bmatrix} \quad (7.38)$$

sendo:

$$\underline{\Phi}_{a11} = \underline{\Phi}_k;$$

$$\underline{\Phi}_{a12} = \begin{bmatrix} \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \\ \underline{G}_{va} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \\ \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \end{bmatrix}; \quad \underline{\Phi}_{a13} = \begin{bmatrix} \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \\ \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \\ \underline{\theta}_{3x3} & \underline{G}_{ew} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \end{bmatrix};$$

$$\underline{\Phi}_{a21} = \underline{\theta}_{12x9}; \quad \underline{\Phi}_{a23} = \underline{\theta}_{12x12};$$

$$\underline{\Phi}_{a22} = \begin{bmatrix} \underline{A}_1 & \underline{A}_2 & \underline{A}_3 & \underline{A}_4 \\ \underline{I}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \\ \underline{\theta}_{3x3} & \underline{I}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \\ \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{I}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \end{bmatrix};$$

$$\underline{\Phi}_{a31} = \underline{\theta}_{12x9}; \quad \underline{\Phi}_{a32} = \underline{\theta}_{12x12};$$

$$\underline{\Phi}_{a33} = \begin{bmatrix} \underline{B}_1 & \underline{B}_2 & \underline{B}_3 & \underline{B}_4 \\ \underline{I}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \\ \underline{\theta}_{3x3} & \underline{I}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \\ \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} & \underline{I}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \end{bmatrix};$$

$$\underline{G}_a = \begin{bmatrix} \underline{G}_{1a} \\ \underline{G}_{2a} \\ \underline{G}_{3a} \end{bmatrix}; \quad \underline{G}_{1a} = \underline{\theta}_{9x6}; \quad \underline{G}_{2a} = \begin{bmatrix} \underline{I}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \\ \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \\ \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \\ \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \end{bmatrix}; \quad \underline{G}_{3a} = \begin{bmatrix} \underline{\theta}_{3x3} & \underline{I}_{3x3} \\ \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \\ \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \\ \underline{\theta}_{3x3} & \underline{\theta}_{3x3} \end{bmatrix};$$

Com esse novo vetor de estados, a matriz \underline{H}_k da equação de observação passa a

ser:

$$\underline{H}_k = \begin{bmatrix} \underline{H}_1 \\ \underline{H}_2 \\ \underline{H}_3 \end{bmatrix} \quad (7.39)$$

sendo:

$$\underline{H}_1 = [\underline{I}_{3 \times 3} \quad \underline{\theta}_{3 \times 30}];$$

$$\underline{H}_2 = [\underline{\theta}_{3 \times 3} \quad \underline{I}_{3 \times 3} \quad \underline{\theta}_{3 \times 27}];$$

$$\underline{H}_2 = [\underline{\theta}_{1 \times 3} \quad \underline{\theta}_{1 \times 3} \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad \underline{\theta}_{1 \times 24}].$$

Os resultados da simulação com a modelagem AR(4) são apresentados na Tabela 7.12:

Tabela 7.12 – Resultado da simulação com a o modelo AR(4).

Parâmetro	Valor Médio	Valor Máximo	Valor RMS
Erro em L[m]	-0,3053	0,8581	0,3844
Erro em l[m]	-0,0671	0,6131	0,2677
Erro em H[m]	-0,2983	1,0224	0,4540
Erro em <i>roll</i> [graus]	-0,0001	0,1811	0,0480
Erro em <i>pitch</i> [graus]	-0,0001	0,1988	0,0480
Erro em <i>heading</i> [graus]	0,0021	0,1997	0,0603

Ao comparar os dados das Tabelas 7.12 e 7.10, verifica-se uma melhoria significativa no desempenho do navegador integrado, principalmente nos parâmetros de posição, com a modelagem AR(4). Como ilustração dessa melhoria, destaca-se a redução de 16.2024m para 0.8581m no valor máximo do erro em longitude, e a de 9.8247m para 0.6131m no valor máximo do erro em latitude. De modo a confirmar que esse modelo é adequado para os componentes de erro dos sensores inerciais, na Figura 7.24 são apresentados o valor nominal e a estimativa obtida do *bias*_instabilidade do giroscópio e do acelerômetro Z.

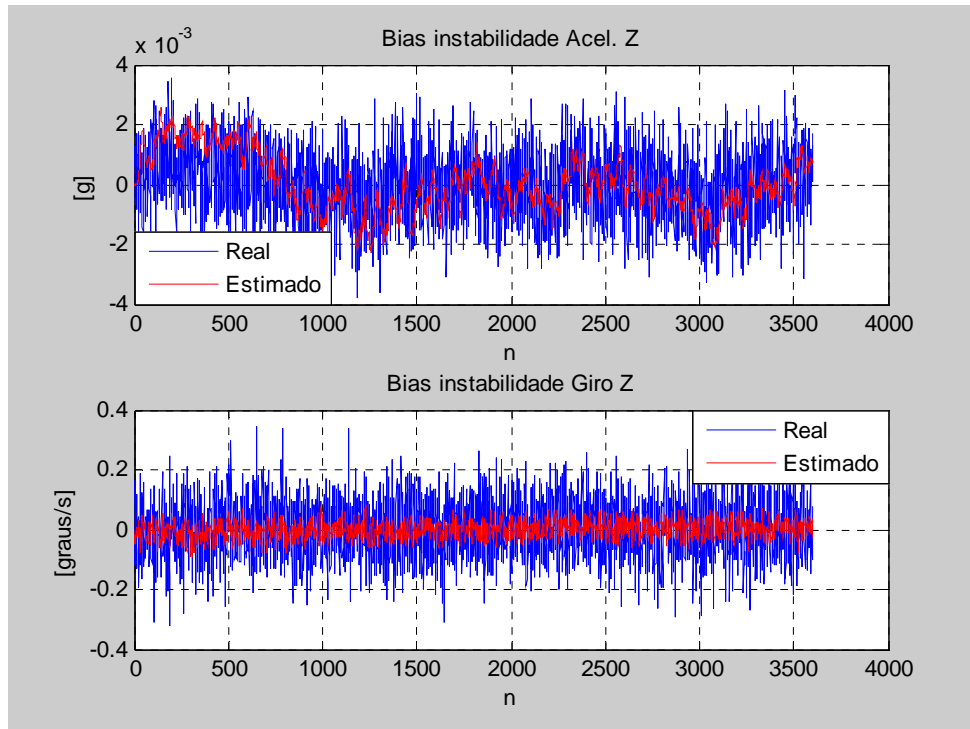


Figura 7.24 – Estimativas dos componentes de *bias_instabilidade*.

7.5 - Experimentos com o navegador integrado SNI-IMU-MEMS/GPS

O objetivo das simulações apresentadas na Seção 7.4 é mostrar a eficiência das técnicas propostas em um ambiente controlado, ou seja, os dados de erro dos sensores inerciais são obtidos em laboratório. Na seção atual, entretanto, de forma a ter uma avaliação mais real, apresentam-se os resultados de experimentos realizados com o navegador integrado SNI-IMU-MEMS/GPS (SNI-MEMS). Nesses experimentos, o navegador é instalado a bordo de uma viatura de testes que percorre uma trajetória padrão. Nessa trajetória, há dezenove marcos georreferenciados, ou seja, as coordenadas desses marcos – latitude, longitude e altitude – são conhecidas com uma exatidão da ordem de centímetros. Os parâmetros de posição fornecidos pelo navegador são então comparados com os dados dos marcos da trajetória. Uma unidade de navegação NAV420 da Crossbow também é instalada a bordo da mesma viatura para se obter uma análise

comparativa do desempenho desse navegador. Essa unidade é formada por um GPS, um magnetômetro e uma IMU-MEMS. Os dados de posição e velocidade são fornecidos pelo GPS, enquanto que os dados de atitude são obtidos pela integração, via Filtro de Kalman, das medidas do magnetômetro e das medidas da IMU [87]. Nas Figuras 7.25, 7.26 e 7.27 são apresentados os gráficos dos dados de posição fornecidos pela NAV420 em conjunto com os dados dos marcos.

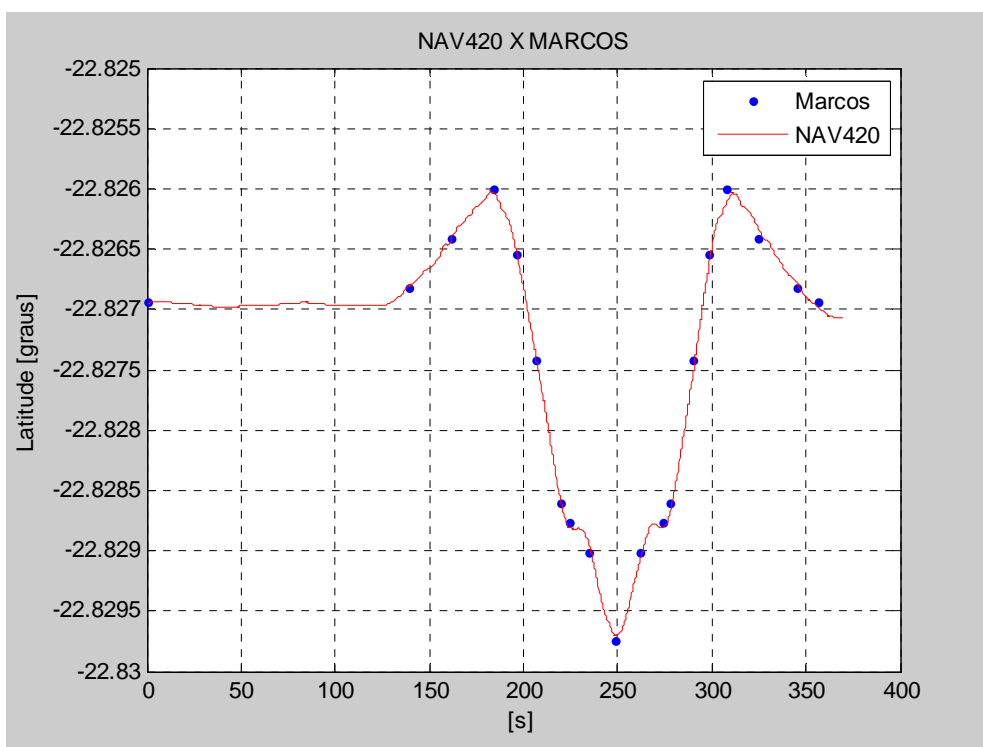


Figura 7.25 – Gráfico da variação de latitude fornecida pela NAV420.

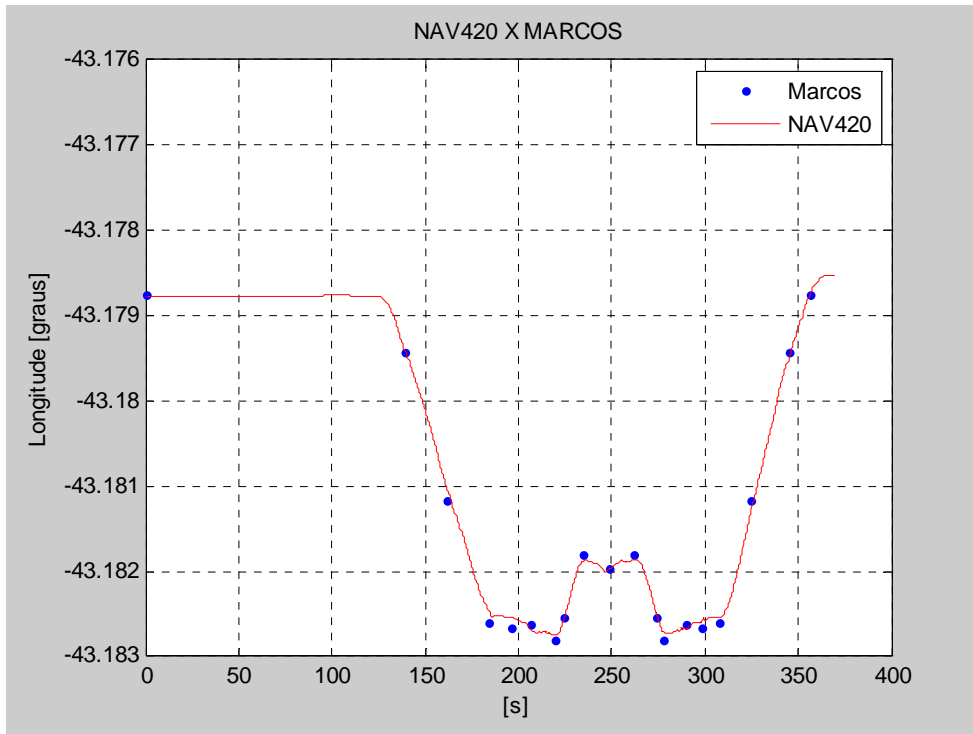


Figura 7.26 – Gráfico da variação de longitude fornecida pela NAV420.

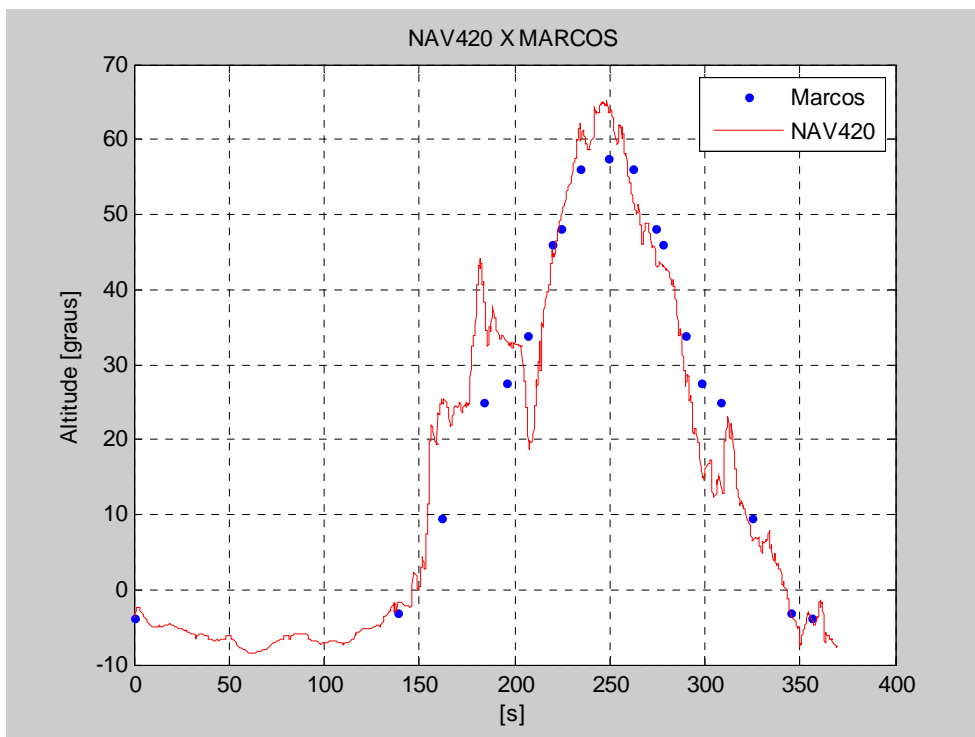


Figura 7.27 – Gráfico da variação de altitude fornecida pela NAV420.

Na Tabela 7.13 são apresentadas estatísticas dos erros em posição obtidos a partir da NAV420.

Tabela 7.13 – Resultado do experimento com a NAV420.

Parâmetro	Valor Médio	Valor Máximo	Desvio Padrão
Erro em Longitude [m]	1,1581	15,8916	8,3612
Erro em Latitude [m]	2,095	15,1548	7,1293
Erro em Altitude [m]	0,3375	15,3630	7,6357

Nas Figuras 7.28, 7.29 e 7.30 são apresentados os dados de posição fornecidos pelo navegador integrado SNI/GPS e os dados dos marcos da trajetória de referência. Nesse primeiro experimento, utilizam-se os equacionamentos usuais de um SNI [63]. Além disso, os componentes de erro dos sensores inerciais são modelados como ruídos brancos. Vale ressaltar que não são aplicadas técnicas de filtragem ou remoção de ruídos, e não é adotado um procedimento elaborado para o alinhamento inicial (não são estimados os componentes de *bias_repetibilidade*).

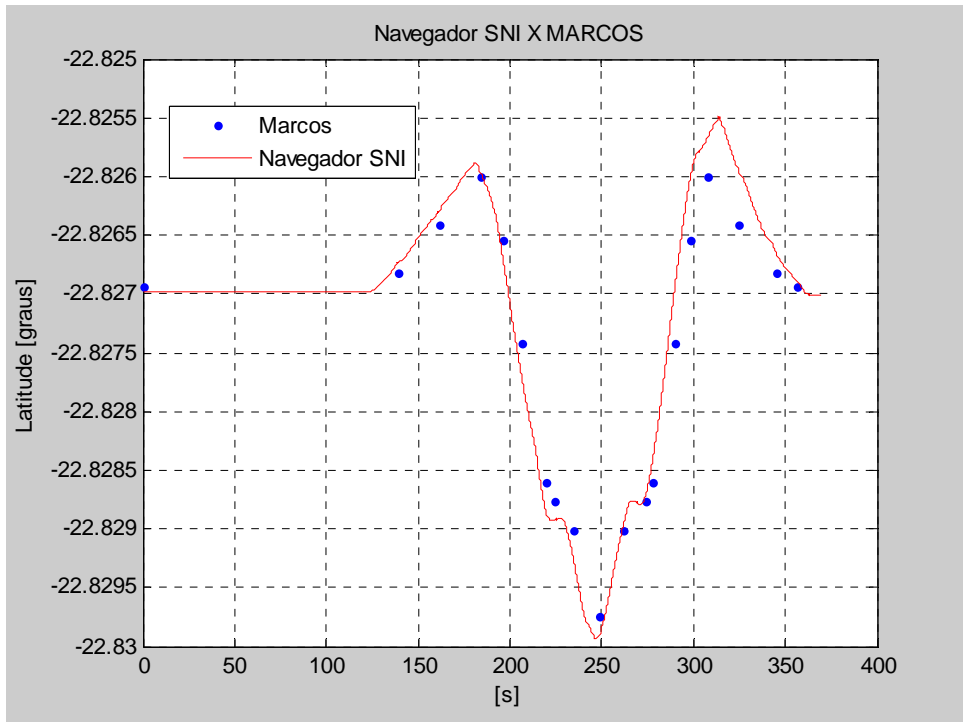


Figura 7.28 – Gráfico da variação de latitude fornecida pelo SNI.

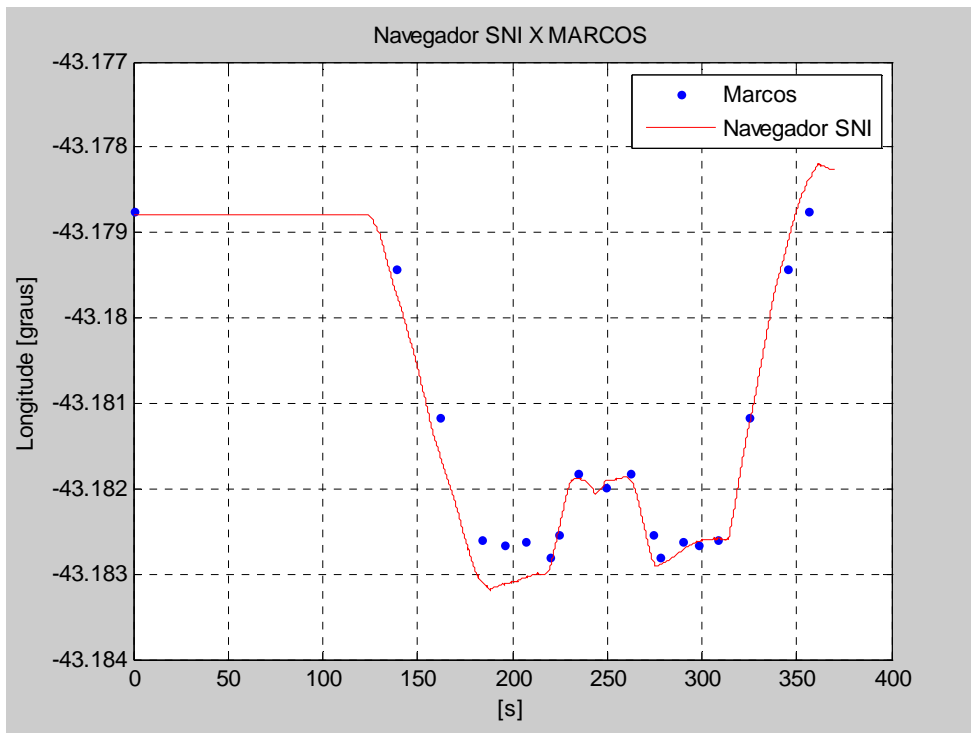


Figura 7.29 – Gráfico da variação de longitude fornecida pelo SNI.

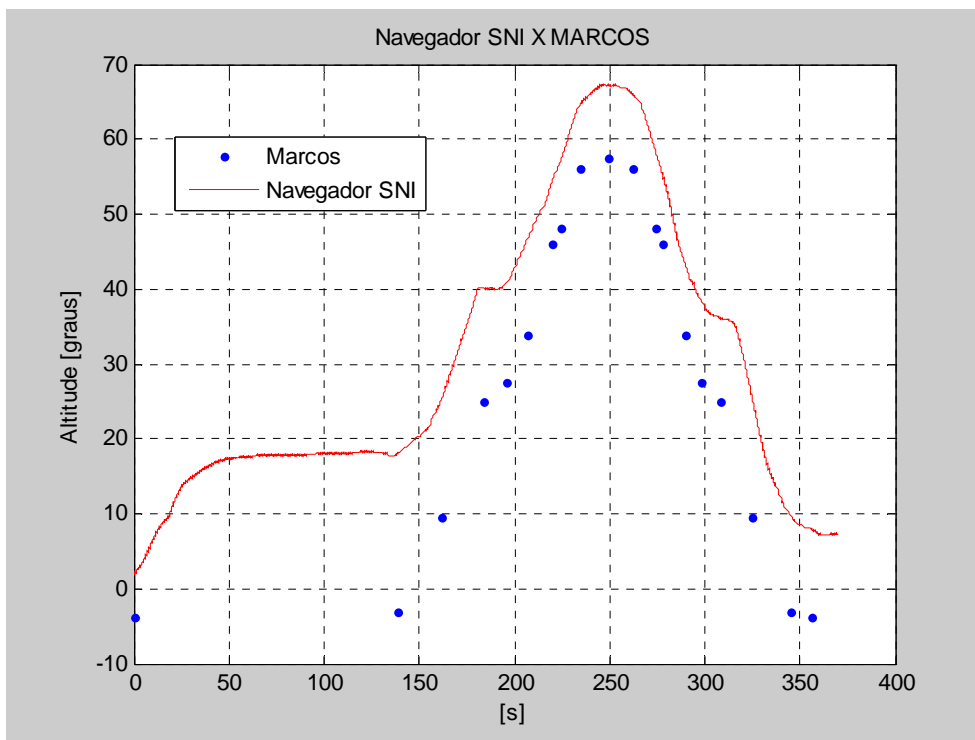


Figura 7.30 – Gráfico da variação de altitude fornecida pelo SNI.

Os gráficos das figuras anteriores mostram que os dados de posição fornecidos pelo SNI estão bem mais afastados dos marcos do que os fornecidos pela NAV420. Na Tabela 7.14 são apresentadas estatísticas dos erros em posição obtidos a partir do SNI.

Tabela 7.14 – Resultado do experimento com o SNI.

Parâmetro	Valor Médio	Valor Máximo	Desvio Padrão
Erro em Longitude [m]	12,03	49,29	24,00
Erro em Latitude [m]	-7,23	57,25	28,66
Erro em Altitude [m]	-11,63	21,20	13,54

Os dados da tabela mostram que o navegador SNI/GPS apresenta um desempenho bem inferior ao da NAV420.

Esse mesmo experimento é executado com a aplicação das técnicas e procedimentos propostos neste trabalho. Nas Figuras 7.31, 7.32 e 7.33 são apresentados os dados de posição fornecidos pelo navegador integrado SNI-MEMS.

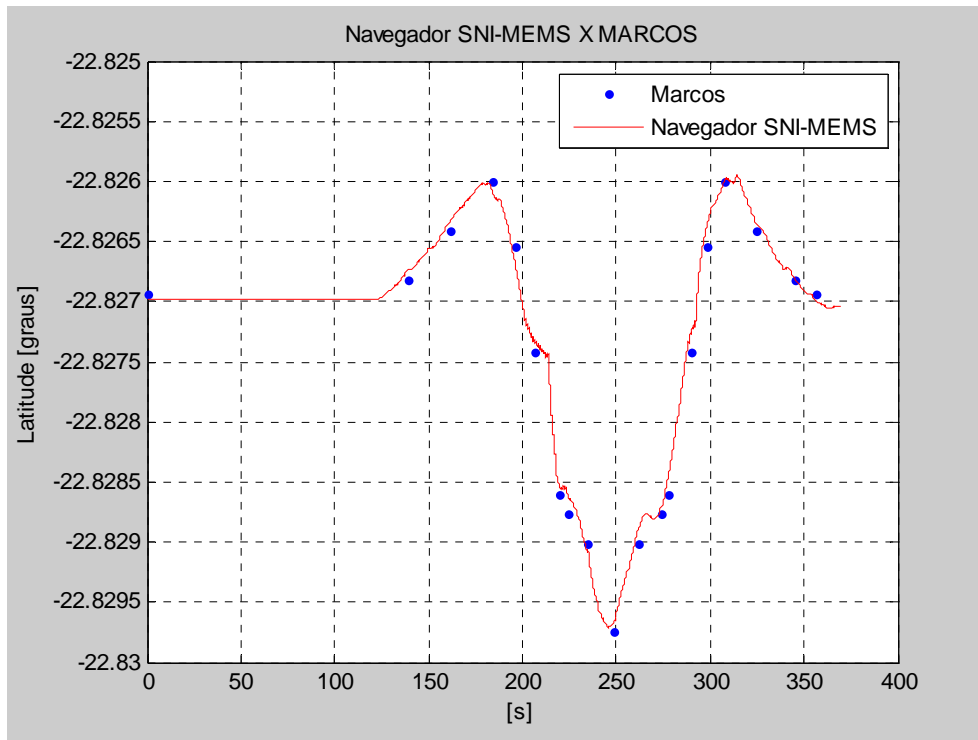


Figura 7.31 – Gráfico da variação de latitude fornecida pelo SNI-MEMS.

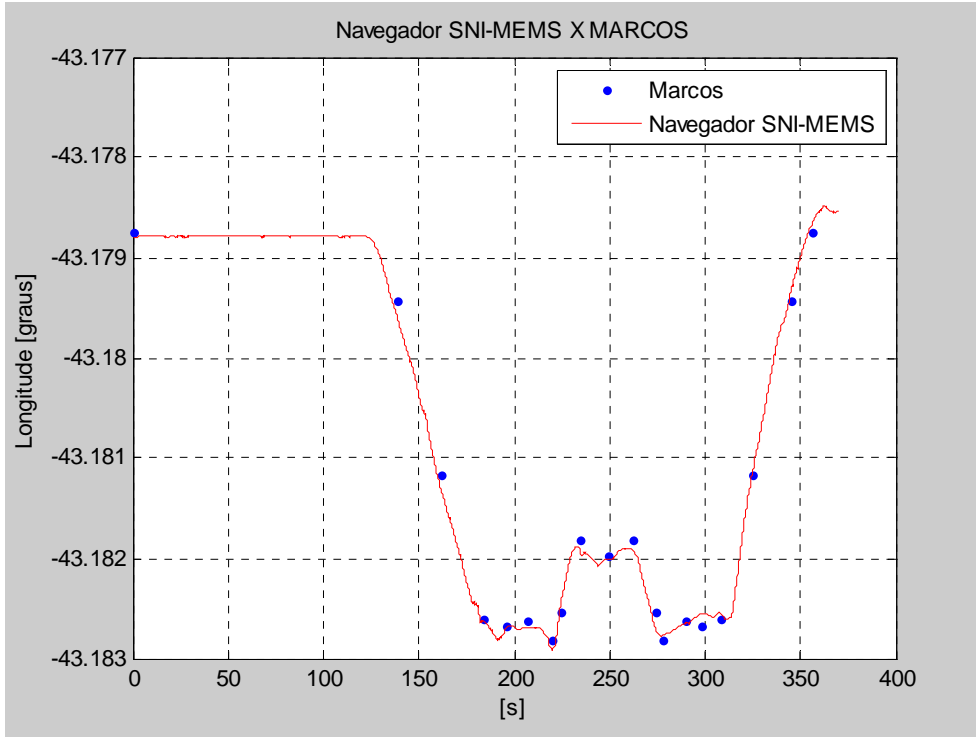


Figura 7.32 – Gráfico da variação de longitude fornecida pelo SNI-MEMS.

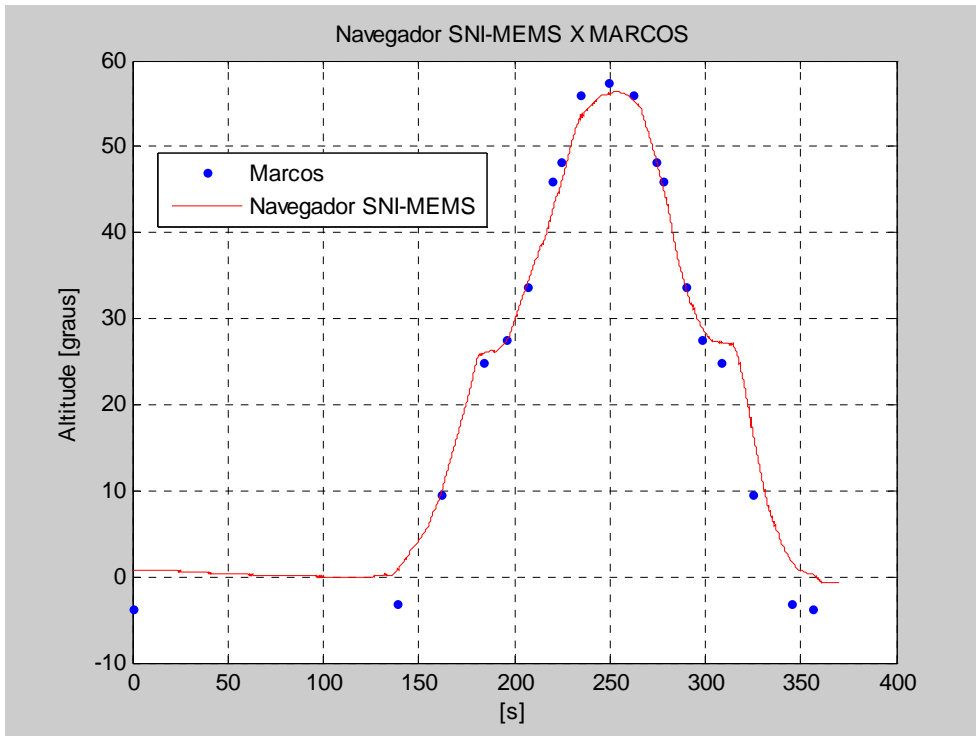


Figura 7.33 – Gráfico da variação de altitude fornecida pelo SNI-MEMS.

Os gráficos anteriores mostram que os dados de posição fornecidos pelo SNI-MEMS estão mais próximos dos marcos, indicando uma melhora no desempenho do navegador. Na Tabela 7.15 são apresentadas estatísticas dos erros em posição obtidos a partir do SNI-MEMS.

Tabela 7.15 – Resultado do experimento com o SNI-MEMS.

Parâmetro	Valor Médio	Valor Máximo	Desvio Padrão
Erro em Longitude [m]	-5,52	19,91	9,91
Erro em Latitude [m]	3,35	18,60	9,56
Erro em Altitude [m]	0,95	7,02	2,89

Os resultados mostram que para a latitude e a longitude, o desempenho do navegador SNI-MEMS é equivalente ao da NAV420. Entretanto, para a altitude, o navegador SNI-MEMS apresentou um desempenho melhor, como se pode observar através dos dados apresentados na última linha das duas tabelas. Isso se deve ao fato do canal vertical de um GPS apresentar um nível de ruído elevado, como pode ser verificado na Figura 7.34, em que são apresentados os dados de altitude fornecidos pela NAV420 e pelo SNI-MEMS.

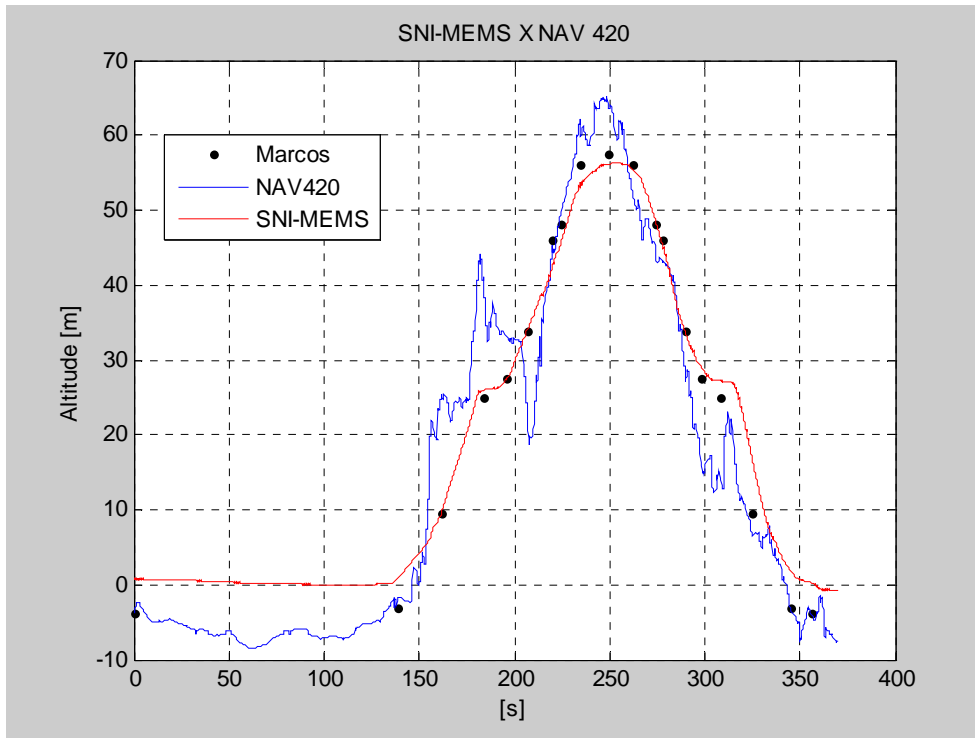


Figura 7.34 – Gráfico da variação de altitude fornecida SNI-MEMS x NAV420.

Com o intuito de comprovar que a melhora do desempenho do navegador integrado SNI-MEMS em relação ao SNI não é causada pelo GPS, nas Figuras 7.35, 7.36 e 7.37 são apresentados os gráficos dos dados de posição fornecidos pelo GPS do navegador integrado.

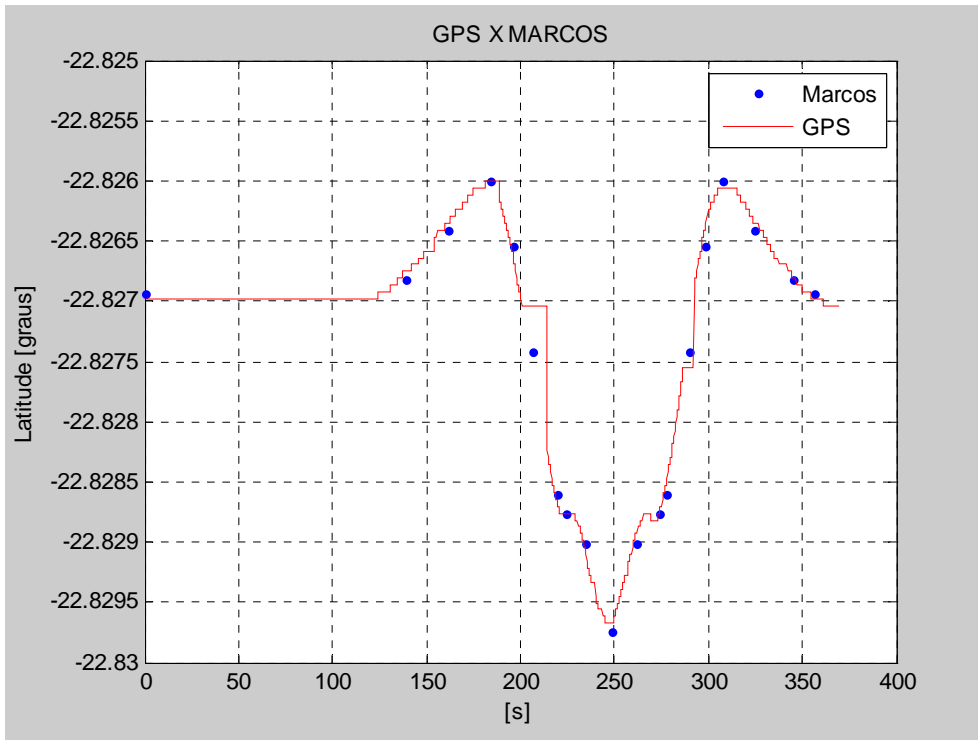


Figura 7.35 – Gráfico da variação de latitude fornecida pelo GPS.

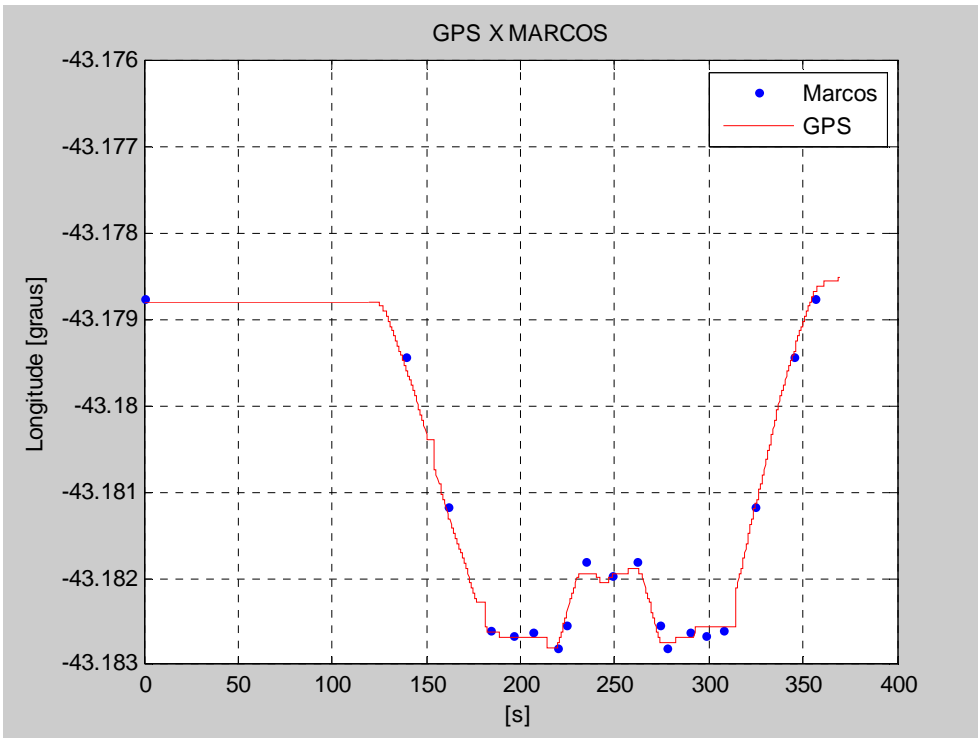


Figura 7.36 – Gráfico da variação de longitude fornecida pelo GPS.

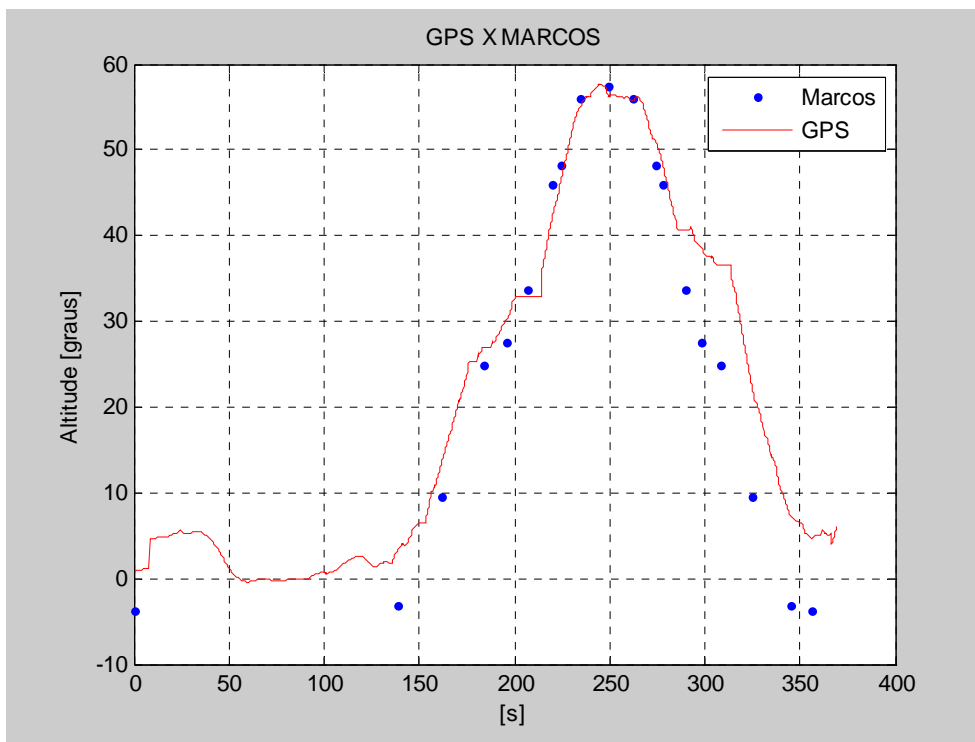


Figura 7.37 – Gráfico da variação de altitude fornecida pelo GPS.

Observando os gráficos de posição fornecidos pelo navegador integrado SNI-MEMS e pelo GPS, verifica-se que os dados do SNI-MEMS estão mais próximos dos marcos, indicando um melhor desempenho. Para confirmar essa observação, a Tabela 7.16 destina-se a apresentar as estatísticas dos erros em posição obtidos a partir do GPS.

Tabela 7.16 – Resultado do experimento com o GPS.

Parâmetro	Valor Médio	Valor Máximo	Desvio Padrão
Erro em Longitude [m]	1,61	16,33	8,89
Erro em Latitude [m]	-2,44	42,40	13,16
Erro em Altitude [m]	-4,07	12,46	5,03

Os dados das Tabelas 7.15 e 7.16 indicam que o navegador integrado SNI-MEMS apresentou um desempenho equivalente ao do GPS na determinação da longitude, e um desempenho superior na determinação da latitude e da altitude.

Os experimentos com o navegador SNI-MEMS a bordo de uma viatura não permitem a avaliação do desempenho na determinação dos parâmetros da atitude. Portanto, utiliza-se o simulador de movimentos mencionado no Capítulo 2. Nesse novo experimento, o SNI-MEMS é fixado no simulador e submetido a uma sequência de movimentos angulares. A partir de uma atitude inicial (15 graus), o simulador é alinhado com a horizontal local (*roll* e *pitch* iguais a zero). Os ângulos, então, são incrementados de trinta em trinta graus até a atitude de 90 graus, retornando em seguida para a posição angular de zero graus. Na Figura 7.38, apresenta-se o gráfico com o ângulo de *roll* determinado pelo SNI-MEMS.

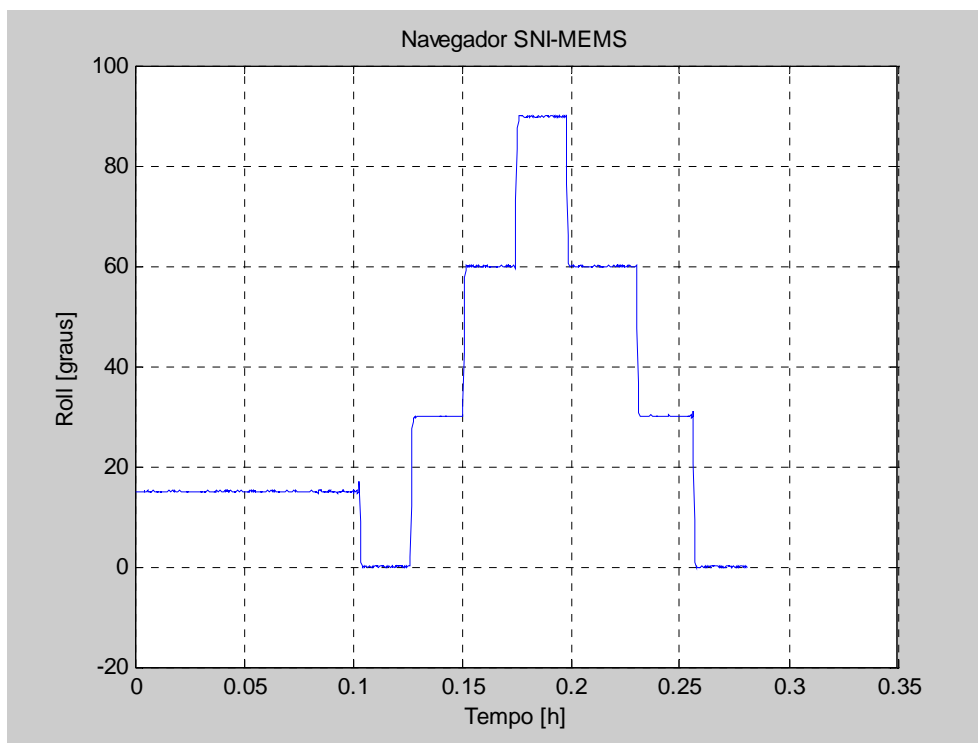


Figura 7.38 – Gráfico do ângulo de roll determinado pelo SNI-MEMS.

Com o objetivo de avaliar o algoritmo de inicialização do navegador e a determinação da atitude, a Figura 7.39 apresenta uma observação local do gráfico anterior, e a Figura 7.40, o gráfico e as estatísticas do erro na determinação do ângulo de *roll*.

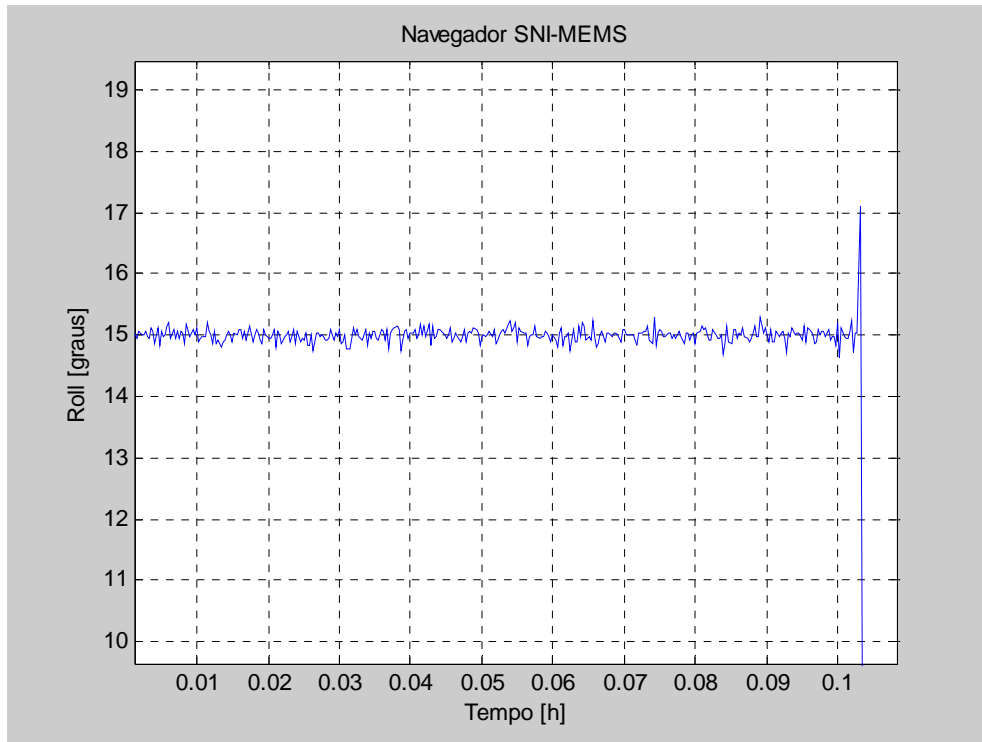


Figura 7.39 – Observação local do ângulo de *roll* determinado pelo SNI-MEMS.

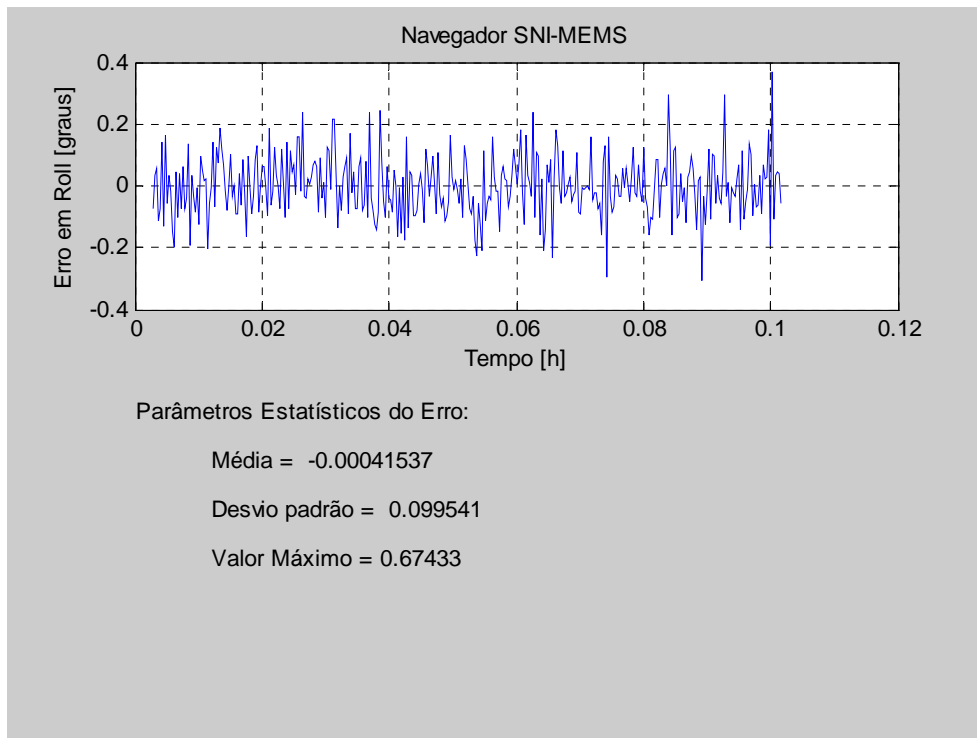


Figura 7.40 – Erro local na determinação do ângulo de *roll*.

Resultados semelhantes foram encontrados nos demais trechos do gráfico da Figura 7.36, e para os ângulos de *pitch* e *heading*. Esses resultados, em conjunto com os resultados dos experimentos executados a bordo da viatura, mostram a eficiência das técnicas, algoritmos e procedimentos propostos neste trabalho para a melhoria do desempenho de um sistema de navegação inercial baseado em sensores do tipo MEMS.

8 - Conclusões e propostas para trabalhos futuros

8.1 - Conclusões

O objetivo deste trabalho é a melhoria do desempenho de um navegador integrado SNI/GPS baseado em sensores inerciais do tipo MEMS. Nesta Seção, comentam-se os principais resultados obtidos com as técnicas, algoritmos e procedimentos apresentados nas Seções anteriores.

8.1.1 - Caracterização da IMU-MEMS

O principal objetivo na caracterização de um sensor é obter um modelo de compensação eficiente. O procedimento apresentado no Capítulo 2 permitiu a verificação de que o modelo normalmente adotado não se aplica aos sensores inerciais do tipo MEMS. Os modelos propostos mostraram-se adequados a essa classe de sensores, e, no caso particular dos acelerômetros, sua aplicação reduziu em cerca de 60% o erro nas medidas de um determinado perfil de aceleração (páginas 39 e 40).

8.1.2 - Mecanização Aplicada a um SNI-IMU-MEMS

A mecanização de um SNI é um modelo matemático que descreve como as medidas de aceleração e velocidade angular são transformadas em dados de posição e atitude. No modelo de um SNI baseado em sensores de qualidade, existem acoplamentos causados, por exemplo, pela velocidade angular da Terra. Como visto no Capítulo 2, a resolução dos giroscópios e acelerômetros MEMS é elevada. Portanto, tais sensores não são capazes de medir sinais com amplitudes relativamente baixas, como a velocidade angular da Terra. A mecanização proposta no Capítulo 3 leva em consideração a capacidade de resolução dos sensores inerciais, logo é um modelo mais adequado a um SNI-MEMS. Além disto, o modelo de propagação de erros incorporado ao FK é obtido a partir da mecanização do SNI. Sendo a mecanização proposta mais adequada, o modelo de erros associado também é mais adequado, o que, a princípio,

deve melhorar o desempenho do FK. Os resultados dos experimentos apresentados na Seção 7.5 confirmam essas conclusões.

8.1.3 - Remoção de Ruído com TWD

Os resultados apresentados na Seção 7.4 mostram que a aplicação da remoção de ruído com TWD melhora de forma significativa o desempenho do navegador. Observe, por exemplo, uma redução de aproximadamente 37% no valor do erro em latitude, e uma diminuição de cerca de 13% no erro em *heading*, nas simulações realizadas (página 140).

8.1.4 - Modelagem paramétrica dos componentes de *bias_instabilidade*

Os experimentos realizados no Capítulo 5 mostraram que os dois modelos normalmente adotados para o componente *bias_instabilidade* dos sensores inerciais, ruído branco e MK1, não são adequados aos sensores do tipo MEMS. O método proposto para modelagem desses *bias* determinou que o modelo adequado é o AR(4). Confirmando essa modelagem, os resultados das simulações apresentadas na Seção 7.5 indicaram uma redução do erro em até 10 vezes quando o modelo AR(4) é comparado com os demais. Isto se deve a dois fatores: o modelo do componente *bias_instabilidade* é incorporado na formulação do FK, logo um modelo mais adequado melhora o desempenho do filtro; com o FK melhor ajustado, o erro na estimativa desse componente é reduzido, tornando sua compensação mais eficiente.

8.1.5 - Algoritmo de inicialização de um SNI-IMU-MEMS

As primeiras simulações realizadas na Seção 7.3 mostram que o FK não é capaz de compensar o efeito do componente *bias_repetibilidade* dos sensores inerciais. Em uma primeira abordagem, esse componente é estimado como a média do sinal de erro dos sensores, procedimento que embora tenha melhorado o desempenho do navegador, não pode ser adotado em uma aplicação real. A partir da mecanização proposta para um

SNI-IMU-MEMS, é desenvolvido no Capítulo 6 um algoritmo para a inicialização dessa classe de navegadores que, além de fornecer a atitude inicial, também é capaz de estimar o componente de *bias*. As simulações realizadas nos Capítulos 6 e 7 mostram a eficiência do algoritmo proposto.

8.1.6 – Experimentos com o SNI-IMU-MEMS

Os resultados dos experimentos realizados na Seção 7.5 mostram que um navegador integrado SNI/GPS, baseado em uma IMU-MEMS que utiliza as mecanizações e os modelos de uma IMU de melhor qualidade, apresenta um desempenho bem inferior quando comparado com o sistema NAV420 da Crossbow. Essa unidade é formada por um GPS, um magnetômetro e uma IMU-MEMS. Os dados de posição e velocidade são fornecidos pelo GPS, enquanto que os dados de atitude são obtidos pela integração, via Filtro de Kalman, das medidas do magnetômetro e das medidas da IMU. Entretanto, quando os desenvolvimentos propostos nesse Trabalho são incorporados ao SNI-IMU-MEMS/GPS, o desempenho do navegador integrado é comparável ao do NAV420 para os parâmetros latitude e longitude, e superior para o parâmetro altitude. Isso se deve ao fato do canal vertical de um GPS apresentar um nível de ruído elevado. Além disto, os resultados também mostram que o navegador integrado SNI-IMU-MEMS/GPS apresentou um desempenho superior ao do sistema GPS operando isoladamente.

8.2 - Propostas para Trabalhos Futuros

As propostas para trabalhos futuros abrangem temas de interesse para o enriquecimento deste trabalho, e que requerem uma investigação mais detalhada ou uma abordagem diferente para os problemas encontrados, como descrito a seguir.

8.2.1 - Seleção da *wavelet* na TWD

No Capítulo 4, o método de seleção da *wavelet* é normalmente baseado na observação do sinal obtido. Portanto, seria interessante a utilização de um procedimento de seleção a partir de um parâmetro quantitativo. Uma possibilidade é utilizar a simulação do algoritmo de navegação como ferramenta para seleção da *wavelet*. Podem ser realizadas simulações com o navegador integrado, tendo como dados de entrada os sinais de aceleração e velocidade angular filtrados, cujas TWDs foram obtidas a partir das *wavelets* candidatas. Em cada simulação são determinados os erros médios quadráticos (RMS) para os dados de navegação obtidos. O parâmetro de seleção da *wavelet* passa a ser o valor RMS desses erros.

8.2.2 - Aplicação da variância de Allan na modelagem do *bias*_instabilidade

Em um grande número de trabalhos, a variância de Allan tem sido usada para caracterizar estatisticamente os componentes de erro dos sensores inerciais. Entretanto, não é normalmente observada nos equacionamentos do Filtro de Kalman a adoção dos modelos estocásticos obtidos. Portanto, seria interessante comparar o desempenho dos navegadores integrados quando são adotados os modelos obtidos pela modelagem AR, e pela variância de Allan.

8.2.3 - Utilização do filtro de Kalman estendido

O Filtro de Kalman padrão utilizado neste trabalho mostrou-se eficiente na integração dos sistemas INS e GPS. Entretanto, na pesquisa bibliográfica, observou-se um grande número de trabalhos onde foram utilizados o Filtro de Kalman Estendido (não linear), ou o Filtro de Kalman *Sigma Point* ([10], [12], [55], [61]). Seria interessante uma comparação entre o desempenho dos navegadores integrados com as diferentes configurações para o FK.

8.2.4 - Experimento com o navegador integrado SNI-IMU-MEMS/GPS/Auxílio de Atitude

Nos experimentos e simulações executados no Capítulo 7, o auxílio de atitude foi utilizado apenas durante a inicialização do SNI. As informações fornecidas por este auxílio também podem ser aproveitadas durante a fase de navegação. Seria interessante determinar o quanto que a inclusão desse auxílio melhoraria o desempenho do navegador.

Referências Bibliográficas

- [1] **Nassar, S. (2003).** “*Improving the Inertial Navigation System (INS) Error Model for INS and INS/DGPS Applications*”, PHD Thesis. Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Calgary, Canada, UCGE Report No. 20183.
- [2] **Titterton, D. H.; Weston, J. L. (1997).** “*Strapdown Inertial Navigation Technology*”, Eastbourn, Peter Peregrinus Ltd.
- [3] **Hamid, W. A. (2005).** “*Accuracy Enhancement of Integrated MEMS-IMU/GPS Systems for Land Vehicular Navigation Applications*”, PHD Thesis. Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Calgary, Canada, UCGE Report No. 20207.
- [4] **Pedro Roquette; Renato Durão (2005).** “*A Methodology for Calculus of Inertial Navigation Parameters Standard Uncertainties and for Calculus of Accelerometers and Gyroscopes Parameters Standard Uncertainties*” 12th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. SPb: CSRI Electropribor.
- [5] **IEEE (1998).** “*IEEE STD-1293: IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear, Single Axis, non Gyroscopic Accelerometers*”, Gyro and Accelerometer Panel of the IEEE Aerospace and Electronic Systems Society.
- [6] **IEEE (1997).** “*IEEE STD-952: IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear, Single Axis Interferometric Fiber Optical Gyros*”, Gyro and Accelerometer Panel of the IEEE Aerospace and Electronic Systems Society.
- [7] **IEEE (2005).** “*IEEE STD-1554: IEEE Recommended Practice for Inertial Sensors Test Equipment, Instrumentation, Data Acquisition and Analysis*”, Gyro and Accelerometer Panel of the IEEE Aerospace and Electronic Systems Society.

- [8] **Maybeck, P. S. (1994).** *“Stochastic Models, Estimation and Control”*, Mathematics in Science and Engineering, Ohio, USA.
- [9] **Hou, H. (2004).** *“Modeling Inertial Sensors Errors Using Allan Variance”*, Master Thesis. Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Calgary, Canada, UCGE Report No. 20201.
- [10] **Hamid, W. A. (2005).** *“Accuracy Enhancement of Integrated MEMS-IMU/GPS Systems for Land Vehicular Navigation Applications”*, PHD Thesis. Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Calgary, Canada, UCGE Report No. 20207.
- [11] **Godha, S. (2006).** *“Performance Evaluation of Low Cost MEMS-Based IMU Integrated with GPS for Land Vehicle Navigation Application”*, Master Thesis. Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Calgary, Canada, UCGE Report No. 20239.
- [12] **Wang, J. H. (2006).** *“Intelligent MEMS GPS/INS Integration for Land Vehicle Navigation”*, PHD Thesis. Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Calgary, Canada, UCGE Report No. 20246.
- [13] **Roquette, P. C. C. (2005).** *“Metodologia para Determinação da Confiabilidade Metrológica de Sistemas Inerciais sob um Perfil Dinâmico Aplicado”*, Tese Doutorado. Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC-RJ.
- [14] **Mendenhall, W.; Sincich, H. (1995).** *“Statistics for Engineering and the Sciences”*, New Jersey, Prentice Hall.
- [15] **Oliveira, A. A. G. (2000).** *“Estudo Estatístico dos Processos Envolvidos em uma Plataforma de Atitude Solidária”*, Tese Mestrado. Departamento de Mecânica Espacial, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE).

- [16] **Helene, O. A. M., Vanin, V. R. (1995).** “*Tratamento Estatístico de Dados em Física Experimental*”, Edgard Blucher LTDA.
- [17] **Crossbow (2005).** “*IMU User’s Manual-Models IMU300CC, IMU400CC, IMU400CD*”, Documento 7430-0003-03.
- [18] **T. Sönmez , G. Aslan .(2007).** “*Development of a Software Testbed for Integrated Navigation Systems*”, IEEE 15th Signal Processing and Communications Applications, SIU2007, Eskisehir, Turkey.
- [19] **Flenniken IV, W. S. (2005).** “*Modeling Inertial Measurements Units and Analyzing the Effect of Their Errors in Navigation Applications*”, Master Thesis. Graduate Faculty of Auburn University.
- [20] **Observatório Nacional (1993).** “*Dados Geodésicos: Relatório do Observatório Nacional sobre o Laboratório de Sensores Inerciais (LabSIn) do Instituto de Pesquisas da Marinha*”.
- [21] **Winkler, S., M. Buschmann, T. Kordes, H.-W. Schulz, and P. Vorsmann (2003)** “*MEMS based IMU Development, Calibration and Testing for Autonomous MAV Navigation,*” in *Proceedings of ION AM, 23-25 June, Albuquerque NM*, pp. 128-133, U. S. Institute of Navigation, Fairfax VA.
- [22] **Anderson, R., D. Hanson and A. Kourepenis (2001).** “*Evolution of low-cost MEMS inertial system technologies*”, *Proceedings of ION GPS 2001, 11-14 September, Salt Lake City, UT, USA*, pp. 1332-1342.
- [23] **Farrell, J.L. (2005).** “*Inertial instrument error characterization*”, *Proceedings of ION AM 2005, 27-29 June, Cambridge, MA, USA*, pp.1020-1025.

- [24] **Park, M. and Y. Gao (2002).** “*Error Analysis of Low Cost MEMS-Based Accelerometers for Land Vehicle Navigation*”, in Proceedings of ION GPS, 24-27 September, Portland OR, pp. 1162-1170, U. S. Institute of Navigation, Fairfax VA.
- [25] **Winkler, S., M. Buschmann, T. Kordes, H.-W. Schulz, and P. Vorsmann (2003).** “*MEMS based IMU Development, Calibration and Testing for Autonomous MAV Navigation*”, in Proceedings of ION AM, 23-25 June, Albuquerque NM, pp. 128-133, U. S. Institute of Navigation, Fairfax VA.
- [26] **Tung, S. (2000).** “*Position Paper: An Overview of MEMS Inertial Sensors*”, from www.eas.asu.edu/~nsf2000/Table_of_Contents/ST.pdf.
- [27] **Aslan, G; Saranlı, A. (2008).** “*Characterization and Calibration of MEMS Inertial Measurement Units*”, 16th European Signal Processing Conference 2008, Lausanne, Switzerland.
- [28] **<http://www.microstrain.com/3dm-gx1.aspx>.**
- [29] **Hartal, D. A.(1995).** “*Alignment Determination and Error Characterisation of Inertial Components for Use in an Airborn Gravimeter.*” Dissertação (Mestrado) — Carleton University, Ottawa, ON Canadá.
- [30] **Department of Defense World Geodetic System (1984).** “*Its definition and relationship with local geodetic systems*”. DMA TR 8350.2.
- [31] **Shin, E. H. (2001).** “*Accuracy Improvement of Low Cost INS/GPS for Land Applications*”, Master Thesis. Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Calgary, Canada, UCGE Report No. 20156.
- [32] **Savage, P. G. (1985).** “*Strapdown Inertial Navigation – Lecture Notes*”, Strapdown Associates Inc.

- [33] **Park, M. and Y. Gao (2002).** “*Error Analysis of Low Cost MEMS-Based Accelerometers for Land Vehicle Navigation*,” in *Proceedings of ION GPS*, 24-27 September, Portland OR, pp. 1162-1170, U. S. Institute of Navigation, Fairfax VA.
- [34] **Abdel-Hamid, W., A. Osman, A. Noureldin, and N. El-Sheimy (2004).** “*Improving the Performance of MEMS-based Inertial Sensors by Removing Short-Term Errors Utilizing Wavelet Multi-Resolution Analysis*”, in *Proceedings of ION NTM*, 26-28 January, San Diego CA, pp. 260-266, U. S. Institute of Navigation, Fairfax VA.
- [35] **Polikar, R. (1996).** “*The Wavelet Tutorial.*” Rowan University, College of Engineering Web Server, <http://engineering.rowan.edu/~polikar/WAVELETS>, Glassboro, New Jersey, USA.
- [36] **El-Sheimy, N.; S. Nassar and A. Noureldin. (2004).** “*Wavelet de-noising for imu alignment*”. *IEEE A&E System Magazine*, p. 32 – 39.
- [37] **CCEGE – CCCGEI (2003).** “*The De-Noising of Gyro Signals by Bi-Orthogonal Wavelet Transform.*” [S.l.]: IEEE. 1985–1988 p.
- [38] **CCEGE – CCCGEI (2003).** “*Research of Gyro Signal De-Noising with Stationary Wavelets Transform.*” [S.l.]: IEEE, 1989–1992 p.
- [39] **El-Sheimy, N.; S. Nassar and A. Noureldin. (2003).** “*Wavelet De-noising for Fast and Accurate Alignment of Inertial Measurement Units.*” In Print, the *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*.
- [40] **Park, M. (2004).** “*Error Analysis and Stochastic Modeling of MEMS Based Inertial Sensors for Land Vehicle Navigation Application*”, Master Thesis. Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Calgary, Canada, UCGE Report No. 20194.
- [41] **Allan, D. W. (1966).** “*Statistics of Atomic Frequency Standards*”, *Proceedings of the IEEE*, vol. 54, no. 2, pp. 221-230.

- [42] Hou, H. and El-Sheimy, N. (2003). “*Inertial Sensors Errors Modeling Using Allan Variance*”, Best Presentation Winning Paper, The US Institute of Navigation, ION GPS/GNSS 2003 Proceedings, pp. 2860-2867, Sep 9-12, Portland.
- [43] Lawrence C. Ng and Darryl J. Pines. (1997). “*Characterization of Ring Laser Gyro Performance Using the Allan Variance Method*”, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 20, No. 1: Engineering Notes, p 211-214.
- [44] Stockwell, W. (2004). “*Bias Stability Measurement: Allan Variance*”, Crossbow Technology, Inc.
- [45] Aly, M.S.; Abdel-Hamid W. and El-Sheimy, N. (2004). “*Noise Characterization of Micro-Machined Inertial Sensors*”, International Navigation Conference (MELAHA), Cairo, Egypt, 13-15 Apr.
- [46] Hjortsmarker, N. (2005). “*Experimental System for Validating GPS/INS Integration Algorithms*”, Master Thesis. Department of Computer Science, Division of Robotics and Automation, Lulea University of Technology, Lulea, Sweden.
- [47] Box, G. E. P.; Jenkins, G. M. (1970). “*Time Series Analysis forecasting and control.*” San Francisco, CA, USA: Holden-Day, 1970.
- [48] Mitra, S. K. (1998). “*Digital Signal Processing: A Computer Based Approach*”, New York, NY: McGraw-Hill.
- [49] Morettin, P.A.; Tolo, C.M.C. (2004). “*Análise de Séries Temporais*”, São Paulo, SP, Edgard Blucher LTDA.
- [50] Pindyck, R. S. and Rubinfeld, D. L. (2004). “*Econometria Modelos & Previsões*”, São Paulo, SP, Editora Campus.
- [51] Nassar, S.; K. P. Schwarz; A. Noureldin and N. El-Sheimy. (2003). “*Modeling Inertial Sensor Errors Using Autoregressive Models.*” Proceedings of the Institute of

Navigation (ION) National Technical Meeting (NTM 2003), Anaheim, California, USA, 116-125.

[52] **Rocha, L. V. (2006).** “*Algoritmo de Nivelamento e Alinhamento de um Sistema de Navegação Inercial do Tipo Solidário (Strapdown)*”, Tese Mestrado. Instituto Militar de Engenharia (IME), Curso de Engenharia Mecânica.

[53] **Nebot, E. and Durrant-Whyte, H. (1999).** “*Initial calibration and Alignment of low cost inertial navigation units for land vehicle applications*”, Journal of Robotic Systems, Vol. 16, pp (81-92), Feb.

[54] **Shin, E.-H. and El-Sheimy, N. (2002).** “*A new calibration method for strapdown inertial navigation systems.*” Zeitschrift für Vermessungswesen, 127(1), 1–10.

[55] **Shin, E., and N. El-Sheimy (2004).** “*An Unscented Kalman Filter for In-Motion Alignment of Low Cost IMUs,*” in Proceedings of Position Location and Navigation Symposium IEEE, 26-29 April, pp. 273-279.

[56] **Bolduc, C. R. M. (1995).** “*Self-Alignment and Navigation Algorithms for DREO Navigation Laboratory Heading Reference Unit.*” Dissertação (Mestrado) — Carleton University, Ottawa, ON Canadá.

[57] **Obaid Ur Rehman; et al. (2008).** “*Using Inertial Sensors for Self Alignment.*” 15th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. SPb: CSRI Electropribor.

[58] **A.A. Gusev; F.I. Makarchenco (2008).** “*Determination of GYRU Initial Alignment.*” 15th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. SPb: CSRI Electropribor.

- [59] Renato Durão; Pedro Roquette; Jonas Pinto (2008). “*Software Support for Development of Inertial Sensors and Specifications of INS .*” 15th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. SPb: CSRI Electropribor.
- [60] Brown, R. G. and Hwang, P. Y. C. (1997). “*Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering.*” John Wiley & Sons, Inc., third edition.
- [61] Shin, E. H. (2005). “*Estimation Techniques for Low Cost Inertial Navigation*”, PHD Thesis. Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Calgary, Canada, UCGE Report No. 20219.
- [62] Petovello, M. G. (2003). “*Real Time Integration of a Tactical Grade IMU and GPS for High Accuracy Positioning and Navigation*”, PHD Thesis. Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Calgary, Canada, UCGE Report No. 20173.
- [63] Lima, S. R. S. (2005). “*Integração GPS-INS Utilizando Sensores Inerciais Baseados em Sistemas Microeletromecânicos (MEMS)*”, Tese Doutorado. Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná.
- [64] Kumar, V. (2004). “*Integration of INS and GPS Using Kalman Filtering*”, Master Thesis. Department of Aerospace Engineering, Indian Institute of Technology, Bombay, Mumbai.
- [65] Egziabher, D. G. (2004). “*Design and Performance Analysis of a Low Cost Aided Dead Reckoning Navigator*”, PHD Thesis. Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University.
- [66] Hjortsmarker, N. (2000). “*Development of an INS/GPS Navigation Loop for an UAV*”, Master Thesis. Department of Computer Science, Division of Robotics and Automation, Lulea University of Technology, Lulea, Sweden.

- [67] **Zhang, X. (2003).** “*Integration of GPS with a Medium Accuracy IMU for Metre Level Positioning*”, Master Thesis. Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Calgary, Canada, UCGE Report No. 20178.
- [68] **Alban, S. (2004).** “*Design and Performance of a Robust GPS-INS Attitude System for Automobile Applications*”, PHD Thesis. Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University.
- [69] **Grewal, M. S.; Weill, L. R.; Andrews, A. P. (2001).** “*Global Positioning Systems, Inertial Navigation and Integration*”, New York, USA: John Wiley & Sons.
- [70] **Campos, V. A. F. (2004).** “*Aplicação do Filtro de Kalman e dos Filtros de Partícula à Estimação de Trajetórias em Navegação Inercial*”, Tese Mestrado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, EPUSP.
- [71] **MacLellan, J. F. (1992).** “*Design and Analysis of a Low Cost GPS Aided Navigation System*”, Master Thesis. Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Calgary, Canada, UCGE Report No. 20097.
- [72] **Nayak, R. A. (2000).** “*Reliable and Continuous Urban Navigation Using Multiple GPS Antennas and Low Cost IMU*”, Master Thesis. Department of Geomatics Engineering, University of Calgary, Calgary, Canada, UCGE Report No. 20144.
- [73] **Langendoen, J. K. (2004).** “*Real Time Navigation: Design and Implementation for Guidance and Control*”, Master Thesis. Delft University of Technology, Faculty of Aerospace Engineering, Department of Control and Simulation.
- [74] **Ronnback, S. (2000).** “*Development of a INS/GPS Navigation Loop for an UAV*”, Master Thesis. Department of Computer Science, Division of Robotics and Automation, Lulea University of Technology, Lulea, Sweden.

- [75] **Santana, D. D. S. (2005).** “*Aplicação Estimação de Trajetórias Terrestres Utilizando Unidade de Medição Inercial de Baixo Custo e Fusão Sensorial*”, Tese Mestrado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, EPUSP.
- [76] **Alban, S. (2004).** “*Design and Performance of a Robust GPS/INS Attitude System for Automobile Applications*”, PHD Thesis. Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University.
- [77] **Godha, S. and M. E. Cannon (2005a)** “*Integration of DGPS with a MEMS-Based Inertial Measurement Unit (IMU) for Land Vehicle Navigation Application,*” in *Proceedings of ION GPS*, 13-16 September, Long Beach CA, pp. 333-345, U. S. Institute of Navigation, Fairfax VA.
- [78] **Abdel-Hamid, W.; Noureldin, A.; El-Sheimy, N. and Lachapelle, G. (2002).** “*Performance Analysis of MEMS-based Inertial Sensors for Positioning Applications*“, International Workshop System-on-Chip conference, Banff, 6-7 July 2000.
- [79] **N. Boasman, D. Clarke, S. Davison, R. Stokes. (2005).** “*Advanced Tests Methods for Integrated Navigation Systems*”, Royal Institute of Navigation, 2005.
- [80] **V.G. Peshekhonov; et al. (2008).** “*Inertial Units on Micromechanical Sensors. Development and Tests Results.*” 15th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. SPb: CSRI Electropribor.
- [81] **V.B. Nikishin; et al. (2008).** “*Application of the Inertial Micromechanical Module for Measuring Parameters of Main Pipelines .*” 15th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. SPb: CSRI Electropribor.

- [82] **P. Lavoie; D. Li; R.Jr. Landry (2008).** “*Inertial Navigation System Developed for MEMS System.*” 15th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. SPb: CSRI Electropribor.
- [83] **V.I. Kortunov; et al. (2008).** “*Integrated Mini INS Based on MEMS Sensors for UAV Control.*” 15th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. SPb: CSRI Electropribor.
- [84] **Pavel Davidson, Jani Hautamaky, Jussi Colin (2008).** “*Using Low-Cost MEMS 3D Accelerometer and One Gyro to Assist GPS Based Car Navigation System.*” 15th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. SPb: CSRI Electropribor.
- [85] **S. Zimmermann; et al. (2008).** “*Prototype of a MEMS IMU for AHRS Applications.*” Symposium Gyro Technology, Karlsruhe, Germany.
- [86] **V.I. Kortunov; et al. (2008).** “*Integrated INS/GPS/Optical Camera for UAV Control.*” Symposium Gyro Technology, Karlsruhe, Germany.
- [87] **Crossbow (2005).** “*NAV420 User’s Manual*”, Documento 7430-0003-03.