



MODELAGEM E CONTROLE ÓTIMO DE UM MANCAL MAGNÉTICO DE SEIS POLOS

Laura Julia Martins Mothé

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Afonso Celso Del Nero Gomes

Rio de Janeiro

Abril de 2022

MODELAGEM E CONTROLE ÓTIMO DE UM MANCAL MAGNÉTICO DE
SEIS POLOS

Laura Julia Martins Mothé

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA
ELÉTRICA.

Examinada por:

Prof. Afonso Celso Del Nero Gomes, D.Sc.

Prof. Guilherme Gonçalves Sotelo, D.Sc.

Prof. Ramon Romankevicius Costa, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

ABRIL DE 2022

Martins Mothé, Laura Julia

MODELAGEM E CONTROLE ÓTIMO DE UM
MANCAL MAGNÉTICO DE SEIS POLOS/Laura Julia
Martins Mothé. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2022.

XVIII, 96 p.: il.; 29,7cm.

Orientador: Afonso Celso Del Nero Gomes

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de
Engenharia Elétrica, 2022.

Referências Bibliográficas: p. 91 – 96.

1. Controle Ótimo. 2. Mancais Magnéticos.
3. Geometria. I. Gomes, Afonso Celso Del Nero.
II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE,
Programa de Engenharia Elétrica. III. Título.

*Não fui eu que ordenei a você?
Seja forte e corajoso! Não se
apavore nem desanime, pois o
Senhor, o seu Deus, estará com
você por onde você andar.*

(Josué 1:9)

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à Deus, por ter me concedido, em sua imensa misericórdia, sabedoria e perseverança para a realização deste trabalho. A Ti, Senhor, que sempre foi minha força, meu refúgio e meu guia, toda honra e toda glória.

Ao meu orientador, professor Afonso Celso Del Nero Gomes, pelos ensinamentos, paciência e confiança para a realização desta dissertação.

Aos integrantes da banca de defesa, pelo tempo investido, correções e sugestões para o aprimoramento deste trabalho.

À UFRJ e ao corpo docente do Programa de Engenharia Elétrica da COPPE, pelos esforços em prol da educação e pesquisa no país.

Agradeço aos meus amigos e colegas de mestrado, em especial a Yago Pessanha Corrêa, por toda ajuda e companheirismo durante esta jornada.

Por último, mas não menos importante, agradeço à minha família. Aos meus pais, Creusa e José Elias, pelo amor incondicional e suporte em todas as fases da minha vida; ao meu irmão, João Elias, pela amizade e apoio desde a infância; e ao meu noivo, Pedro, pela compreensão e incentivo durante essa fase.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MODELAGEM E CONTROLE ÓTIMO DE UM MANCAL MAGNÉTICO DE SEIS POLOS

Laura Julia Martins Mothé

Abril/2022

Orientador: Afonso Celso Del Nero Gomes

Programa: Engenharia Elétrica

Mancais Magnéticos (MM) promovem suporte aos eixos rotativos baseados na geração de forças eletromagnéticas de relutância. Devido à sua natureza instável, necessitam de controle ativo para evitar deslocamentos e manter o eixo alinhado. Existem estudos sobre diferentes geometrias de Mancais Magnéticos. As configurações de oito e quatro polos são as mais usuais, embora outras alternativas estejam sendo estudadas, como a geometria de três e seis polos. O objetivo desta dissertação é apresentar um modelo matemático para o mancal magnético de 6 polos aplicado a um sistema com rotor na posição vertical. São propostas estratégias de controle para estabilizar o sistema e, a partir de simulações, o desempenho do mancal magnético de 6 polos é comparado com os mancais de 4 e 8 polos apresentados em trabalhos anteriores. Os resultados são conclusivos e indicam que entre as 3 geometrias comparadas a de 4 polos apresenta melhor desempenho, seguida da geometria de 8 polos e, por fim, a geometria de 6 polos. A partir do estudo das velocidades de operação e resposta do sistema às leis de controle, é possível definir faixas de baixa, média e alta velocidade de operação e também concluir que o sistema responde maneira satisfatória operando em velocidade diferente do projeto de controle.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

MODELLING AND OPTIMAL CONTROL OF A SIX-POLE MAGNETIC BEARING

Laura Julia Martins Mothé

April/2022

Advisor: Afonso Celso Del Nero Gomes

Department: Electrical Engineering

Magnetic bearings (MM) provide support for rotary axes based on the generation of reluctance electromagnetic forces. Due to their unstable nature, they need active control to avoid displacements and keep the axis aligned. There are studies on different geometries of Magnetic Bearings. The eight and four pole configurations are the most common, although other alternatives are being studied, such as the three and six pole geometry. The objective of this dissertation is to present a mathematical model for the 6-pole magnetic bearing applied to a vertical rotor system. Control strategies are proposed to stabilize the system and, based on simulations, the performance of the 6-pole magnetic bearing is compared with the 4 and 8 pole bearings presented in previous works. The results are conclusive and indicate that among the 3 geometries compared to the 4-pole it presents better performance, followed by the 8-pole geometry and, finally, the 6-pole geometry. From the study of the operating speeds and the system's response to the control laws, it is possible to define low, medium and high operating speed ranges and also conclude that the system responds satisfactorily operating at a different speed than the control project.

Sumário

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xiii
Lista de Símbolos	xiv
Lista de Abreviaturas	xvii
1 Introdução	1
1.1 Considerações iniciais	1
1.2 Justificativa	2
1.3 Revisão da Literatura	4
1.3.1 Mancais Magnéticos	4
1.3.2 Mancais Motores Magnéticos	6
1.3.3 Mancais Magnético de 3 Polos	7
1.3.4 Mancais Magnético de 6 Polos	8
1.3.5 Mancais Magnéticos e Mancais Motores Magnéticos na COP- PE/UFRJ	9
1.4 Motivação	11
1.5 Objetivo	12
1.5.1 Objetivos Gerais	12
1.5.2 Objetivos Específicos	12
1.6 Estrutura do trabalho	12
1.7 Contribuições	13

2	Princípios Eletromagnéticos	15
2.1	Introdução	15
2.2	Circuitos Magnéticos	15
2.3	Circuito Elétrico Equivalente	18
2.4	Levitação magnética	20
2.5	Posicionamento Horizontal e Planar	23
3	Configurações e Modelagem de Mancais Magnéticos de 8 e 4 Polos	27
3.1	Introdução	27
3.2	Configurações de Mancais Magnéticos	27
3.3	Geração de Forças nos Mancais Magnéticos de 8 Polos	30
3.4	Geração de Forças nos Mancais Magnéticos de 4 Polos	34
4	Modelagem do Mancal Magnético de 6 Polos	40
4.1	Introdução	40
4.2	Posicionamento Planar Utilizando 3 DEMAs	40
4.3	Mancal Magnético Ativo de 6 Polos	44
4.3.1	Correntes de base e diferenciais	47
4.4	Protótipo e Modelos	48
4.4.1	Torque da Força Magnética	50
4.4.2	Torque da Força Gravitacional	51
4.4.3	Torque do Mancal de Suporte	52
4.4.4	Torque por Desbalanceamento de Massa	52
4.4.5	Equações Dinâmicas Detalhadas	52
4.5	Análises e Discussões	54
5	Estratégias de Controle	57
5.1	Introdução	57
5.2	Realimentação de Estados	57
5.3	Regulador Linear Quadrático	59
5.3.1	LQR centralizado (LQRc)	61

5.3.2	LQR descentralizado (LQRd)	62
6	Simulações e Resultados	68
6.1	Introdução	68
6.2	Parâmetros Geométricos	68
6.3	Simulações	69
6.4	Comparação entre as velocidades de rotação	80
6.5	Comparação entre as leis de controle	84
7	Conclusões e Trabalhos Futuros	88
7.1	Conclusões	88
7.2	Trabalhos Futuros	89
	Referências Bibliográficas	91

Lista de Figuras

1.1	Projeto criado em computador baseado no desenho de Leonardo Da Vinci.	2
1.2	Protótipo de Motor Mancal Magnético desenvolvido no LASUP. Fonte: [9]	10
2.1	Circuito magnético.	17
2.2	Circuito elétrico equivalente.	19
2.3	Problema de levitação simples.	21
2.4	Problema de levitação simples em malha fechada.	22
2.5	Problema de posicionamento horizontal com DEMAs cilíndricos.	23
2.6	Problema de posicionamento simples com deslocamento horizontal; DEMAs cilíndricos.	24
2.7	Problema de posicionamento simples no plano com DEMAs cilíndricos.	25
3.1	Configuração do Mancal Magnético de 8 Polos. As linhas verdes representam os fluxos magnéticos em cada par de polos.	28
3.2	Configuração do Mancal Magnético de 4 Polos.	29
3.3	Forças de relutância horizontais no mancal magnético de 8 polos.	31
3.4	Forças de relutância horizontais na bobina 1.	31
3.5	Fluxo magnético gerado pela corrente aplicada na bobina 1 no mancal magnético de 4 polos.	35
3.6	Circuito magnético referente à bobina 1 no mancal magnético de 4 polos.	35

4.1	Três DEMAs dispostos simetricamente em torno do corpo centralizado.	41
4.2	Deslocamento da partícula em direção ao DEMA 1; se a posição real do corpo não é como acima, ela deve ser projetada na linha ligando a origem do atuador.	43
4.3	Projeções dos deslocamentos nas 3 direções simétricas dos DEMAs.	44
4.4	Configuração de 6 polos para Mancais Magnéticos Ativos.	45
4.5	Representação simplificada do rotor vertical.	49
5.1	Sistema com realimentação de estados.	58
6.1	Resposta à condição inicial - primeira simulação - LQRc	72
6.2	Resposta à condição inicial - segunda simulação - LQRd	74
6.3	Resposta à condição inicial - terceira simulação - LQRc	75
6.4	Resposta à condição inicial - quarta simulação - LQRd	76
6.5	Resposta à condição inicial - quinta simulação - LQRc	78
6.6	Resposta à condição inicial - sexta simulação - LQRd	79
6.7	Comparação da lei de controle para baixa velocidade = 21 rad/s . .	85
6.8	Comparação da lei de controle para media velocidade = 356 rad/s .	86
6.9	Comparação da lei de controle para alta velocidade = 942 rad/s . .	87

Lista de Tabelas

6.1	Parâmetros geométricos do protótipo de Mancal Magnético	69
6.2	Autovalores em malha fechada - LQRc - $\omega = 356 \text{ rad/s}$ - $i_0 = 0,5 \text{ A}$.	72
6.3	Autovalores em malha fechada - LQRd - $\omega = 356 \text{ rad/s}$ - $i_0 = 0,5 \text{ A}$.	75
6.4	Autovalores em malha fechada - LQRc - $\omega = 356 \text{ rad/s}$ - $i_0 = 1,5 \text{ A}$. .	76
6.5	Autovalores em malha fechada - LQRd - $\omega = 356 \text{ rad/s}$ - $i_0 = 1,5 \text{ A}$.	77
6.6	Autovalores em malha fechada - LQRc - $\omega = 356 \text{ rad/s}$ - $i_0 = 3 \text{ A}$. . .	78
6.7	Autovalores em malha fechada - LQRd - $\omega = 356 \text{ rad/s}$ - $i_0 = 3 \text{ A}$. .	80
6.8	Autovalores em malha fechada - LQRc - MM de 6 polos - $i_0 = 0,5 \text{ A}$.	82
6.9	Autovalores em malha fechada - LQRc - MM de 6 polos - $i_0 = 1,5 \text{ A}$.	83
6.10	Autovalores em malha fechada - LQRc - MM de 6 polos - $i_0 = 3 \text{ A}$. .	83

Lista de Símbolos

H	Intensidade de campo magnético 15
B	Densidade de fluxo magnético 16
dA	Elemento diferencial de área 16
i	Corrente elétrica 16
n	Número de voltas da bobina 16
dl	Elemento diferencial de de distância ao longo do caminho de integração 16
μ	Permeabilidade magnética 16
μ_0	Permeabilidade magnética do vácuo 16
μ_r	Permeabilidade magnética relativa 16
h	Entreferro 16
	Fluxo magnético 18
F	Força magnetomotriz 18
R	Relutância magnética 19
F_m	Força magnética 20

x	Deslocamento horizontal no eixo x 23
i_0	Corrente de base 24
i_x	Corrente diferencial associada ao movimento no eixo x 24
F_x	Força de relutância resultante no eixo x 24
y	Deslocamento vertical no eixo y 24
F_y	Força de relutância resultante no eixo y 24
i_y	Corrente diferencial associada ao movimento no eixo y 24
k_p	Constante multiplicativa do deslocamento na força resultante linearizada 33
k_i	Constante multiplicativa da corrente na força resultante linearizada 33
e_k	Medida do deslocamento do corpo da origem do sistema de coordenadas no eixo k 42
d_k	Aproximação da distância real entre o corpo e o DEMA no eixo k 42
v_k	Corrente diferencial associada ao polo k 46
	Ângulo de rotação do eixo x 49
	Ângulo de rotação do eixo y 49
	Ângulo de rotação do eixo z 49

I	Momento angular de inércia	49
	Velocidade angular do rotor	50
\mathbf{p}	Vetor de posição	50
\mathbf{E}	Vetor de excitação externa	50
J	Matriz de inércia	50
G	Matriz giroscópica	50
\mathbf{E}_m	Torque da força magnética	50
\mathbf{E}_g	Torque força gravitacional	50
\mathbf{E}_a	Torque do mancal de suporte	50
\mathbf{E}_d	Torque por desbalanço de massa	50
C_a	Constante de viscosidade do mancal de suporte	52

Lista de Abreviaturas

MM	Mancais Magnéticos 2
MMA	Mancais Magnéticos Ativos 3, 22
ISMB	<i>International Symposium on Magnetic Bearing</i> 4
DSP	Digital Signal Processor 5, 9
LQ	Linear-Quadratic 5
PID	Proporcional Integral Derivativo 5
MMM	Mancais Motores Magnéticos 6
HMB	<i>Hybrid Magnetic Bearing</i> 8
COPPE	Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia 9
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro 9
LASUP	Laboratório de Aplicação de Supercondutores 9
LQR	Linear-Quadratic Regulator 9, 57
ISMB 17	17 th <i>International Symposium on Magnetic Bearings</i> 13

PLS	Problema de Levitação Simples	15, 20
DEMA	Dispositivo Eletromagnético de Atração	22
MIMO	<i>Multiple-Input and Multiple-Output</i>	58
LQRc	Regulador Linear Quadrático centralizado	60
LQRd	Regulador Linear Quadrático descentralizado	62

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações iniciais

Em máquinas rotativas, como motores e geradores, a transmissão de energia ocorre através de um eixo giratório. Os mancais são elementos de máquina que exercem a função de apoio a eixos giratórios e facilitam o movimento entre as superfícies de contato, de maneira a reduzir o atrito entre elas. Eles também mantêm o eixo alinhado, impedindo assim que ocorram deslocamentos em duas direções: perpendicular ao eixo (mancais radiais), e longitudinal ao eixo (mancais axiais).

Este dispositivo mecânico vem sendo utilizado e aprimorado há milhares de anos. Baseado em pictografias encontradas na Noruega, acredita-se que o início de sua utilização se situa por volta de 4000 a.C., como elemento auxiliar de deslizamento dos trenós do povo Escandinavo. Em 2600 a.C., os antigos egípcios utilizavam um tipo de mancal de rolamento primitivo para movimentar tijolos maciços durante a construção de suas inúmeras pirâmides. O primeiro registro documentado ocorreu no século XV, quando Leonardo da Vinci desenvolveu o primeiro mancal de rolamento de esferas, ilustrado na figura 1.1, partindo do princípio que o atrito seria reduzido se as esferas não se tocassem. Suas pesquisas teóricas e práticas a respeito do princípio do fenômeno do atrito foram fundamentais para a distinção entre o atrito deslizante e rolante entre os corpos sólidos [1].

Há alguns anos, era possível classificar os mancais em apenas dois tipos: man-

cais de deslizamento e mancais de rolamento. Os mancais de deslizamento são comumente utilizados em máquinas pesadas, com baixa velocidade de rotação, para impedir o superaquecimento dos componentes devido à elevada fricção dos materiais. São compostos por um suporte e uma buxa, ou casquilho, de formato circular, onde o eixo se apoia e desenvolve o movimento giratório, separado por uma película de lubrificante [2]. Já os mancais de rolamento, reduzem ainda mais o atrito entre as superfícies e são utilizados em eixos com velocidades mais elevadas. Elementos em contato rolante transferem a carga principal no lugar do contato de deslizamento. Tais elementos podem ser do tipo esfera, cilindro ou agulha e são inseridos entre dois anéis concêntricos [3].

De forma a aumentar a vida útil dos mancais e garantir a funcionalidade da rotação do eixo, o uso de lubrificantes para reduzir o atrito se faz necessário periodicamente. No entanto a utilização de óleos lubrificantes apresenta ônus como demanda de tempo para manutenção, custos elevados, riscos de contaminação ambiental e restrições de utilização em alguns setores industriais [4].

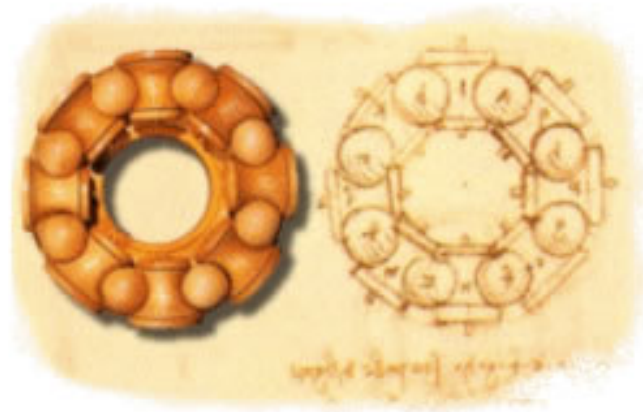


Figura 1.1: Projeto criado em computador baseado no desenho de Leonardo Da Vinci.

1.2 Justificativa

Em alternativa, com o objetivo de mitigar as desvantagens citadas com a utilização de mancais mecânicos convencionais, um novo campo de pesquisa surgiu e vem se

destacando cada vez mais: os **Mancais Magnéticos** (MM). Baseados na geração de forças restauradoras capazes de impedir movimentos radiais e axiais do eixo rotativo, sua principal característica é a ausência de contato mecânico entre as superfícies e, conseqüentemente, a eliminação do atrito.

As forças restauradoras que regem o funcionamento dos Mancais Magnéticos são obtidas através da injeção de tensão ou corrente em eletroímãs estrategicamente localizados com relação ao eixo. Para determinar essas variáveis de entrada de acordo com as constantes mudanças no sistema, é necessário aplicar uma estratégia de controle ativo que requer informações como deslocamento do rotor, velocidade, e eventualmente variáveis de natureza elétrica.

Nos **Mancais Magnéticos Ativos** (MMA), os deslocamentos do eixo são medidos através de sensores, determinando o erro de posição do rotor, que é processado pelo controlador a fim de gerar um sinal de controle em função da corrente ou tensão a ser aplicada no sistema que resultará nas forças eletromagnéticas capazes de reposicionar o rotor.

Apesar da desvantagem de apresentar alto custo relativo de implementação e complexidade, o campo de pesquisa acerca dos mancais magnéticos possui crescente interesse devido às consideráveis vantagens de sua aplicação, como apresentado por [5], [6], [7] e [8]:

- Ausência de atrito e desgastes mecânicos;
- Ausência de lubrificação e, conseqüentemente, contaminação;
- Operação em ambientes agressivos;
- Fácil ajuste das características do mancal (amortecimento e rigidez);
- Controle ativo de vibrações causadas por desbalanceamento do rotor e na passagem por frequências críticas;
- Identificação de parâmetros do sistema dinâmico em operação;
- Identificação de defeitos em operação;

- Baixo consumo de energia;
- Possibilidade de alta velocidade rotacional.

Devido a essas características singulares, o emprego dos mancais magnéticos abrange diversas áreas de aplicação, como a indústria alimentícia e farmacêutica, onde não se pode admitir risco de contaminação das linhas de produção; a indústria aeroespacial, onde a manutenção da lubrificação é um fator agravante; ultracentrífugas, empregadas para enriquecimento de urânio, onde se faz necessário alcançar altas velocidades de rotação no processo da separação dos isótopos radioativos; *flywheel*, sistema de armazenamento de energia; Bioengenharia, compondo bombas de sangue e corações artificiais; dentre outras [9], [10], [11] e [12].

1.3 Revisão da Literatura

1.3.1 Mancais Magnéticos

Ao longo dos anos, pesquisas realizadas em diversas partes do mundo tem contribuído para o aprimoramento dos mancais magnéticos. O crescimento e desenvolvimento da tecnologia dos mancais magnéticos necessitou diretamente do avanço da computação e amadurecimento de tecnologias como: sensores, eletrônica de potência, modelagem de sistemas e controle. Desta forma, a pesquisa acerca deste tema ganha força ao final da década de 70. Foi realizado em 1988 em Zurique, na Suíça, o *International Symposium on Magnetic Bearing (ISMB)*. Livros abordando exclusivamente este assunto foram publicados, como por exemplo [11], [13] e [14].

Nas últimas décadas as pesquisas abordando o controle de mancais magnéticos se intensificaram. O modelo matemático do mancal magnético convencional é não-linear. No entanto, diversas estratégias de controle podem ser aplicadas, das mais simples às mais modernas, lineares e não-lineares. A seguir, são brevemente descritos alguns trabalhos relacionados a este tema publicados ao longo dos anos.

Em 1984, Bleuler [8] descreve em sua tese de doutorado um controle descentra-

lizado para mancal magnético. Schweitzer, em seu livro publicado em 1994 [11], apresenta técnicas de controle centralizado e descentalizado de posição para um mancal magnético convencional.

O artigo [15] apresenta um controlador e observador de modo deslizante para a estabilização da dinâmica rotacional de um rolamento magnético de eixo vertical. Em [16], os autores descrevem o controle autocentralizador adaptativo. O método consiste em identificar as características físicas do desequilíbrio do rotor de maneira on-line e utilizar os resultados no ajuste do controlador. O trabalho [17] desenvolve uma solução para o problema de saturação do atuador magnético que ocorre devido às vibrações síncronas causadas pelo desequilíbrio dos rotores magneticamente levitados.

O artigo [18] apresenta um modelo não-linear de uma roda inercial suportada por mancais magnéticos ativos para o qual é aplicado um controlador não-linear baseado na linearização de entrada-saída e um controle de modo deslizante. Em [19], os autores propõem soluções para os problemas de estabilização e planejamento de trajetória de mancais magnéticos através de uma abordagem não-linear, projetando uma lei de controle valendo-se da propriedade de *flatness*, que permite obter controladores que rastreiam trajetórias de referência suficientemente diferenciáveis.

Em [20], os autores apresentam a implementação de um controle DSP multitarefa para mancais magnéticos com controle *feedback* e controle adaptativo de vibração síncrona on-line. O trabalho [21] apresenta soluções de forma fechada para o problema de otimização Linear Quadrática (LQ) para dois sistemas de mancais magnéticos, um de segunda ordem e outro de quarta ordem, com o objetivo de minimizar as perdas de cobre nas bobinas através da determinação das forças que devem ser aplicadas aos mancais magnéticos.

No artigo [22], os autores apresentam a linearização de uma lei de controle *feedback* para um sistema de mancal magnético não-linear de um grau de liberdade. É aplicado o controle de tensão ao sistema e as funções de transferência em malha aberta são utilizadas para demonstrar a efetividade da transformação da planta

não-linear em um sistema linear. Em seguida, foi proposto um controlador μ para o sistema linearizado com o objetivo de garantir a especificação de desempenho. Em [23], o controle μ de mancais magnéticos ativos é analisado em relação à posição dos rotores flexíveis e comparado ao controle PID, com o objetivo de mitigar os problemas de minimização (maximização) da rigidez do motor.

1.3.2 Mancais Motores Magnéticos

Simultaneamente aos mancais magnéticos, uma linha paralela de pesquisa vem sendo desenvolvida: os **Mancais Motores Magnéticos** (MMM). Através da evolução das tecnologias de sensoriamento e processamento digital, foi possível elaborar um dispositivo híbrido capaz de gerar torque e posicionar o eixo do rotor ao mesmo tempo. Uma das maneiras de obter este efeito é rearranjando os enrolamentos de um motor elétrico de indução e corrente alternada. O torque é gerado a partir das forças que agem na direção tangencial ao eixo, enquanto as forças de relutância agem radialmente para posicionar o rotor. A seguir, são apresentados brevemente alguns trabalhos envolvendo mancais motores magnéticos.

Em [24] e [25], foram propostos sistemas de motor de indução que não utilizam mancais com o objetivo principal de desenvolver um dispositivo capaz de posicionar o rotor e gerar forças rotativas a partir da modulação das correntes nos enrolamentos do estator. Em [26], é proposto um motor síncrono de ímã permanente de quatro polos, com dois enrolamentos adicionais aos enrolamentos do estator cujas correntes produzem forças magnéticas radiais capazes de suportar o eixo do rotor.

O trabalho [27] propõe um método de controle descentralizado para motores de relutância sem mancais com o objetivo de mitigar a interferência causada pela corrente de torque do motor devido à saturação magnética no posicionamento do rotor.

1.3.3 Mancal Magnético de 3 Polos

Sobre o mancal magnético de 3 polos, cuja geometria se assemelha ao mancal de 6 polos estudado neste trabalho, Chen publicou uma série de trabalhos importantes, a maioria em parceria com outros pesquisadores. No artigo [28], os autores apresentam um projeto ótimo para um mancal magnético ativo de 3 polos que, em comparação à configuração usual de 8 polos, utiliza menos amplificadores e apresenta menor perda de energia, o que resulta em uma redução nos custos deste mancal. No entanto, a configuração três polos é altamente não-linear, devido ao acoplamento dos fluxos eletromagnéticos, e pode ser ainda mais agravante ao se considerar a dinâmica do atuador. Sendo assim, no mesmo ano, os autores publicaram o artigo [29], onde aplicaram o controle por tensão e modelaram o sistema através de equações não-lineares quadráticas, realizando sua linearização por realimentação através da análise de Lyapunov. Em [30], o método de controle por modos deslizantes é incorporado para produzir um controlador não linear robusto para o MMA de 3 polos.

Em [31], as estratégias de controle apresentadas nos trabalhos anteriores foram validadas. Em [32], é incorporado um esquema de compensação adaptativa para o desbalanço de massa no mancal de 3 polos. No trabalho [33], é apresentada a estabilização robusta do mancal controlado por tensão, capaz de superar incertezas presentes no modelo. Em [34], foi projetado um observador não linear para o sistema. Em [35], foi proposto um controlador não-linear suave para o sistema, apresentando como resultado um controle mais simples de ser implementado.

Em [36], os autores avaliam os limites de desempenho do mancal de 3 polos considerando capacidade de carga, rigidez dinâmica e velocidade máxima de rotação. No trabalho [37], foi proposta a utilização do controlador não-linear suave juntamente com o observador projetados nos trabalhos anteriores. Em [38], é apresentado um controle de posicionamento utilizando sensoriamento elétrico para estimar as variáveis de posição.

Outros autores também publicaram trabalhos abordando o mancal magnético de 3 polos. Em [39], Maslan e Meeker propuseram uma nova modelagem de forças

eletromagnéticas aplicadas a um drive de motor trifásico. Darbandi apresentou em seu trabalho, [40], a implementação e comparação de métodos de controle linear e não-linear utilizando controle descentralizado e controle por modos deslizantes. Kiani, em [41], propõe um método de controle híbrido para o mancal de 3 polos, que é linear em cada sub-região. Em [42], os autores propõem um método para calcular a corrente de controle exata necessária para o sistema de MMA de 3 polos, e a corrente de base ótima, o que gera uma melhora na densidade de força de 15.5%.

1.3.4 Mancal Magnético de 6 Polos

Uma boa alternativa para resolver o problema de acoplamento existente nos Mancais Magnéticos de 3 polos é mudar a estrutura assimétrica para uma estrutura simétrica com um arranjo que consiste em seis eletroímãs ao redor do rotor. Essa geometria configura o Mancal Magnético de 6 polos estudado neste trabalho.

Em 1998, Schob [43] introduz um Mancal Magnético de 6 pólos ativo. A construção proposta inclui três eletroímãs como o número mínimo de atuadores necessários para a suspensão do rotor. Um número menor de atuadores permite minimizar o tamanho do mancal, os custos de produção e o consumo de energia. As desvantagens desta solução consistem em menor estabilidade e fortes não linearidades do sistema.

Em [44], o autor propõe um arranjo de Mancal Magnético que consiste em um anel de ferro com três polos magnéticos permanentes e três polos de ferro. Os polos magnéticos permanentes são usados para gerar o fluxo magnético de base enquanto os polos de ferro são envoltos por bobinas magnéticas para produzir o fluxo de controle.

No artigo [45], os autores apresentam um modelo matemático para um Mancal Magnético Híbrido (HMB) radial de 6 polos que mostra que o acoplamento nas direções x e y é muito baixo e pode ser ignorado quando o rotor está próximo da posição central. É apresentado um método para projetar a densidade de fluxo magnético de base a partir da maximização da capacidade de carga em diferentes direções. O consumo total de energia deste HMB de seis polos é de apenas 13,35%

de um mancal magnético ativo tradicional de oito polos com a mesma capacidade de carga.

Em [46], é realizada a análise das diferentes topologias de Mancais Magnéticos Radiais em relação ao número de polos do estator, construção, modo de acionamento de eletroímãs, consumo de energia, custo, circuitos magnéticos e simetria. Foram realizadas comparações para determinar foram as vantagens e desafios de cada topologia.

O trabalho [47] apresenta uma estratégia de controle ativo de rejeição de distúrbio baseada na rede neural BP a fim de eliminar o acoplamento do Mancal Magnético de 6 polos. Os resultados mostram que a estratégia proposta possui forte robustez e adaptabilidade à incerteza do modelo e à variação de perturbação externa, sendo melhor do que o controle ativo de rejeição de distúrbio convencional.

Em [48], para solucionar a desvantagem do mancal Magnético Híbrido de seis polos, cujo ponto de operação do rotor se desvia do ponto de referência dado, afetando a estabilidade de operação do sistema, é fornecida uma base teórica para o projeto de parâmetros do HMB de seis polos realizado em combinação com a região estável determinada pelo coeficiente de rigidez variável.

1.3.5 Mancas Magnéticos e Mancas Motores Magnéticos na COPPE/UFRJ

No Brasil, a pesquisa acerca dos mancas magnéticos e motores mancas magnéticos está em evidência em diversos centros acadêmicos, sendo a COPPE/UFRJ, uma das instituições que possui lugar de destaque na publicação de trabalhos a respeito deste tema. Foi desenvolvido um protótipo de um MMM no Laboratório de Aplicações de Supercondutores (LASUP), da COPPE, apresentado na figura 1.2, que vem sendo utilizado no desenvolvimento de vários trabalhos com aplicação e testes. Esta dissertação se dispõe a dar continuidade à linha de pesquisa desenvolvida na COPPE/UFRJ. A seguir, é apresentado um breve resumo dos trabalhos realizados previamente.



Figura 1.2: Protótipo de Motor Mancal Magnético desenvolvido no LASUP. Fonte: [9]

Em sua dissertação de mestrado [49], Salazar realizou um estudo sobre mancais magnéticos para motores de indução utilizando os próprios enrolamentos do estator. Este trabalho serviu como base para sua tese de doutorado [50], onde apresentou um sistema de controle de posição e velocidade para o motor mancal magnético. Santisteban, em sua tese de doutorado [51] apresenta o estudo da influência da carga torsional sobre o posicionamento radial de um motor mancal. No trabalho de David [52], foi apresentado um sistema de levitação vertical de rotor por mancais motores radiais magnéticos e mancal axial supercondutor auto-estável. Cardoso [53] desenvolveu em sua sua dissertação de mestrado o controle simultâneo de velocidade e posição em mancais motores magnéticos, introduzindo a tecnologia dos processadores digitais de sinal (DSPs). Junior [7] desenvolveu um modelo matemático para o controle de velocidade de um motor de indução modificado para funcionar como mancal motor. Em seu trabalho, Rodrigues [54] apresentou uma nova abordagem ao controle de posição de mancais-motores magnéticos, baseado no Regulador Linear Quadrático (LQR) centralizado e descentralizado. Kauss, em sua dissertação de mestrado [10], implementa uma estratégia de controle utilizando LQR para um

motor-mancal e apresenta resultados práticos. Franco [9] aplicou a técnica de controle H^∞ para o posicionamento do eixo de um mancal magnético com o objetivo de obter estabilidade e desempenho robusto em malha fechada. Em sua tese de doutorado, Garcia [55] analisa o desempenho de controladores utilizando dois critérios de avaliação: o critério da variância mínima e o critério de mínimo afastamento e análise de sensibilidade. Pinto [56], realiza comparações teóricas e práticas sobre geometrias de mancais magnéticos em sua dissertação de mestrado. Vasco, em sua dissertação de mestrado [4] contribui com a modelagem e controle ótimo de um mancal magnético com uma nova proposta de geometria utilizando 3 polos.

Em 2021, Vasco [57] projeta observadores lineares para um Mancal Magnético Ativo de 3 polos modelado como sistema dinâmico linear. Em seu artigo [58], Corrêa simula e compara as geometrias dos MMs de oito, quatro e três polos com as estratégias de controle LQR centralizado, descentralizado e descentralizado a dois parâmetros. Mothé, no artigo complementar ao presente trabalho [59], apresenta um modelo matemático para o Mancal Magnético de 6 polos aplicado a um rotor vertical, propõe estratégias de controle para estabilizar o sistema e compara sua performance aos mancais de 8 e 4 polos.

1.4 Motivação

O estudo acerca da geometria de 6 polos do Mancal Magnético foi motivado por ser um tema ainda pouco explorado na literatura, enquanto os mancais de 8 e 4 polos são amplamente pesquisados, sendo o primeiro o mais utilizado na indústria atualmente.

Além disso, por ter número menor de atuadores e circuitos eletrônicos, é possível minimizar o tamanho do mancal, os custos de produção e o consumo de energia em relação ao MMA de 8 polos, e ser uma boa alternativa para resolver o problema de acoplamento existente em MMAs de 3 polos.

1.5 Objetivo

1.5.1 Objetivos Gerais

Este trabalho tem como objetivo principal apresentar um modelo matemático para o mancal magnético de 6 polos e realizar a comparação da sua performance com os modelos de Mancais Magnéticos de 4 e 8 polos apresentados em trabalhos anteriores desenvolvidos na COPPE/UFRJ.

1.5.2 Objetivos Específicos

- Desenvolver um modelo matemático para o Mancal Magnético de 6 polos;
- Propor estratégias de controle para estabilizar o sistema;
- Simular o desempenho do Mancal Magnético de 6 polos operando em diferentes velocidades de rotação e correntes de acionamento;
- Realizar comparações entre as performances do MMA de 6 polos e dos MMAs de 4 e 8 polos apresentados em trabalhos anteriores de forma a concluir se há vantagens na sua aplicação;
- Realizar o estudo das velocidades de operação adotadas nas simulações;
- Estudar o comportamento do sistema ao se aplicar leis de controle projetadas para uma determinada velocidade quando o sistema opera em velocidade diferente.

1.6 Estrutura do trabalho

No capítulo 2 deste trabalho são introduzidos os conceitos necessários para compreensão do funcionamento dos mancais magnéticos. São apresentados fundamentos do eletromagnetismo e o princípio da levitação magnética através do problema de

levitação simples. Em seguida a geração das forças de atração é detalhada matematicamente e é mostrado como esses conceitos são utilizados na concepção dos mancais magnéticos

No capítulo 3 são apresentadas as configurações mais usuais dos mancais magnéticos, de 8 e 4 polos, assim como o desenvolvimento das equações de suas forças de relutância. O capítulo 4 apresenta a modelagem do Mancal Magnético de 6 polos, o que compreende o desenvolvimento das forças de relutância e equações dinâmicas do sistema. O capítulo 5 tem como objetivo apresentar detalhadamente a teoria de controle aplicada ao sistema.

O capítulo 6 apresenta resultados das simulações computacionais para o Mancal Magnético de 6 polos. Para fins de comparação, foram consideradas as mesmas características físicas dos mancais de 8 e 4 polos. Foram realizadas simulações com diferentes velocidades de rotação e correntes de base para comparação dos mancais de 8, 4 e 6 polos. Foram realizadas também comparações entre as velocidades de rotação, com o objetivo de definir faixas de baixa, média e alta rotação, e foi estudada resposta do sistema a leis de controle projetadas para uma determinada velocidade de rotação no sistema operando em velocidade diferente.

O capítulo 7 apresenta as conclusões da dissertação e sugere tópicos a serem pesquisados em trabalhos futuros.

1.7 Contribuições

As contribuições principais deste trabalho foram apresentar um modelo matemático linearizado para o Mancal Magnético de 6 polos e concluir, através da comparação da sua performance com os MMAs de 8 e 4 polos utilizando as técnicas de controle ótimo LQR, que esta geometria apresenta um comportamento ligeiramente mais lento que os outros mas, ainda assim, muito similar, podendo ser uma boa alternativa para minimizar os custos de produção e o consumo de energia .

Além disso, este estudo gerou três publicações de artigos acerca desse tema no 17th *International Symposium on Magnetic Bearings* (ISMB 17), realizado em agosto

de 2021 [57], [58] e [59].

Capítulo 2

Princípios Eletromagnéticos

2.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é apresentar os conceitos básicos de funcionamento dos mancais magnéticos. Será abordada a teoria do eletromagnetismo necessária para entendimento e análise dos circuitos magnéticos. A partir desses conhecimentos é possível entender o fenômeno da levitação magnética, exemplificado pelo controle do Problema de Levitação Simples (PLS) em malha aberta e malha fechada, detalhando matematicamente a geração das forças de atração. Por fim, é mostrado como esses conceitos são utilizados na concepção dos mancais magnéticos. Neste capítulo foram utilizadas as referências [14] e [60].

2.2 Circuitos Magnéticos

O estudo de máquinas elétricas e conversão eletromecânica de energia está baseado nos conceitos do eletromagnetismo clássico, onde os campos magnéticos são um mecanismo fundamental na conversão de energia realizada por motores, geradores e transformadores.

Quando uma corrente elétrica percorre um fio condutor, um campo magnético \mathbf{H} é produzido. A densidade de fluxo magnético desse campo em uma região é proporcional à densidade de corrente e à área da seção transversal do corpo de material

ferromagnético considerado. As equações de Maxwell descrevem a relação entre campos elétricos e magnéticos. Para o estudo dos circuitos magnéticos são necessárias apenas a Lei de Gauss para o Magnetismo e a Lei de Ampère, respectivamente:

$$\mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0, \quad (2.1)$$

$$\mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = ni. \quad (2.2)$$

Na equação 2.1, \mathbf{B} denota a densidade do fluxo magnético e $d\mathbf{A}$ é o diferencial de área da secção transversal. Na equação 2.2, \mathbf{H} representa a intensidade do campo magnético gerado pela corrente elétrica i , que percorre uma espira de n enlases e $d\mathbf{l}$ é o elemento diferencial do comprimento percorrido.

Esta equação mostra a relação entre a corrente elétrica e o campo magnético. A densidade de fluxo magnético está relacionada à intensidade do campo magnético através da permeabilidade magnética μ , que representa a facilidade com que o campo magnético é estabelecido em determinado material.

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \quad (2.3)$$

Para o espaço livre, a permeabilidade magnética é denominada μ_0 e possui valor igual a $4 \cdot 10^{-7} H/m$. A permeabilidade de um material comparada à permeabilidade do espaço livre é chamada permeabilidade relativa, μ_r :

$$\mu = \mu_r\mu_0. \quad (2.4)$$

A figura 2.1 abaixo ilustra um circuito magnético básico formado por um núcleo de material ferromagnético que possui um *gap* de ar h , denominado entreferro, enlaçado por uma bobina de n espiras percorrida por uma corrente i .

Ao se considerar que a intensidade de campo magnético no interior do material ferromagnético e no *gap* de ar sejam constantes e desenvolvendo a Lei de Ampère, obtemos a seguinte equação:

$$l_{fe}H_{fe} + 2hH_{ar} = ni, \quad (2.5)$$

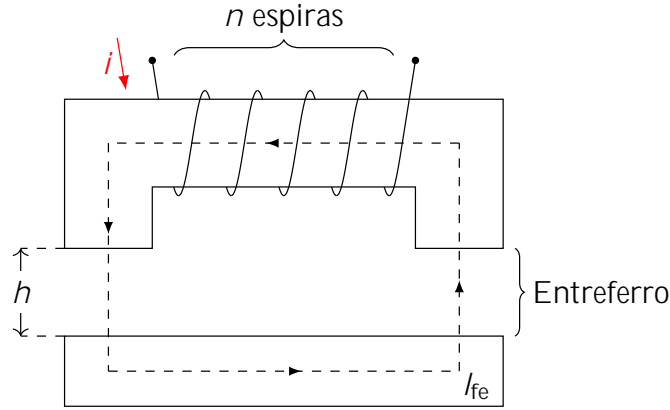


Figura 2.1: Circuito magnético.

onde H_{fe} representa a intensidade de campo magnético no material ferromagnético, H_{ar} representa a intensidade de campo magnético no espaço de ar, l_{fe} é o caminho médio do fluxo magnético no interior do material e h é o comprimento do entreferro.

A partir da lei de Gauss do Magnetismo, é possível relacionar as densidades de campo magnético no interior do circuito magnético e do entreferro:

$$B_{fe}A_{fe} = B_{ar}A_{ar}. \quad (2.6)$$

Desconsiderando a dispersão do campo magnético, visto que h é suficientemente pequeno, pode-se tomar as áreas de ferro e ar como iguais, resultando em:

$$B_{fe} = B_{ar} = B. \quad (2.7)$$

De acordo com a equação 2.3, considerando o material ferromagnético como isotrópico e linear, a relação entre B e H é dada pela permeabilidade magnética μ :

$$B_{fe} = \mu_{fe}H_{fe} = \mu_0\mu_rH_{fe} \quad \text{e} \quad B_{ar} = \mu_0H_{ar}.$$

Substituindo as equações acima na equação 2.5, obtém-se:

$$B = \frac{\mu_0 ni}{l_{fe}\mu_r^{-1} + 2h}. \quad (2.8)$$

Como a permeabilidade magnética do ferro é muito maior do que do ar, a grande maioria do fluxo no interior do material ferromagnético permanece em seu interior

ao invés de dispersar na região ao redor do circuito. Sendo $\mu_r = 1$, a densidade de fluxo magnético resulta em:

$$B = \frac{\mu_0 ni}{2h}. \quad (2.9)$$

O fluxo magnético em uma determinada área pode ser calculado a partir de 2.9 e da equação 2.1. Sendo o vetor densidade de fluxo perpendicular ao plano de área A e a densidade de fluxo B constante, esta equação se reduz a:

$$\Phi = BA = \frac{\mu_0 niA}{2h}. \quad (2.10)$$

Esta equação mostra o fluxo total do circuito magnético representado na figura 2.1. As equações apresentadas serão utilizadas posteriormente para expressar a força magnética de atração em função do fluxo magnético.

2.3 Circuito Elétrico Equivalente

Como mostrado na equação 2.10, quando uma corrente é aplicada numa bobina cujos enrolamentos enlaçam um material ferromagnético, um fluxo magnético é produzido em seu interior. De uma maneira análoga, este processo se assemelha à geração de corrente em um circuito elétrico, regido pela Lei de Ohm:

$$V = R I. \quad (2.11)$$

No circuito magnético, a força que rege a geração do fluxo é chamada de força magnetomotriz F , que é igual a corrente aplicada no enrolamento multiplicada pelo seu número de espiras:

$$F = ni. \quad (2.12)$$

Tomando como base a Lei de Ampère, o produto ni deve ser igual a soma das parcelas Hl , que se assemelha a Lei de Kirchoff de Tensão. Assim temos:

$$F = ni = Hl. \quad (2.13)$$

Substituindo as equações 2.3 e 2.10 na equação acima, obtemos:

$$F = \frac{Bl}{\mu} = \frac{l}{\mu A}. \quad (2.14)$$

A relutância do circuito magnético R é comparada com a resistência em um circuito elétrico. Para um circuito de comprimento l e área transversal A , a relutância é definida como:

$$R = \frac{l}{\mu A}. \quad (2.15)$$

Sendo assim, a lei de Ohm análoga para um circuito magnético pode ser expressada por:

$$F = \frac{F}{R}. \quad (2.16)$$

A partir desta análise, é possível apresentar o circuito elétrico equivalente do circuito magnético estudado na figura 2.2:

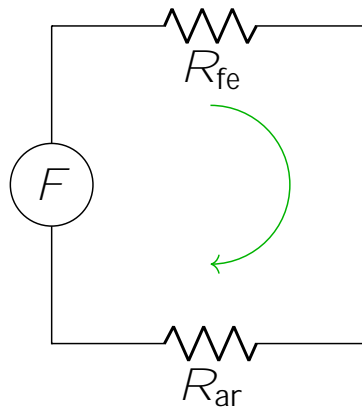


Figura 2.2: Circuito elétrico equivalente.

onde:

$$R_{fe} = \frac{l_{fe}}{\mu_0 \mu_r A},$$

$$R_{ar} = \frac{2h}{\mu_0 A},$$

$$F = ni.$$

Aplicando a Lei de Ohm análoga para os circuitos magnéticos apresentada na equação 2.16 e resolvendo, o resultado é:

$$= \frac{ni}{R_{fe} + R_{ar}}. \quad (2.17)$$

Substituindo os valores das relutâncias do ferro e do ar, temos:

$$= \frac{\mu_0 niA}{2h + l_{fe}\mu_r^{-1}}. \quad (2.18)$$

Sendo $\mu_r = 1$, como apresentado anteriormente, o segundo termo do denominador se anula. Chegamos finalmente à equação do fluxo magnético:

$$= \frac{\mu_0 niA}{2h}. \quad (2.19)$$

Pode-se observar que as equações 2.10 e 2.19 são iguais. Ou seja, ambos os métodos de análise levam ao mesmo resultado.

2.4 Levitação magnética

Neste trabalho, será abordada a geração de forças magnéticas através de um arranjo de eletroímãs. Quando uma corrente elétrica percorre um fio condutor, é criado um campo magnético em seu entorno. Sendo o fio enrolado de maneira a formar uma bobina, as linhas do campo magnético gerado se assemelham às linhas de um ímã permanente.

O desenvolvimento matemático será realizado com base no problema de levitação simples (PLS), ilustrado na figura 2.3, onde o objetivo é determinar o valor de corrente elétrica i que, aplicada à bobina, será capaz de promover a força magnética F_m necessária para anular a força peso F_p , causada pela ação da gravidade sobre o pequeno corpo metálico, mantendo-o parado no ar, ou seja, levitando.

Quando um fluxo magnético circula em um circuito com entreferro, como os das figuras 2.1 e 2.3, ocorre o surgimento de uma força de relutância, determinada pela taxa de variação de energia armazenada em relação ao deslocamento. Essa força tende a reduzir o espaço entre os materiais ferromagnéticos, por se tratar de uma

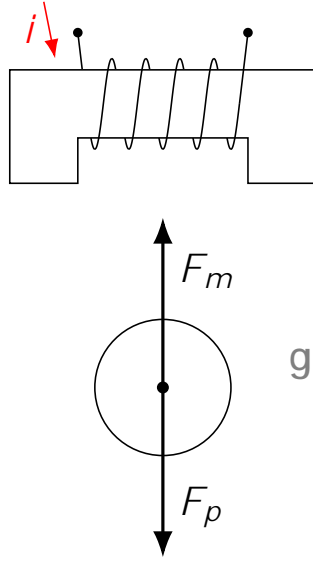


Figura 2.3: Problema de levitação simples.

força de atração. A dedução da equação da força de relutância em função do fluxo magnético é realizada em [60] e dada por:

$$F = \frac{2}{2\mu_0 A} \quad (2.20)$$

Substituindo a equação 2.19 na equação acima, chegamos à intensidade da força de relutância em um entreferro:

$$F = \frac{\mu_0 A n^2 i^2}{8h^2}. \quad (2.21)$$

Considerando os dois entreferros existentes no circuito da figura 2.3, a força de relutância total é expressada por

$$F_m = 2F = \frac{\mu_0 A n^2 i^2}{4h^2}, \quad (2.22)$$

ou ainda

$$F_m = k \frac{i^2}{h^2}, \quad \text{onde } k = \frac{\mu_0 A n^2}{4}. \quad (2.23)$$

Como pode ser observado na expressão 2.23, a força de relutância total depende diretamente do quadrado da intensidade da corrente elétrica aplicada ao enrolamento da bobina e é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os

elementos. Assim, é possível reestabelecer a posição de equilíbrio do objeto levantado caso o mesmo sofra influência de um distúrbio externo controlando a intensidade da corrente i aplicada.

O problema de levitação simples apresentado é um sistema em malha aberta instável. Com base nas teorias de controle, é necessário fechar a malha para estabilizar o sistema. Desta maneira, a posição do objeto levantado será medida através de um sensor, que enviará a informação ao controlador para que seja processada e um sinal de controle visando a correção do erro de posição gerado. O controlador envia o sinal ao amplificador, a fim de estabelecer a corrente necessária para gerar a força magnética capaz de reposicionar o objeto. A figura 2.4 ilustra o problema de levitação simples em malha fechada.

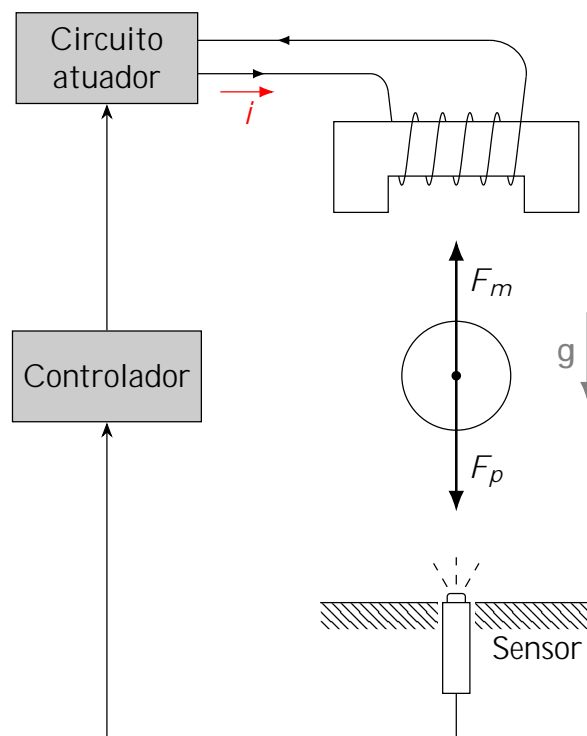


Figura 2.4: Problema de levitação simples em malha fechada.

Os mancais magnéticos que utilizam controle em malha fechada para estabilização do rotor são denominados Mancais Magnéticos Ativos (MMA), uma vez que a geração de corrente é realizada de forma ativa para efetuar o controle do sistema, envolvendo o uso de sensores e amplificadores de potência.

2.5 Posicionamento Horizontal e Planar

Na seção anterior, foi apresentado o problema de levitação simples, onde um eletroímã gera uma força de relutância de atração para equilibrar o peso de um objeto de material ferromagnético. Este sistema apresenta apenas um grau de liberdade. Usaremos agora a ideia de Dispositivo Eletromagnético de Atração (DEMA) para representar esquematicamente um eletroímã capaz de gerar uma força de atração F_m que depende da intensidade da corrente i e da distância h do corpo até ele: $F_m = F_m(i, h)$. Os DEMAs podem ter tanto a forma de ferradura, como nas figuras 2.1, 2.3 e 2.4, quanto forma de cilindro, como na figura 2.5. Ao considerarmos um objeto em um plano, sem que a força da gravidade interfira no movimento, é possível controlar sua posição utilizando dois DEMAs opostos, como ilustrado na figura 2.5.

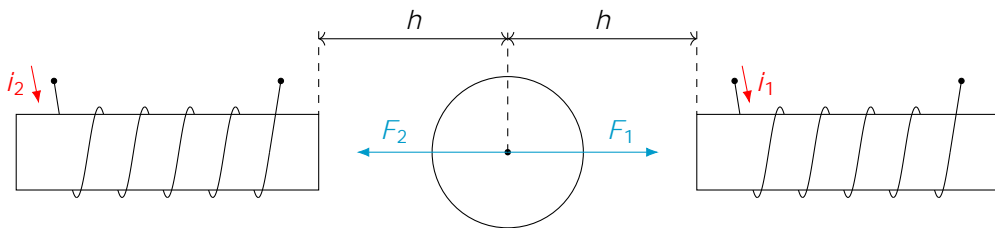


Figura 2.5: Problema de posicionamento horizontal com DEMAs cilíndricos.

A expressão da força de relutância, apresentada na equação 2.23 e repetida abaixo por conveniência, mostra que a força de atração será função das correntes i_1 e i_2 aplicadas nos enrolamentos e da distância h do objeto até um dos eletroímãs e da constante k , que relaciona a permeabilidade magnética do material, área da seção transversal e número de enrolamentos da bobina.

$$F_m = k \frac{i^2}{h}$$

Considerando que o objeto tenha sofrido um deslocamento x para a direita, conforme ilustrado na figura 2.6, e denotando a força de atração gerada pelo DEMA da direita como F_1 e no DEMA da esquerda como F_2 , podemos definir as forças de relutância como:

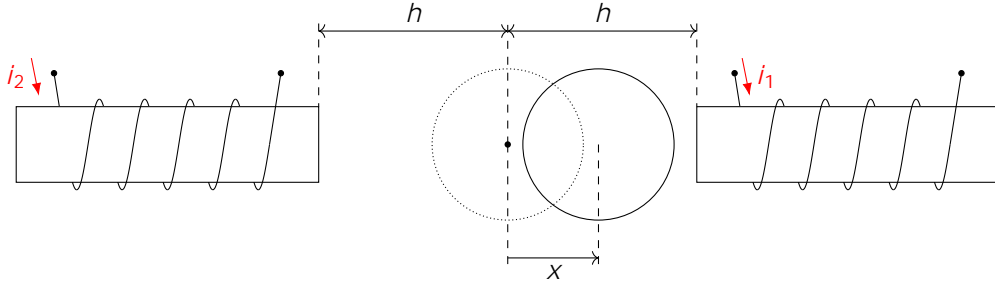


Figura 2.6: Problema de posicionamento simples com deslocamento horizontal; DEMAs cilíndricos.

$$F_1 = k \frac{i_1^2}{h-x} \quad \text{e} \quad F_2 = -k \frac{i_2^2}{h+x}. \quad (2.24)$$

A força de relutância resultante F_x se dá pelo somatório das forças F_1 e F_2 . Essa expressão é não-linear e depende de duas variáveis, as correntes elétricas i_1 e i_2 , que caracterizam as variáveis de controle. Para facilitar a análise e manipulação das equações, é empregado o acionamento diferencial, que consiste em obter i_1 e i_2 somando uma corrente de base constante i_0 e uma corrente diferencial i_x :

$$i_1 = i_0 + i_x \quad \text{e} \quad i_2 = i_0 - i_x. \quad (2.25)$$

Assim sendo, haverá apenas uma variável de controle: a corrente diferencial i_x , que será manipulada para estabilizar a posição do objeto, fazendo $\dot{x} = 0$. As forças de relutância podem então ser reescritas como:

$$F_1 = k \frac{(i_0 + i_x)^2}{h-x} \quad \text{e} \quad F_2 = -k \frac{(i_0 - i_x)^2}{h+x}. \quad (2.26)$$

A força resultante no F_x é obtida através da soma das forças geradas pelos dois DEMAs e dependerá apenas do valor da corrente diferencial e do deslocamento do objeto:

$$F_x = F_1 + F_2 = k \left[\frac{(i_0 + i_x)^2}{h-x} - \frac{(i_0 - i_x)^2}{h+x} \right]. \quad (2.27)$$

De forma análoga ao posicionamento horizontal na direção x , outro par de DEMAs pode ser posicionado na direção y , gerando uma força F_y a partir da corrente

i_y , de maneira a realizar o posicionamento do objeto no plano, conforme ilustrado na figura 2.7.

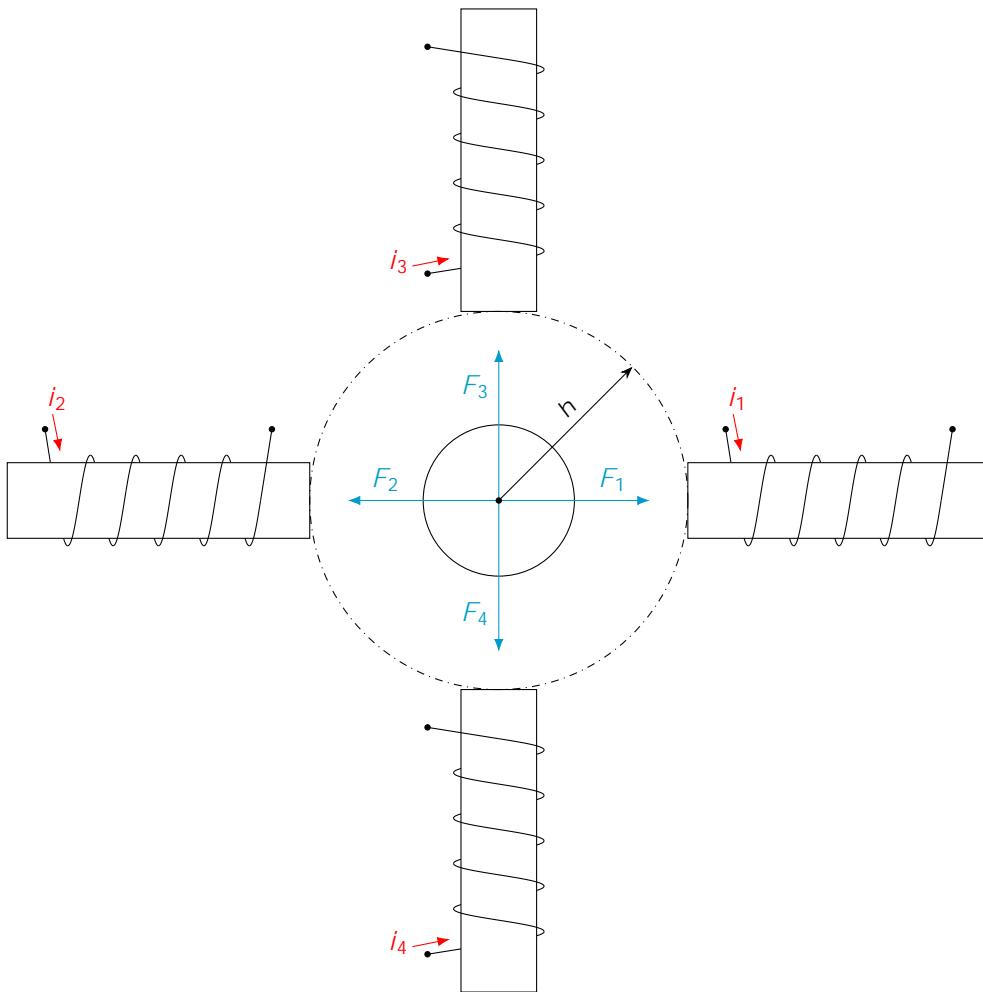


Figura 2.7: Problema de posicionamento simples no plano com DEMAs cilíndricos.

$$F_y = F_3 + F_4 = k \left[\frac{i_0 + i_y}{h - y}^2 - \frac{i_0 - i_y}{h + y}^2 \right]. \quad (2.28)$$

A posição de equilíbrio é obtida pelo uso das forças de relutância nas duas direções do plano. Considerando agora que o objeto a ser equilibrado seja o eixo de um rotor, temos então a configuração de um **Mancal Magnético**. O eixo do rotor pode estar orientado horizontalmente ou verticalmente. Para mancais magnéticos com o eixo posicionado na horizontal, é necessário que a força resultante consiga suportar o peso do eixo além de realizar o equilíbrio de posição. Caso o eixo esteja na posição vertical, a força resultante é responsável apenas por centralizar o eixo do

rotor.

É importante mencionar que as forças de relutância resultantes nas direções x e y são desacopladas, ou seja, cada força depende apenas dos parâmetros de corrente e deslocamento de sua respectiva direção: $F_x = F_x(x, i_x)$ e $F_y = F_y(y, i_y)$. Assim, o controle de posição pode ser realizado de maneira independente nas direções x e y .

Os conceitos básicos sobre o funcionamento dos mancais magnéticos apresentados neste capítulo, incluindo a teoria do eletromagnetismo, análise dos circuitos magnéticos, levitação magnética, geração de forças de atração e posicionamento de objetos utilizando DEMAs, foram baseados nas referências [14] e [60]. Estes conceitos serão aplicados para desenvolver a modelagem do Mancais Magnético de 6 polos proposto nessa dissertação.

Capítulo 3

Configurações e Modelagem de Mancais Magnéticos de 8 e 4 Polos

3.1 Introdução

Este capítulo tem como finalidade apresentar as configurações mais usuais dos mancais magnéticos, de 8 e 4 polos, assim como detalhar o desenvolvimento das equações de suas forças de relutância. As geometrias de 8 e 4 polos são simétricas em relação ao eixo x e y , permitindo que resultados para uma direção possam ser aplicados à outra. No entanto, as duas configurações diferem quanto à interconexão dos fluxos: no mancal de 8 polos, os fluxos são independentes, enquanto no mancal de 4 polos eles se interconectam. O detalhamento das forças de relutância dessas duas configurações possibilitarão realizar a comparação com as forças da geometria de 6 polos posteriormente. As referências utilizadas neste capítulo foram [4], [14], [56] e [61].

3.2 Configurações de Mancais Magnéticos

As máquinas elétricas, assim como os mancais magnéticos, podem ser decompostas em dois elementos: a parte fixa, chamada de estator, onde estão localizadas as bobinas, e o eixo girante, que é denominado rotor. Há algumas geometrias possíveis para mancais magnéticos em relação ao número de polos no estator. A geometria

convencional adotada para os mancais magnéticos é a de 8 polos, ilustrada na figura 3.1. Conforme indicado na figura, as linhas dos fluxos magnéticos quando as bobinas estão energizadas não se interconectam, ou seja, os fluxos são independentes, o que torna o projeto e a análise mais simples.

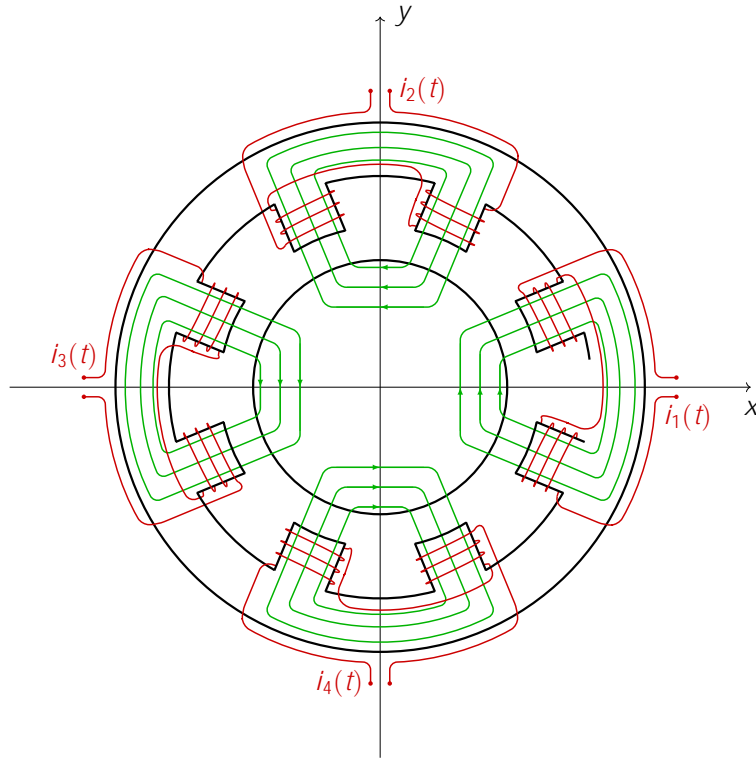


Figura 3.1: Configuração do Mancal Magnético de 8 Polos. As linhas verdes representam os fluxos magnéticos em cada par de polos.

Outra configuração de mancal magnético é a de 4 polos, ilustrada na figura 3.2. Assim como a configuração de 8 polos, ela também apresenta um arranjo simétrico, porém mais enxuto. No caso da geometria de 4 polos, os fluxos não são independentes: a contribuição individual do fluxo magnético proveniente da corrente i_1 , por exemplo, percorre o caminho magnético dos outros três polos [61]. O mesmo acontece com os fluxos das outras bobinas, sendo os fluxos resultantes uma combinação da contribuição de cada polo.

Em seus trabalhos, [56] e [61], os autores realizam comparações teóricas e práticas entre as geometrias de 8 e 4 polos, com análise dos circuitos magnéticos, detalhamento das expressões das forças de relutância e linearização, considerando pequenos deslocamentos do rotor. Foi apontado que a configuração de 4 polos é mais com-

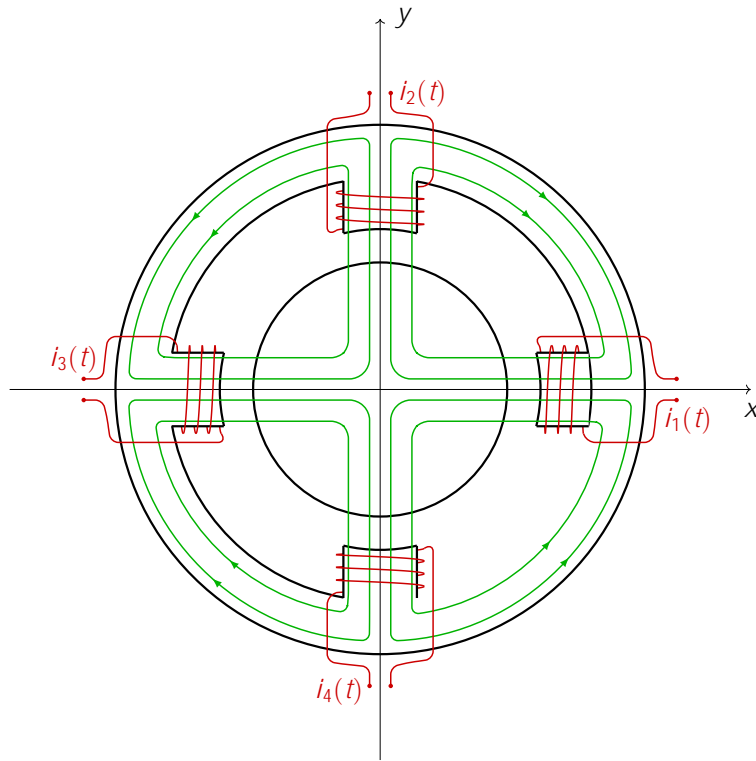


Figura 3.2: Configuração do Mancal Magnético de 4 Polos.

pacta e apresenta forças de relutância com o dobro da intensidade da configuração de 8 polos. As vantagens e desvantagens de cada geometria devem ser analisadas para cada aplicação específica, a fim de obter o melhor desempenho possível.

Além das configurações de 8 e 4 polos, uma nova alternativa vem sendo estudada, a geometria de 3 polos. Ela apresenta um arranjo mais compacto, com o número mínimo de polos necessários para equilibrar a posição de um objeto no plano. Contudo, o número ímpar de polos implica em uma geometria assimétrica, o que ocasiona uma complexidade maior na modelagem matemática e controle. Tal assimetria pode provocar um aumento na densidade de fluxo magnético (e conseqüentemente na força de relutância) em apenas um dos polos. No trabalho de Chen [28], foi proposta uma estrutura ótima utilizando apenas dois amplificadores, ao invés de três, para um mancal magnético posicionado na horizontal. Vasco [4], contribuiu em sua dissertação de mestrado com a linearização do modelo apresentado por Chen, alcançando a simplificação matemática.

Outra geometria possível de Mancal Magnético é a de 6 polos. Este arranjo

utiliza uma quantidade maior de material do que o de 3 polos, mas possui fluxos independentes como o mancal de 8 polos.

3.3 Geração de Forças nos Mancais Magnéticos de 8 Polos

Nesta seção é apresentada a dedução das forças de relutância geradas para a estrutura do mancal de 8 polos, com base nas referências [4] e [56].

Os mancais magnéticos de 8 polos, vistos na seção 3.2, apresentam configuração simétrica com quatro eletroímãs em formato de "U", um par utilizado para posicionamento na direção x (horizontal) e outro par para a direção y (vertical), o que resulta em quatro feixes de fluxos magnéticos independentes. Cada bobina envolve dois polos, e o fluxo que sai de um deles retorna pelo outro, de forma que os fluxos magnéticos não se interconectem. A figura 3.3 evidencia as forças de relutância exercidas pelo par de bobinas na posição horizontal, F_1 e F_3 , e a força resultante F_x .

A figura 3.4 exibe com mais detalhes a composição da força de relutância da primeira bobina, F_1 , de forma a auxiliar o entendimento do desenvolvimento das equações. Sendo h a distância entre o rotor centralizado e os polos do estator, denota-se por h a distância após um movimento x do eixo na direção horizontal. A força F_1 é composta pelas forças exercidas pelos dois polos envoltos pela bobina, denominadas F_{1a} . Os polos apresentam orientação em relação ao eixo horizontal e área de seção transversal A_8 .

Devido ao deslocamento do eixo e mudança na distância do entreferro, também ocorre variação na sua relutância, que relaciona tal distância, a permeabilidade magnética do ar (μ_0) e a área da seção transversal do entreferro (A_8), como definido na equação 2.15. O novo valor da relutância é denominado R_{1a} e podemos escrever sua equação como:

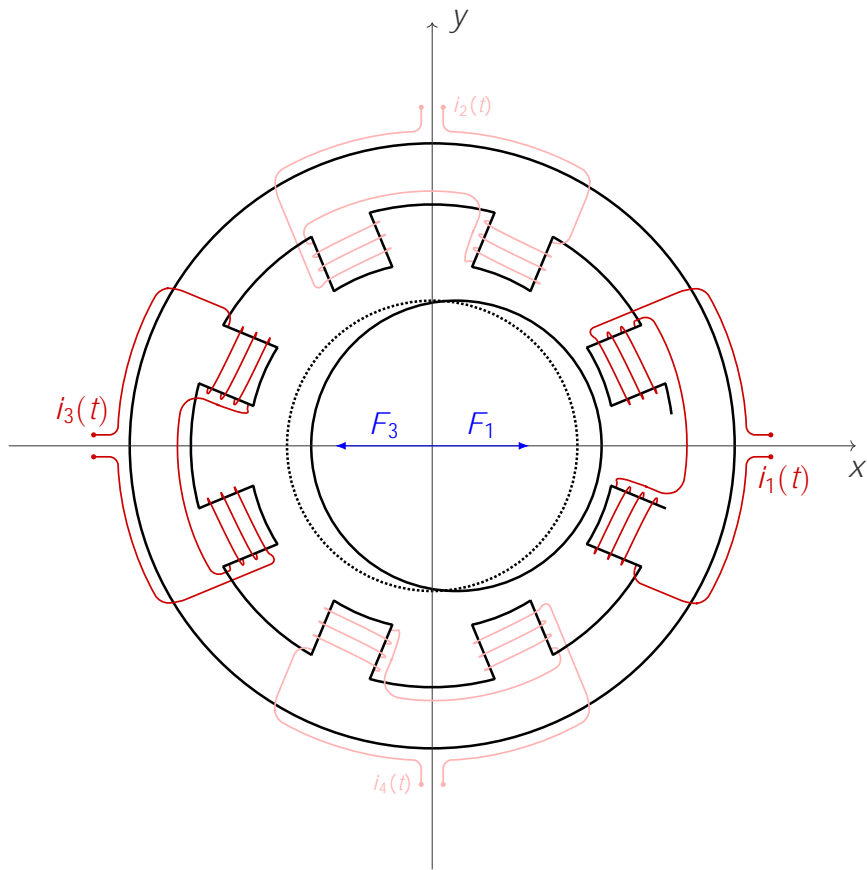


Figura 3.3: Forças de relutância horizontais no mancal magnético de 8 polos.

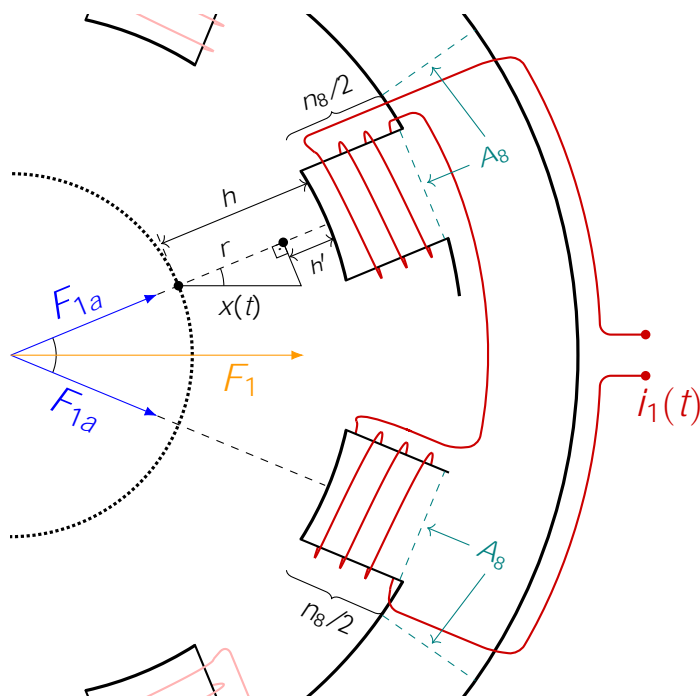


Figura 3.4: Forças de relutância horizontais na bobina 1.

$$R_{1a} = \frac{h}{\mu_0 A_8} = \frac{h-r}{\mu_0 A_8} = \frac{h-x \cos}{\mu_0 A_8}. \quad (3.1)$$

O fluxo magnético que percorre um único polo é intitulado ϕ_{1a} e o número de voltas é $n_8/2$, metade do número de voltas total da bobina. O fluxo pode ser obtido relacionando a força magnetomotriz e a relutância no polo:

$$\phi_{1a} = \frac{F}{R_{1a}}. \quad (3.2)$$

Levando em consideração a aproximação para pequenos ângulos, tem-se que $\cos \theta \approx 1$. Substituindo a força magnetomotriz pela equação 2.12 e o valor da relutância pela equação 3.1, obtemos:

$$\phi_{1a} = \frac{\frac{n_8}{2} i_1}{\frac{h-x}{\mu_0 A_8}} = \frac{\mu_0 A_8 n_8 i_1}{2(h-x)}. \quad (3.3)$$

Conforme apresentado na equação 2.20, o módulo da força magnética referente a este polo é descrito por:

$$F_{1a} = \frac{2\phi_{1a}^2}{2\mu_0 A_8}. \quad (3.4)$$

Substituindo o valor do fluxo magnético ϕ_{1a} apresentado na equação 3.3, chegamos a:

$$F_{1a} = \frac{\mu_0 A_8 n_8^2}{8} \frac{i_1^2}{h-x}. \quad (3.5)$$

Assim sendo, a soma das componentes na direção horizontal das forças nos dois polos resulta na força magnética F_1 , que possui módulo

$$F_1 = 2F_{1a} = \frac{\mu_0 A_8 n_8^2}{4} \frac{i_1^2}{h-x}. \quad (3.6)$$

Empregando o acionamento diferencial das correntes elétricas como apresentado no capítulo 2 e considerando o deslocamento para a direita, temos a expressão $i_1 = i_0 + i_x$, onde i_0 é a corrente de base e i_x a corrente diferencial e variável de controle. A equação da força F_1 pode então ser reescrita da seguinte maneira:

$$F_1 = \frac{\mu_0 A_8 n_8^2}{4} \frac{i_0 + i_x}{h - x}^2. \quad (3.7)$$

Para a bobina simétrica 3, podemos assumir a expressão da corrente de acionamento como $i_3 = i_0 - i_x$. Assim temos:

$$F_3 = \frac{\mu_0 A_8 n_8^2}{4} \frac{i_0 - i_x}{h + x}^2. \quad (3.8)$$

A força horizontal $F_x = F_1 - F_3$ pode ser reescrita como:

$$F_x = \frac{\mu_0 A_8 n_8^2}{4} \left(\frac{i_0 + i_x}{h - x} - \frac{i_0 - i_x}{h + x} \right)^2. \quad (3.9)$$

De maneira análoga, pode-se desenvolver a equação resultante da força vertical F_y , assumindo como corrente diferencial i_y e um deslocamento y do rotor para cima, resultando em:

$$F_y = \frac{\mu_0 A_8 n_8^2}{4} \left(\frac{i_0 + i_y}{h - y} - \frac{i_0 - i_y}{h + y} \right)^2. \quad (3.10)$$

As equações 3.9 e 3.10 são não-lineares. No entanto, o sistema deve atuar próximo ao ponto de operação, com pequenas variações de deslocamento e corrente. Assim sendo, utilizando a expansão da série de Taylor de primeira ordem em torno do ponto de operação $P_0 = (x, i_x) = (y, i_y) = (0, 0)$, obtém-se as expressões das forças linearizadas:

$$F_x = \frac{F_x}{x}_{P_0} x + \frac{F_x}{y}_{P_0} y + \frac{F_x}{i_x}_{P_0} i_x + \frac{F_x}{i_y}_{P_0} i_y, \quad (3.11)$$

$$F_y = \frac{F_y}{x}_{P_0} x + \frac{F_y}{y}_{P_0} y + \frac{F_y}{i_x}_{P_0} i_x + \frac{F_y}{i_y}_{P_0} i_y. \quad (3.12)$$

Após a resolução das derivadas parciais temos as seguintes expressões para as forças de relutância:

$$F_x = k_p x + k_i i_x, \quad F_y = k_p y + k_i i_y, \quad (3.13)$$

onde as constantes k_p e k_i são

$$k_p = \frac{\mu_0 A_8 n_8^2 i_0^2}{h^3} \quad \text{e} \quad k_i = \frac{\mu_0 A_8 n_8^2 i_0}{h^2}. \quad (3.14)$$

Analisando as equações desenvolvidas pode-se confirmar que as forças de relutância geradas no mancal de 8 polos são desacopladas, o que permite que o controle de posição seja aplicado de forma independente para cada direção.

3.4 Geração de Forças nos Mancais Magnéticos de 4 Polos

Nesta seção é apresentada a dedução das forças de relutância geradas para a estrutura do mancal de 4 polos. Foram utilizadas as referências [4] e [61].

No mancal magnético de 4 polos existe a interconexão entre os fluxos, o que torna o desenvolvimento das expressões das forças de relutância mais complexo. O caminho do fluxo magnético gerado pela corrente i_1 passa em cada polo, como ilustrado na figura 3.5. A combinação das contribuições dos fluxos em cada polo irá gerar o fluxo resultante.

A notação j_k apresentada na figura 3.5 representa o fluxo magnético que percorre a bobina j gerado através da corrente aplicada na bobina k . Denominando a área da seção transversal do polo como A_4 , o número de voltas da bobina como n_4 e a dimensão do entreferro como h , uma variação na posição do rotor no valor x ou y resultará nas seguintes equações de relutância referentes a cada polo:

$$R_1 = \frac{h-x}{\mu_0 A_4}, \quad R_2 = \frac{h-y}{\mu_0 A_4}, \quad R_3 = \frac{h+x}{\mu_0 A_4}, \quad R_4 = \frac{h+y}{\mu_0 A_4}. \quad (3.15)$$

A figura 3.6 apresenta o circuito magnético referente à bobina de número 1.

Para encontrar as forças de relutância do mancal magnético de 4 polos é necessário resolver os circuitos magnéticos de cada polo para obter as relutâncias equivalentes e, em seguida, encontrar as equações dos fluxos parciais em cada corrente. Deste modo, é possível encontrar o fluxo total em cada polo do mancal. Aplicando os fluxos encontrados na equação 2.20, chega-se às expressões das forças de relutância resultantes.

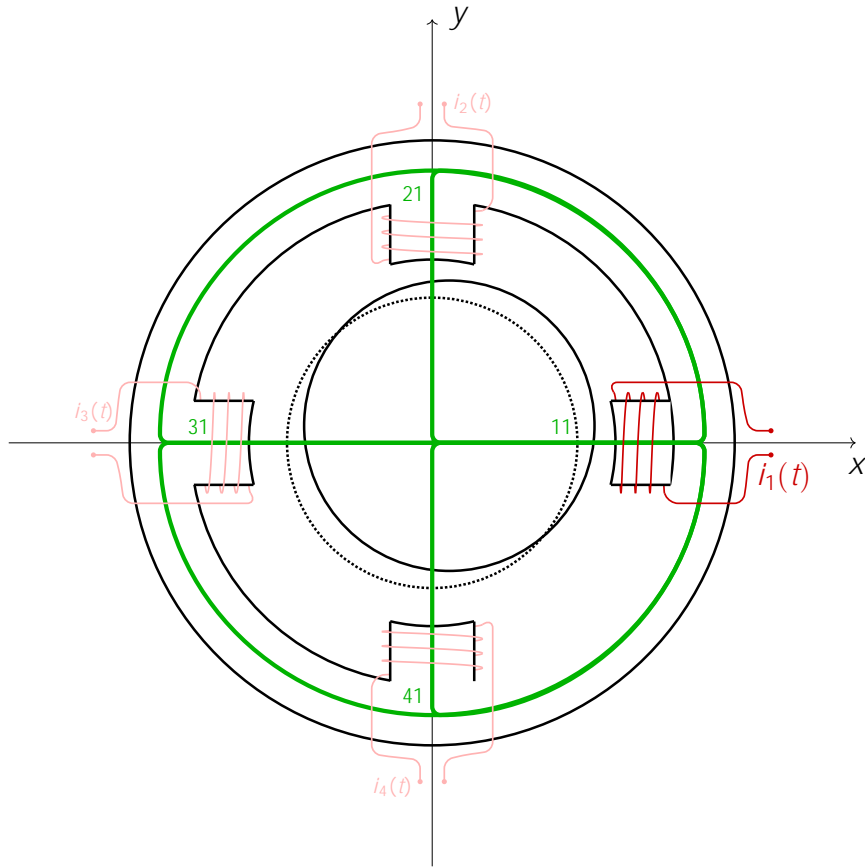


Figura 3.5: Fluxo magnético gerado pela corrente aplicada na bobina 1 no mancal magnético de 4 polos.

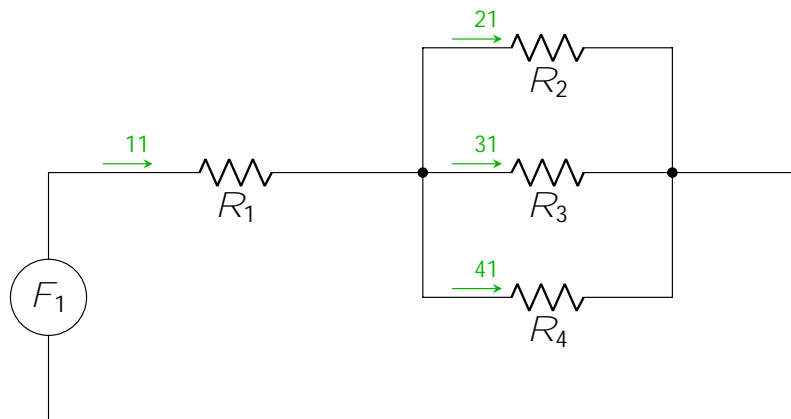


Figura 3.6: Circuito magnético referente à bobina 1 no mancal magnético de 4 polos.

O circuito magnético da figura 3.6 apresenta relutância equivalente de acordo com a expressão

$$R_1^e = R_1 + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}. \quad (3.16)$$

Através das operações algébricas, chega-se a:

$$R_1^e = \frac{R_1 R_2 R_3 + R_1 R_2 R_4 + R_1 R_3 R_4 + R_2 R_3 R_4}{R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4}. \quad (3.17)$$

Para simplificar as expressões, são estabelecidas as seguintes variáveis:

$$N_4 = R_1 R_2 R_3 + R_1 R_2 R_4 + R_1 R_3 R_4 + R_2 R_3 R_4, \quad (3.18)$$

$$D_1 = R_2 R_3 + R_2 R_4 + R_3 R_4, \quad (3.19)$$

$$D_2 = R_1 R_3 + R_1 R_4 + R_3 R_4 \quad (3.20)$$

$$D_3 = R_1 R_2 + R_1 R_4 + R_2 R_4, \quad (3.21)$$

$$D_4 = R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3. \quad (3.22)$$

Como apresentado na equação 2.16, reescrita aqui por conveniência, o fluxo magnético é igual à força magnetomotriz dividida pela relutância equivalente:

$$= \frac{F}{R}. \quad (3.23)$$

Adotando novamente a notação de acionamento diferencial, isto é, $i_1 = i_0 + i_x$, e substituindo a relutância equivalente na equação 3.23, obtemos os fluxos parciais gerados pela corrente aplicada na bobina 1:

$$_{11} = n_4(i_0 + i_x) \frac{D_1}{N_4}, \quad (3.24)$$

$$_{21} = n_4(i_0 + i_x) \frac{R_3 R_4}{N_4}, \quad (3.25)$$

$$_{31} = n_4(i_0 + i_x) \frac{R_2 R_4}{N_4}, \quad (3.26)$$

$$_{41} = n_4(i_0 + i_x) \frac{R_2 R_3}{N_4}. \quad (3.27)$$

Os fluxos parciais gerados pelas correntes que circulam nas outras bobinas podem ser encontrados utilizando o mesmo procedimento. As correntes diferenciais são dadas por $i_2 = i_0 + i_y$, $i_3 = i_0 - i_x$ e $i_4 = i_0 - i_y$. Assim, os fluxos parciais são:

$$_{12} = n_4(i_0 + i_y) \frac{R_3 R_4}{N_4}, \quad (3.28)$$

$$_{22} = n_4(i_0 + i_y) \frac{D_2}{N_4}, \quad (3.29)$$

$$32 = n_4(i_0 + i_y) \frac{R_1 R_4}{N_4}, \quad (3.30)$$

$$42 = n_4(i_0 + i_y) \frac{R_1 R_3}{N_4}, \quad (3.31)$$

$$13 = n_4(i_0 - i_x) \frac{R_2 R_4}{N_4}, \quad (3.32)$$

$$23 = n_4(i_0 - i_x) \frac{R_1 R_4}{N_4}, \quad (3.33)$$

$$33 = n_4(i_0 - i_x) \frac{D_3}{N_4}, \quad (3.34)$$

$$43 = n_4(i_0 - i_x) \frac{R_1 R_2}{N_4}, \quad (3.35)$$

$$14 = n_4(i_0 - i_y) \frac{R_2 R_3}{N_4}, \quad (3.36)$$

$$24 = n_4(i_0 - i_y) \frac{R_1 R_3}{N_4}, \quad (3.37)$$

$$34 = n_4(i_0 - i_y) \frac{R_1 R_2}{N_4}, \quad (3.38)$$

$$44 = n_4(i_0 - i_y) \frac{D_4}{N_4}. \quad (3.39)$$

Adotando o sentido positivo apontando para o centro do rotor, os fluxos totais em cada polo são:

$$1 = 11 + 12 - 13 + 14, \quad (3.40)$$

$$2 = -21 - 22 - 23 + 24, \quad (3.41)$$

$$3 = -31 + 32 + 33 + 34, \quad (3.42)$$

$$4 = -41 + 42 - 43 - 44. \quad (3.43)$$

Ao substituir as equações 3.24 a 3.39 nas equações 3.40 a 3.43, obtemos os fluxos totais que circulam no mancal magnético de 4 polos. A força de relutância em cada polo pode ser encontrada utilizando a equação 2.20. Do mesmo modo que foi apresentado no desenvolvimentos das forças no mancal de 8 polos, a resultante na direção horizontal é dada por $F_x = F_1 - F_3$ e na direção vertical por $F_y = F_2 - F_4$. Assim sendo,

$$F_x = \frac{2_1 - 2_3}{2\mu_0 A_4} \quad \text{e} \quad F_y = \frac{2_2 - 2_4}{2\mu_0 A_4}. \quad (3.44)$$

Realizando a substituição dos fluxos na equação 3.44 através de um algebrismo complexo, obtemos como resultado as seguintes expressões:

$$F_x = \frac{\mu_0 A_4 n_4^2}{2} q_x(h, x, y, i_0, i_x, i_y) \quad \text{e} \quad F_y = \frac{\mu_0 A_4 n_4^2}{2} q_y(h, x, y, i_0, i_x, i_y), \quad (3.45)$$

onde q_x e q_y são funções complicadas:

$$q_x(h, x, y, i_0, i_x, i_y) = \frac{N_1^2 - N_2^2}{\Delta^2} \quad \text{e} \quad q_y(h, x, y, i_0, i_x, i_y) = \frac{N_3^2 - N_4^2}{\Delta^2}, \quad (3.46)$$

com

$$\begin{aligned} N_1 &= (i_1 + i_2)\Delta_1 + (i_1 - i_3)\Delta_2 + (i_1 + i_4)\Delta_3, \\ N_2 &= (i_3 - i_1)\Delta_2 + (i_2 + i_3)\Delta_4 + (i_3 + i_4)\Delta_5, \\ N_3 &= (i_1 + i_2)\Delta_1 + (i_2 + i_3)\Delta_4 + (i_2 - i_4)\Delta_6, \\ N_4 &= (i_1 + i_4)\Delta_3 + (i_3 + i_4)\Delta_5 - (i_2 - i_4)\Delta_6. \end{aligned}$$

As constantes Δ s acima são definidas por:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= (h+x)(h+y), & \Delta_2 &= (h+y)(h-y), & \Delta_3 &= (h+x)(h-y) \\ \Delta_4 &= (h-x)(h+y), & \Delta_5 &= (h-x)(h-y), & \Delta_6 &= (h+x)(h-x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta &= (h-x)(h-y)(h+x) + (h-x)(h-y)(h+y) + \\ &+ (h-x)(h+x)(h+y) + (h-y)(h+x)(h+y) \end{aligned}$$

A linearização destas equações é uma tarefa difícil e foi realizada utilizando artifícios computacionais. Considerando novamente que o mancal magnético opere em torno do ponto $P_0 = (x, y, i_x, i_y) = (0, 0, 0, 0)$, a resolução das derivadas parciais resulta nas seguintes expressões lineares:

$$F_x = 2(k_p x + k_i i_x) \quad \text{e} \quad F_y = 2(k_p y + k_i i_y). \quad (3.47)$$

em que

$$k_p = \frac{\mu_0 A_4 n_4^2 i_0^2}{h^3} \quad \text{e} \quad k_i = \frac{\mu_0 A_4 n_4^2 i_0}{h^2}. \quad (3.48)$$

Analisando as equações geradas no mancal magnético de 4 polos podemos concluir que embora os fluxos magnéticos sejam interconectados as forças de relutância são desacopladas, assim como no mancal de 8 polos. Além disso, as constantes k_p e k_i , e conseqüentemente as forças F_x e F_y , possuem a mesma estrutura do mancal de 8 polos, multiplicadas pelo fator 2.

Pode-se afirmar ainda que o mancal de 4 polos possui uma estrutura mais compacta que o de 8 polos, o que provavelmente resulta em um melhor custo-benefício de fabricação. Ele também apresenta mais espaço para dissipação de calor e menor perda de fluxo magnético nas bobinas.

Os resultados das simulações de algumas leis de controle aplicadas às duas geometrias realizadas em [61] mostram que o mancal magnético de 4 polos é levemente superior ao de 8 polos em relação ao tempo de acomodação do sistema.

Capítulo 4

Modelagem do Mancal Magnético de 6 Polos

4.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é desenvolver o cálculo das forças de relutância do mancal magnético de 6 polos, assim como a modelagem do sistema dinâmico em espaço de estados.

4.2 Posicionamento Planar Utilizando 3 DEMAs

Os estatores do MMA de 6 polos apresentam simetria de 3: as forças magnéticas que posicionam o rotor são geradas em 3 pontos coplanares, sendo que, na maioria dos casos, nenhum deles está localizado nas direções canônicas x e y ; apenas um desses pontos, pode estar situado em uma dessas direções. Nesta seção, alguns aspectos básicos da simetria de 3 serão explicados de forma a auxiliar o entendimento do modelo matemático do mancal de 6 polos.

Assim como apresentado no capítulo 2, seção 2.5, consideramos um corpo metálico a ser posicionado na origem do sistema de coordenadas canônico x,y por atuação de forças magnéticas de relutância. No caso da simetria de 3, o corpo deve ser posicionado e mantido nesta posição através da atuação de 3 DEMAs simetricamente

dispostos em torno da origem, como ilustrado na Figura 4.1.

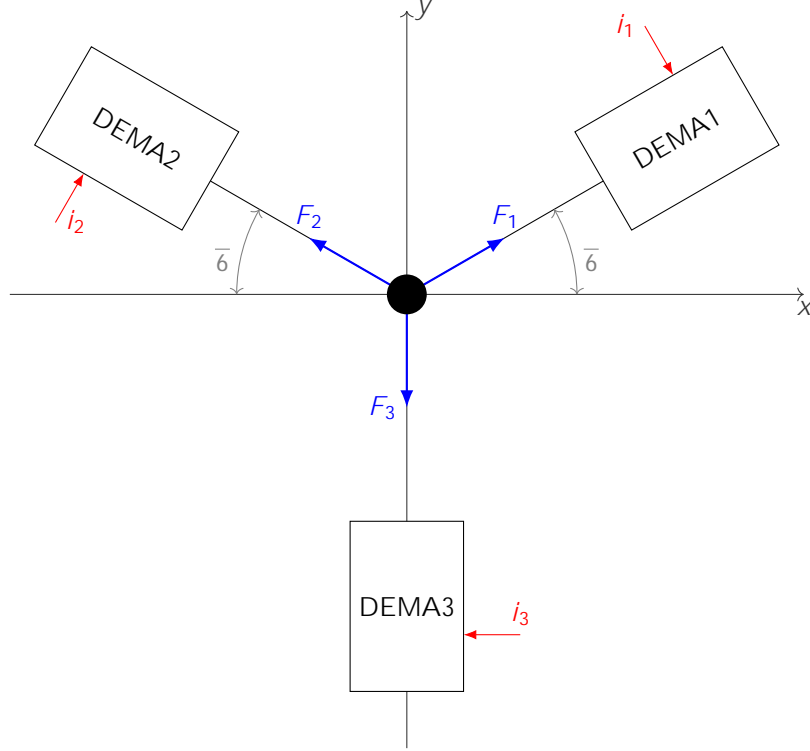


Figura 4.1: Três DEMAs dispostos simetricamente em torno do corpo centralizado.

As coordenadas $x(t)$ e $y(t)$ do corpo, que representam a posição do rotor no caso do MMA, são controladas através das forças $\mathbf{F}_k(t)$ para $k = 1, 2, 3$. As direções espaciais dessas forças, observadas na Figura 4.1, são fixas e seus valores absolutos projetados nas direções x e y resultam em

$$\sum_{k=1}^3 F_k^x(t) = F_1(t) \cos \frac{\pi}{6} - F_2(t) \cos \frac{\pi}{6} + F_3(t) \cos \frac{3\pi}{2} = F^x(t) \quad (4.1)$$

$$\sum_{k=1}^3 F_k^y(t) = F_1(t) \sin \frac{\pi}{6} + F_2(t) \sin \frac{\pi}{6} + F_3(t) \sin \frac{3\pi}{2} = F^y(t). \quad (4.2)$$

As características dinâmicas do movimento do corpo dependem apenas dos módulos das forças $\mathbf{F}_k(t)$. Tais forças, produzidas pelos 3 DEMAs, sofrem influência do fluxo magnético $i_k(t)$ ao quadrado, da permeabilidade magnética do material μ_0 e da área transversal do enrolamento A_k , como apresentado na Equação 2.20, repetida aqui por conveniência.

$$F_k(t) = \frac{i_k^2(t)}{2\mu_0 A_k} \quad \text{para } k = 1, 2, 3. \quad (4.3)$$

Sendo a permeabilidade magnética constante e considerando que as áreas A_k são as mesmas para todos os k , é possível concluir que a força de relutância em cada canal depende apenas do fluxo magnético $\psi_k(t)$. Uma vez que o fluxo magnético é elevado ao quadrado na Equação 4.3, apenas forças de atração são geradas pelos DEMAs.

Em alguns casos particulares, o fluxo ψ_k depende apenas da corrente injetada $i_k(t)$ e da distância d_k entre o corpo e o DEMA no canal k , como apresentado na equação 4.4. Este é o caso do MMA de 8 polos, apresentado anteriormente no capítulo 3 e do MMA de 6 polos, que será abordado neste capítulo.

$$\psi_k(t) = \psi_k(i_k(t), d_k(t)) \quad k = 1, 2, 3 \quad (4.4)$$

No entanto, os casos mais gerais apresentam interconexão dos fluxos, como os MMAs de 4 e 3 polos. Este caso apresenta maior complexidade, já que o fluxo ψ_k depende de todos os parâmetros dos DEMAs:

$$\psi_k(t) = \psi_k(i_1(t), i_2(t), i_3(t), d_1(t), d_2(t), d_3(t)) \quad k = 1, 2, 3. \quad (4.5)$$

A simetria da configuração certifica que a distância entre a origem do sistema de coordenadas e cada um dos atuadores é a mesma, designada por h . Seja e_k a medida do deslocamento do corpo no eixo k , considerada positiva em direção do DEMA. A Figura 4.2 ilustra esta situação para o canal 1.

Sendo então h a largura nominal do *gap* e e_k a distância do corpo à origem do sistema, fica claro que a distância do corpo deslocado até o DEMA é:

$$d_k(t) = h - e_k(t) \quad \text{para } k = 1, 2, 3. \quad (4.6)$$

Os deslocamentos do corpo $e_k(t)$ para $k = 1, 2, 3$ são medidos de maneira mais fácil do que as distâncias d_k até os DEMAs. Desta forma, a Equação 4.5 pode ser atualizada:

$$\psi_k(t) = \psi_k(i_1(t), i_2(t), i_3(t), e_1(t), e_2(t), e_3(t)) \quad k = 1, 2, 3. \quad (4.7)$$

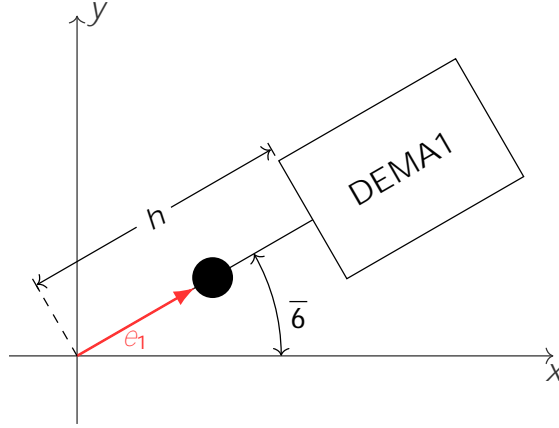


Figura 4.2: Deslocamento da partícula em direção ao DEMA 1; se a posição real do corpo não é como acima, ela deve ser projetada na linha ligando a origem do atuador.

Isso significa que as características dinâmicas do corpo dependem de três variáveis externas, as correntes injetadas nos DEMAs e de três deslocamentos variáveis a serem medidos pelos sensores. Entretanto, para determinar a posição de um objeto no plano são necessários apenas dois valores, e é natural que seja preferível utilizar dois sensores ao invés de três nas implementações práticas. Sendo assim, os deslocamentos $e_1(t)$, $e_2(t)$ e $e_3(t)$ são redundantes e podem ser convertidos em função das duas direções canônicas x e y .

Quando o corpo não está localizado em uma posição particular no plano, como na Figura 4.2, os vetores x e y que caracterizam essa posição devem ser projetados nas 3 direções simétricas; como representado na Figura 4.3

Considerando as contribuições ilustradas na Figura 4.3 os 3 deslocamentos e_k podem ser descritos em função de $x(t)$ e $y(t)$ da seguinte forma:

$$e_1(t) = x(t) \cos \frac{\pi}{6} + y(t) \sin \frac{\pi}{6} \quad (4.8)$$

$$e_2(t) = -x(t) \cos \frac{\pi}{6} + y(t) \sin \frac{\pi}{6} \quad (4.9)$$

$$e_3(t) = x(t) \cos \frac{3\pi}{2} + y(t) \sin \frac{3\pi}{2} = -y(t). \quad (4.10)$$

As distâncias $d_k = h - e_k$ utilizando os valores encontrados através das equações anteriores são aproximações das distâncias reais entre o corpo e os DEMAs. Sendo todos os deslocamentos pequenos, as aproximações são consideradas adequa-

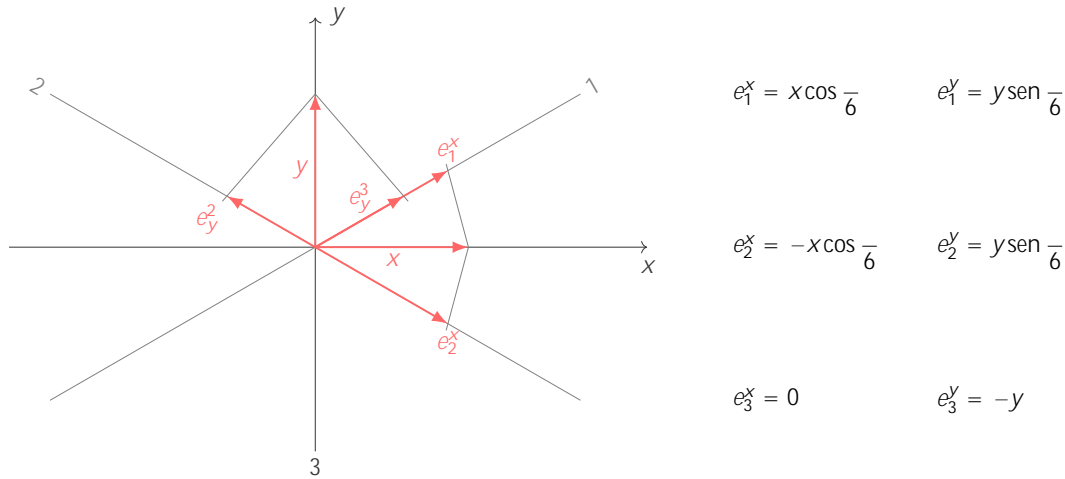


Figura 4.3: Projeções dos deslocamentos nas 3 direções simétricas dos DEMAs.

das e aceitáveis. Existem, agora, 5 variáveis afetando o comportamento dos fluxos nos DEMAs e, conseqüentemente, as forças de relutância obtidas. Aprimorando a Equação 4.7, temos

$$k(t) = k(i_1(t), i_2(t), i_3(t), x(t), y(t)) \quad k = 1, 2, 3. \quad (4.11)$$

Na próxima seção serão analisados os efeitos das correntes $i_k(t)$ para $k = 1, 2, 3$ nos aspectos eletrodinâmicos gerais e será investigado se é possível posicionar o corpo na origem com um número de variáveis de controle menor que 3. Para isso, serão utilizados os resultados obtidos nesta seção aplicados ao MMA de 6 polos que apresenta simetria de 3, ou seja, possui as forças magnéticas simetricamente separadas por ângulos de $(2\sqrt{3})$ rad.

4.3 Mancal Magnético Ativo de 6 Polos

No MMA de 6 polos, o estator é uma única peça de material ferromagnético com a superfície externa em forma de cilindro, assim como os outros MMAs apresentados anteriormente. Seu diferencial está nos polos: são 3 pares de polos que apontam para a região interna, em direção ao rotor. A Figura 4.4 ilustra essa composição de maneira simples.

Observando a Figura 4.4, é fácil perceber que cada par de polos atua como um

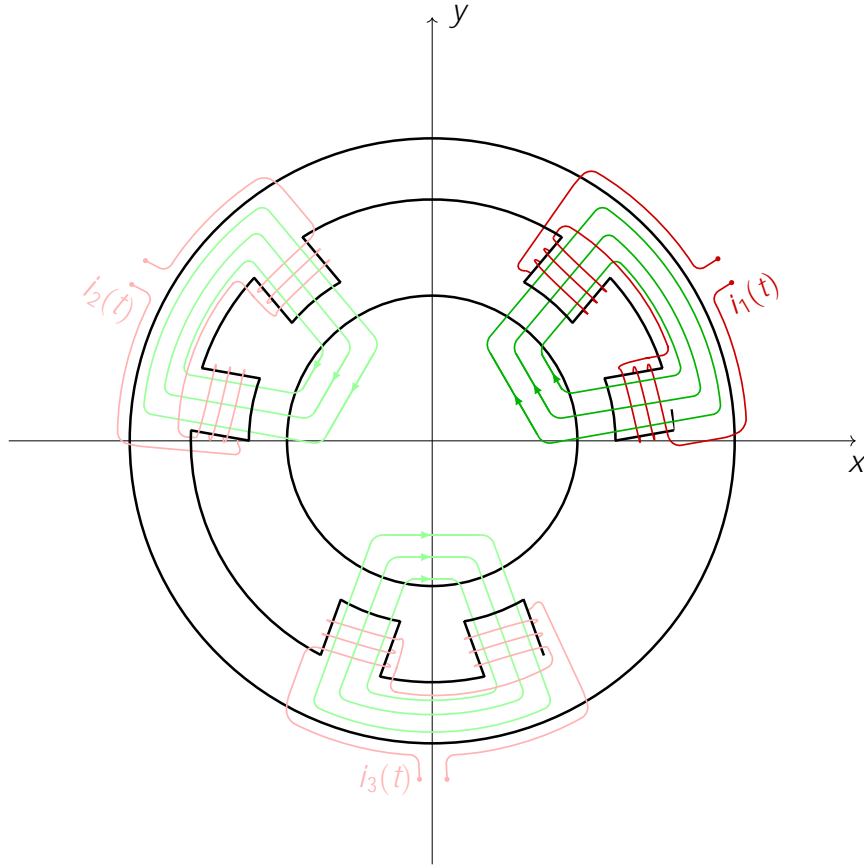


Figura 4.4: Configuração de 6 polos para Mancais Magnéticos Ativos.

eletroímã em formato de U, após ser envolvido pelos enrolamentos condutores das correntes. Isso significa que existem 3 DEMAs para gerar as forças de relutância, e eles são independentes, porque o fluxo injetado no rotor por um dos polos do canal k é completamente absorvido pelo outro polo do mesmo DEMA. Os 3 fluxos ϕ_k seguem caminhos independentes no plano, cada um deles não toca ou intercepta o outro. Pode-se dizer que esses fluxos são desacoplados, pois não existe interconexão entre eles.

Adaptando a Equação 2.22 da seção 2.4 no capítulo 2 para a presente situação, a magnitude das forças de relutância geradas em cada DEMA é

$$F_k(t) = \frac{\mu_0 A_k n_k^2 i_k^2(t)}{4d_k^2(t)} \quad \text{para } k = 1, 2, 3. \quad (4.12)$$

Assumindo que o estator seja construído de maneira uniforme, $A_1 = A_2 = A_3 = A$ e $n_1 = n_2 = n_3 = n$; usando a Equação 4.6:

$$F_k(t) = K \frac{i_k(t)^2}{h - e_k(t)} \quad \text{com} \quad K = \frac{\mu_0 A r^2}{4} \quad \text{para} \quad k = 1, 2, 3. \quad (4.13)$$

A partir das equações 4.1 e 4.2 é possível obter as forças magnéticas resultantes no rotor, projetadas nas direções x e y . O resultado, omitindo (t) nos sinais variáveis no tempo, é:

$$F^x = (F_1 - F_2) \cos \frac{\pi}{6} = \frac{K \sqrt{3}}{2} \left(\frac{i_1^2}{d_1} - \frac{i_2^2}{d_2} \right) \quad (4.14)$$

$$F^y = (F_1 + F_2) \sin \frac{\pi}{6} - F_3 = \frac{K}{2} \left(\frac{i_1^2}{d_1} + \frac{i_2^2}{d_2} - 2 \frac{i_3^2}{d_3} \right). \quad (4.15)$$

Recordando as equações 4.8, 4.9 e 4.10 e sendo $d_k = h - e_k$, as 3 distâncias das fórmulas anteriores dependem apenas dos deslocamentos x e y :

$$d_1 = h - \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y \quad (4.16)$$

$$d_2 = h + \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y \quad (4.17)$$

$$d_3 = h + y. \quad (4.18)$$

Pode-se observar que as equações 4.14 e 4.15 possuem natureza não linear. Considerando que os MMAs sempre operam em torno de uma situação ideal sem deslocamentos e com entradas externas nulas, é natural linearizar essas expressões em torno do ponto de operação das correntes e deslocamentos: $OP = (i_1^0, i_2^0, i_3^0, x^0, y^0) = (0, 0, 0, 0, 0)$. Infelizmente, o resultado é um modelo linear incontrollável para o MMA. Para contornar este problema, pode-se usar o mesmo procedimento apresentado nos MMAs de simetria de 4: correntes de base e diferenciais.

Como primeira tentativa, é razoável considerar uma corrente de base fixa i_0 e três correntes diferenciais v_k para $k = 1, 2, 3$, como apresentado nas equações a seguir:

$$i_1(t) = i_0 + v_1(t) \quad (4.19)$$

$$i_2(t) = i_0 + v_2(t) \quad (4.20)$$

$$i_3(t) = i_0 + v_3(t). \quad (4.21)$$

Antes de prosseguir neste caminho geral com três correntes de acionamento independentes, é possível expressar as três correntes diferenciais v_k em termos de i_x e i_y . Vamos postular então duas correntes diferenciais $i_x(t)$ e $i_y(t)$ e, guiados pelas Equações 4.16, 4.17 e 4.18, escolher $v_1 = i_x + i_y$, $v_2 = -i_x + i_y$ and $v_3 = -i_y$. Isso resulta em

$$i_1(t) = i_0 + i_x(t) + i_y(t) \quad (4.22)$$

$$i_2(t) = i_0 - i_x(t) + i_y(t) \quad (4.23)$$

$$i_3(t) = i_0 - i_y(t). \quad (4.24)$$

Após um estudo detalhado das Equações 4.19, 4.20 e 4.21, será possível determinar se o sistema poderá ser controlado com apenas duas variáveis de controle, i_x e i_y , cobrindo as duas direções canônicas x e y , ao invés de três, como apresentado no caso geral.

4.3.1 Correntes de base e diferenciais

Um modelo completo para a geração das forças magnéticas no mancal de 6 polos pode ser obtido através da combinação das equações 4.14 a 4.21. O resultado seriam expressões não lineares em função das variáveis a seguir:

$$F^x = f(v_1, v_2, v_3, x, y) \quad \text{and} \quad F^y = g(v_1, v_2, v_3, x, y). \quad (4.25)$$

Utilizando o procedimento tradicional para linearizar as equações em torno do ponto de operação $O = (v_1^0, v_2^0, v_3^0, x^0, y^0) = (0,0,0,0,0)$, leva a

$$F^x - [F^x]_0 = \sum_{k=1}^3 \frac{f}{v_k} \Big|_0 (v_k - v_k^0) + \frac{f}{x} \Big|_0 (x - x^0) + \frac{f}{y} \Big|_0 (y - y^0) \quad (4.26)$$

$$F^y - [F^y]_0 = \sum_{k=1}^3 \frac{g}{v_k} \Big|_0 (v_k - v_k^0) + \frac{g}{x} \Big|_0 (x - x^0) + \frac{g}{y} \Big|_0 (y - y^0). \quad (4.27)$$

O cálculo minucioso dos parâmetros e derivadas resulta em

$$F^x(t) = k_p x(t) + \bar{3}k_v (v_1(t) - v_2(t)) \quad (4.28)$$

$$F^y(t) = k_p y(t) + k_v (v_1(t) + v_2(t)) - 2k_v v_3(t) \quad (4.29)$$

$$k_p = \frac{3K i_0^2}{h^3} = 3 \frac{\mu_0 A r^2 i_0^2}{4h^3} \quad \text{e} \quad k_v = \frac{K i_0}{h^2} = \frac{\mu_0 A r^2 i_0}{4h^2}. \quad (4.30)$$

Utilizando a proposta apresentada de expressar as 3 correntes diferenciais em termos de x e y , fazendo $v_1 = i_x + i_y$, $v_2 = -i_x + i_y$ e $v_3 = -i_y$, transforma as equações das forças em

$$F^x(t) = k_p x(t) + 2 \sqrt{3} k_v i_x(t) \quad (4.31)$$

$$F^y(t) = k_p y(t) + 4k_v i_y(t). \quad (4.32)$$

O modelo apresenta uma estrutura completamente desacoplada, o que é um fato desejado e mostra que as escolhas para as correntes de base e diferenciais apresentadas nas equações 4.19, 4.20 e 4.21 e as forças lineares em 4.28 e 4.29 merecem um estudo aprofundado. Para entender detalhadamente como essas forças magnéticas interagem com os deslocamentos x e y do rotor, é necessário um modelo matemático mais completo, levando em consideração os aspectos dinâmicos do sistema.

4.4 Protótipo e Modelos

Nesta seção serão desenvolvidas e apresentadas as equações da dinâmica rotacional aplicada ao Mancal magnético de 6 polos. A partir dessas equações será possível obter o modelo do sistema em espaço de estados, o que permitirá o emprego de técnicas de controle moderno.

Os trabalhos anteriores [56, 61] consideram dois modelos de protótipos desenvolvidos no Laboratório de Aplicações de Supercondutores (LASUP), da COPPE. Eles compartilham o mesmo rotor vertical, apresentado na 1.2, e dois estatores diferentes, um com 8 polos (Tipo A) e o outro com 4 polos (Tipo B). Para este trabalho iremos supor um estator de 6 polos conforme geometria descrita na seção 4.3 acoplado ao mesmo rotor. A contribuição do estator para o modelo matemático é a geração de força, enquanto todos os aspectos dinâmicos dependem do rotor. Neste trabalho iremos considerar o estator com 6 polos, e a partir deste ponto focar a atenção no rotor.

Um rotor vertical com um disco superior grande e perfurado será inserido na carcaça com um estator de geração de força. O único objetivo do disco é promover, quando desejado, desequilíbrio de massa e distúrbios harmônicos. Os detalhes da parte vertical podem ser observados na Figura 4.5. A parte inferior é um mancal mecânico convencional que tem como objetivo prevenir movimentos verticais; o motor de indução bifásico responsável pela rotação do eixo está localizado logo acima. Posteriormente vem o rotor do MMA e os sensores, seguidos pelo disco superior.

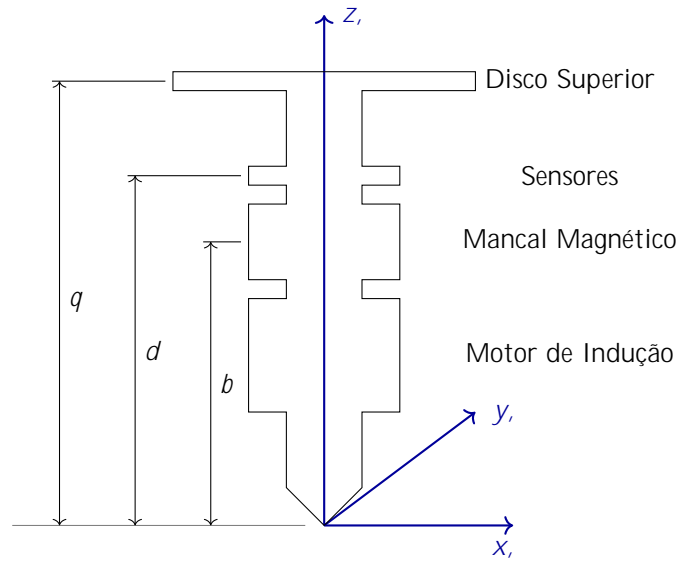


Figura 4.5: Representação simplificada do rotor vertical.

O mancal mecânico na parte inferior permite movimentos angulares em qualquer direção e proporciona um ponto fixo para o rotor. Um sistema de referência inercial é fixado neste ponto; os eixos x e y situam-se no plano horizontal, enquanto o eixo z marca a direção vertical. Os ângulos positivos θ , ϕ e ψ podem ser encontrados utilizando a regra da mão direita em x , y e z [56]. A Figura 4.5 ilustra a situação.

Assumindo rotor rígido e homogêneo, os deslocamentos do centro de massa podem ser determinados pelos ângulos θ e ϕ , e o modelo dinâmico completo pode ser obtido a partir apenas das equações rotacionais. Denotando os momentos angulares de inércia I em torno dos três eixos por I_x , I_y e I_z , considerações de simetria garantem que $I_x = I_y = J$. Na estrutura clássica de Newton-Lagrange, as equações dinâmicas para a rotação são:

$$J\ddot{\theta}(t) - I_z\dot{\omega}(t) = E \quad (4.33)$$

$$J\ddot{\theta}(t) + I_z\dot{\omega}(t) = E \quad (4.34)$$

onde $\dot{\theta} = \omega$ é a velocidade angular do rotor e E , expressa todas as ações externas geradoras de torque. Estas equações podem ser apresentadas na forma vetorial:

$$J \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ -\ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & I_z \\ -I_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ -\dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E \\ -E \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Definindo o vetor posição \mathbf{p} e o vetor de excitação externa \mathbf{E} como:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \theta \\ -\theta \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{E} = \begin{bmatrix} E \\ -E \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

a dinâmica do rotor é descrita por:

$$J\ddot{\mathbf{p}}(t) + G\dot{\mathbf{p}}(t) = \mathbf{E}(t) \quad (4.37)$$

onde J é o coeficiente de inércia (ou matriz de inércia J/I_2) e G é a matriz giroscópica:

$$G = \begin{bmatrix} 0 & I_z \\ -I_z & 0 \end{bmatrix} = I_z \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Torques externos podem proceder de diferentes fontes, das quais quatro serão consideradas aqui: torques de força magnética (\mathbf{E}_m), força gravitacional (\mathbf{E}_g), mancal de suporte (\mathbf{E}_a) e desbalanço de massa (\mathbf{E}_d).

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m + \mathbf{E}_g + \mathbf{E}_a + \mathbf{E}_d \quad (4.39)$$

4.4.1 Torque da Força Magnética

Considerando x_b e y_b o deslocamento do rotor na posição do MMA, as forças geradas em cada direção são dadas pelas equações 4.28 e 4.29,

$$f^x(t) = k_p x_b(t) + \bar{3}k_v v_1(t) - \bar{3}k_v v_2(t) \quad (4.40)$$

$$f^y(t) = k_p y_b(t) + k_v v_1(t) + k_v v_2(t) - 2k_v v_3(t) \quad (4.41)$$

onde as correntes diferenciais v_k para $k = 1,2,3$ são baseadas nas equações 4.19, 4.20 e 4.21 discutidas anteriormente e os coeficientes $k_{\rho,v}$ vem da equação 4.30. Assumindo rigidez e pequenos deslocamentos angulares:

$$\sin \theta = \frac{x_b}{b} \quad \text{e} \quad \sin \phi = \frac{-y_b}{b}$$

que levam a $x_b = b \sin \theta$ and $y_b = -b \sin \phi$. As equações 4.40 e 4.41 se tornam:

$$f^x = bk_p + \sqrt{3}k_v v_1 - \sqrt{3}k_v v_2 \quad \text{e} \quad f^y = bk_p(-\sin \theta) + k_v v_1 + k_v v_2 - 2k_v v_3.$$

Estas forças causam torques $P = bf_x \cos \theta$ e $-P = -bf_y \cos \phi$. Assumindo, novamente, rigidez do corpo e pequenos deslocamentos angulares: $\cos \theta \approx 1$ e $\cos \phi \approx 1$, o que leva a $P = bf_x$ e $-P = -bf_y$. Estes torque magnéticos podem ser expandidos em:

$$P = b^2 k_p + b \sqrt{3}k_v(v_1 - v_2) \quad \text{e} \quad -P = b^2 k_p(-\sin \theta) + bk_v(v_1 + v_2) - 2bk_v v_3.$$

Se $\mathbf{E}_m = [P \quad -P]^T$ é o vetor de excitação magnética externa e $\mathbf{v} = [v_1 \quad v_2 \quad v_3]^T$ é a entrada externa (vetor de controle), uma expressão concisa pode ser escrita:

$$\mathbf{E}_m = b^2 k_p \mathbf{p} + bk_v V \mathbf{v} \quad \text{onde} \quad V = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & -\sqrt{3} & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}. \quad (4.42)$$

4.4.2 Torque da Força Gravitacional

Tendo em vista que θ e ϕ são ângulos pequenos, os torques causados pelo peso do rotor atuando no seu centro de massa são desprezíveis:

$$\mathbf{E}_g = 0. \quad (4.43)$$

Este geralmente é o caso dos rotores verticais; para os horizontais, a gravidade deve ser considerada. Uma forma de fazer isso é utilizando as correntes de base para equilibrar o peso do rotor [28]. Em seu trabalho, Vasco apresenta a modelagem de um MMA de 3 polos, separados por um ângulo de 120° , e realiza a análise matemática para encontrar o ângulo de orientação do estator que proporcione a maneira mais eficiente de sustentar o peso do eixo do rotor [4].

O esquema atual das correntes de base e diferenciais, baseado nas equações 4.19, 4.20 e 4.21 não permite executar esta ideia. Uma outra alternativa para lidar com o peso dos rotores horizontais é considerá-lo um distúrbio constante a ser rejeitado pela lei de controle escolhida.

4.4.3 Torque do Mancal de Suporte

O mancal de suporte possui efeito de amortecimento viscoso; se C_a é a constante de viscosidade, os torques são modelados por: $P = -C_a \dot{\theta}$ e $P = -C_a \dot{\theta}$, e a contribuição da excitação externa é:

$$\mathbf{E}_a = \begin{bmatrix} P \\ -P \end{bmatrix} = -C_a \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ -\dot{\theta} \end{bmatrix} = \mathbf{E}_a = -C_a \dot{\mathbf{p}}. \quad (4.44)$$

4.4.4 Torque por Desbalanceamento de Massa

Este será negligenciado, uma vez que o objetivo principal é estudar as correntes diferenciais.

4.4.5 Equações Dinâmicas Detalhadas

Substituindo as equações 4.42 a 4.44 na equação 4.37 leva, depois de rearranjar os termos, a:

$$J\ddot{\mathbf{p}}(t) + (G + C_a I_2)\dot{\mathbf{p}}(t) - b^2 k_p \mathbf{p}(t) = bk_v V \mathbf{v}(t) \quad (4.45)$$

É conveniente reescrever esta equação em termos de x_s e y_s , as posições medidas pelos sensores. As considerações de rigidez do rotor, pequenos ângulos e geometria garantem que $\sin \theta = x_s/d$ e $\sin \theta = -y_s/d$ que leva a $x_s = d \theta$ e $y_s = d(-\theta)$. Se as medições do sensor são denotadas por $\mathbf{p}_s = [x_s \ y_s]^T$, então:

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = d \begin{bmatrix} \theta \\ -\theta \end{bmatrix} = \mathbf{p}_s = d\mathbf{p}. \quad (4.46)$$

Multiplicando 4.45 por d pela esquerda, usando 4.46 e dividindo por J , alcançamos uma expressão em termos das posições dos sensores:

$$\ddot{\mathbf{p}}_s + G_e \dot{\mathbf{p}}_s - K_e \mathbf{p}_s = B_2 \mathbf{v} \quad (4.47)$$

onde os parâmetros são:

$$G_e = J^{-1} \begin{pmatrix} C_a & I_z \\ -I_z & C_a \end{pmatrix}, \quad K_e = J^{-1} b^2 k_p, \quad B_2 = J^{-1} b d k_v V. \quad (4.48)$$

Para expressar o comportamento dinâmico do sistema no espaço de estados, as variáveis de estado

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_s \\ \mathbf{p}_s \\ \dot{\mathbf{p}}_s \\ y_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_s \\ y_s \\ \dot{x}_s \\ \dot{y}_s \end{pmatrix} \quad (4.49)$$

podem ser escolhidas; a equação 4.47 se torna:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = A \mathbf{x}(t) + B \mathbf{v}(t) \quad (4.50)$$

onde \mathbf{x} e \mathbf{v} foram definidos anteriormente e A e B são, respectivamente, matrizes 4×4 e 4×3 estruturadas da seguinte forma:

$$A = \begin{pmatrix} 0_2 & I_2 \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix}, \quad (4.51)$$

onde os blocos 2×2 são:

$$A_{21} = J^{-1} b^2 k_p I_2 = A_{21}(k_p); \quad A_{22} = -J^{-1}(G + C_a) = A_{22}(\quad), \quad (4.52)$$

$$B_1 = 0_{2 \times 3}, \quad B_2 = J^{-1} b d k_v V = B_2(k_v). \quad (4.53)$$

Deve ser notado que a equação 4.50 modela um sistema linear que é invariante no tempo apenas para uma velocidade rotacional fixa, porque A_{22} depende de ω , e que a constante k_p afeta apenas A_{21} enquanto k_v afeta apenas B_2 . Estas últimas equações permitem uma visão mais detalhada das matrizes do sistema:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{b^2 k_p}{J} & 0 & \frac{-C_a}{J} & \frac{-I_z}{J} \\ 0 & \frac{b^2 k_p}{J} & \frac{I_z}{J} & \frac{-C_a}{J} \end{bmatrix} \quad B = \frac{bdk_v}{J} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \bar{3} & -\bar{3} & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

É muito fácil verificar que $\langle A, B \rangle$ é um par controlável. Considere os dois primeiros blocos da matriz de controlabilidade $U = [B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B]$:

$$U_2 = [B \ AB] = \begin{bmatrix} 0 & B_2 \\ B_2 & A_{22}B_2 \end{bmatrix};$$

se (M) denota o posto da matriz M , é claro que $(B_2) = 2$ e consequentemente $(U_2) = (U) = 4$.

4.5 Análises e Discussões

No modelo de MMA estudado neste trabalho existem 3 variáveis de controle, as correntes diferenciais $v_1(t)$, $v_2(t)$ e $v_3(t)$, e apenas dois sinais a serem controlados, as forças de relutância $F^x(t)$ e $F^y(t)$. É razoável conjecturar se as atribuições do MMA seriam realizadas utilizando um número de atuadores igual (no máximo) ao número de variáveis controladas.

Na seção 4.3 uma possível forma de reduzir a superatuação foi apresentada:

$$v_1(t) = i_x(t) + i_y(t), \quad v_2(t) = -i_x(t) + i_y(t), \quad v_3(t) = -i_y(t). \quad (4.55)$$

A aplicação dessas duas novas correntes diferenciais leva às equações 4.31 e 4.32, cujas estruturas apresentam características desacopladas favoráveis: as forças de relutância $F^x(F^y)$ dependem apenas de $x(y)$ e $i_x(i_y)$. Se esta mesma escolha for imposta ao modelo linear da equação 4.50, onde as forças projetadas não estão explícitas, as relações apresentadas na equação 4.55 podem ser escritas na forma vetorial como:

$$\mathbf{v}(t) = \begin{bmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \\ v_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_x(t) + i_y(t) \\ -i_x(t) + i_y(t) \\ -i_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x(t) \\ i_y(t) \end{bmatrix}. \quad (4.56)$$

Substituindo a equação anterior na equação 4.50, o resultado, renomeando o vetor $[i_x(t) \ i_y(t)]^T$ como $\mathbf{u}(t)$, é

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \frac{bdk_v}{J} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 2 & \bar{3} & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) \quad (4.57)$$

e podemos notar que temos apenas duas variáveis de controle, as duas correntes diferenciais $i_x(t)$ e $i_y(t)$ em uma estrutura que pode ser reescrita como:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}^d \mathbf{u}(t) \quad (4.58)$$

O expoente d adicionado a \mathbf{B} evidencia o fato de que a matriz possui um bloco diagonal em sua metade inferior logo abaixo de um bloco de zeros. Este é o tradicional modelo linear amplamente conhecido e utilizado para MMAs.

Se os sinais medidos $x_s(t)$ e $y_s(t)$ são considerados como um vetor de saída

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} x_s(t) \\ y_s(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t)$$

uma abordagem no domínio da frequência pode ser extraída da equação 4.58:

$$\mathbf{Z}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{U}(s) \quad \text{onde} \quad \mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I}_4 - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}^d \quad (4.59)$$

A função de transferência $\mathbf{G}(s)$ deve apresentar uma estrutura quase diagonal, que confirma a natureza desacoplada das forças de relutância $F^x(t)$ e $F^y(t)$.

Pode ser observado que $\mathbf{G}(s)$ é uma matriz diagonal pura para $\omega = 0$ e que a influência dos elementos fora da diagonal aumenta quando ω aumenta, devido aos efeitos acopladores da matriz giroscópica.

Os aspectos benéficos da equação 4.55 tem sido discutidos até o momento, e tornaram-se verdadeiros porque uma escolha apropriada de variáveis permitiu que $B(4 \times 3)$ fosse transformada em $B^d(4 \times 2)$. Uma situação mais geral pode ser estudada:

Dado um MMA modelado por $\langle A, B \rangle$, encontre uma matriz real $\Gamma(3 \times 2)$ de tal modo que $B^d = B\Gamma$ seja capaz de satisfazer um condição desejada.

Nos últimos parágrafos, uma matriz Γ particular (ver equações 4.56 e 4.57) foi responsável por muitas melhorias para o MMA. Seria muito bom verificar a existência de Γ s capazes de, por exemplo:

- (a) fazer G diagonal para um dado $\omega = 0$;
- (b) evitar possíveis valores altos em v_k ;
- (c) minimizar algo;
- (d) alcançar alguma outra característica.

Estes aspectos podem e devem ser estudados em trabalhos futuros.

Este capítulo trabalhou com uma escolha particular para as três correntes v_k injetadas em um MMA de 6 polos. Suas principais contribuições são a utilização em rotores verticais e permitir algumas características de desacoplamento ao MMA.

No próximo capítulo estudaremos o controle de um mancal de 6 polos modelado pela equação 4.57, mesmo sabendo que os comentários acima podem levar a outros modelos equivalentes ou possivelmente melhores para a situação.

Capítulo 5

Estratégias de Controle

5.1 Introdução

Os Mancais Magnéticos tem como finalidade manter o rotor centralizado, ainda que na presença de distúrbios. Para isso, é necessário um controle ativo, onde uma entrada capaz de estabilizar o sistema deve ser encontrada.

Este capítulo tem como objetivo apresentar estratégias de controle para o Mancal Magnético de 6 polos baseado no sistema descrito no capítulo anterior. Com finalidade de comparar a geometria do Mancal Magnético de 6 polos com as geometrias de 8 e 4 polos existentes, a lei de controle escolhida é o controle ótimo baseado na teoria do Regulador Linear Quadrático (LQR), considerando dois tipos de esquemas: o centralizado e o descentralizado. Foram utilizadas nesse capítulo as referências [5, 62].

5.2 Realimentação de Estados

No controle em malha fechada, através da realimentação, os elementos sensores verificam o estado atual do sistema controlado e o comparam com um valor pré definido, gerando um sinal de erro que permitirá o ajuste do controlador para atender as características desejadas do sistema. Este resultado é obtido por meio da realocação dos polos. Ou seja, o controlador altera a localização dos polos e permite alcançar

o resultado pretendido.

De uma maneira geral, o controlador gera um sinal de controle $u(t)$ que aplicado ao sistema faz com que a saída $y(t)$ atinja o valor da referência $r(t)$. Para os Mancais Magnéticos, o objetivo do sistema é atingir o estado zero, para estabilizar o rotor no centro do sistema de coordenadas. Isto é, $y(t) = r(t) = 0$. A este problema é dado o nome de regulação ($r(t) = 0, t \geq 0$).

A representação do sistema em espaço de estados apresentada na seção anterior permite simplificar a análise e o controle de sistemas que possuem múltiplas entradas e múltiplas saídas (*Multiple-Input and Multiple-Output - MIMO*). Com isso é possível realizar a realimentação com as variáveis de estado, por meio do vetor \mathbf{x} , para que o sistema adquira o desempenho desejado. O diagrama é ilustrado na Figura 5.1.

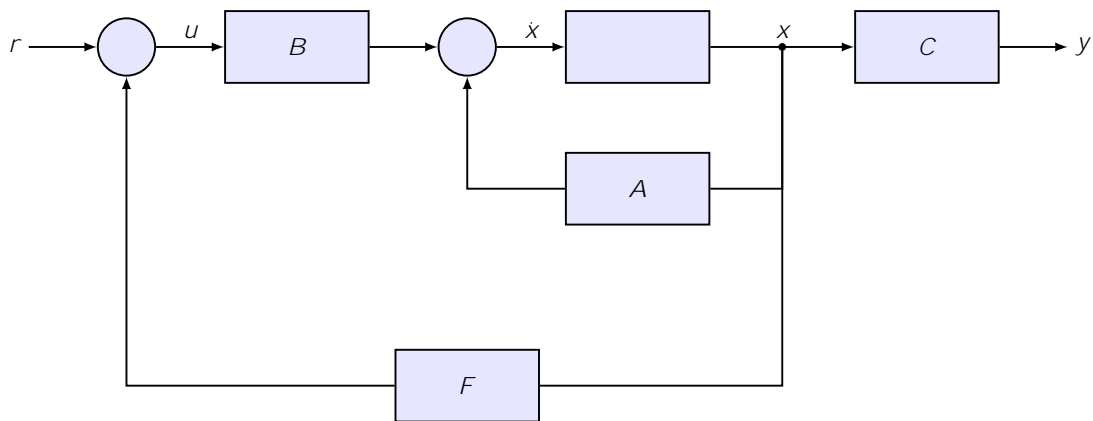


Figura 5.1: Sistema com realimentação de estados.

Como apresentado na Figura, temos:

$$\mathbf{u} = \mathbf{r} + \mathbf{F}\mathbf{x}. \quad (5.1)$$

De acordo com o que foi explicado,

$$\mathbf{r} = \mathbf{0}. \quad (5.2)$$

Desta forma, substituindo 5.2 em 5.1 temos:

$$\mathbf{u} = \mathbf{F}\mathbf{x}. \quad (5.3)$$

Sendo assim, a substituição da Equação 5.3 em 4.58, omitindo a variável de tempo, resulta em:

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B^d F\mathbf{x}. \quad (5.4)$$

Nesta expressão, as variáveis de estado são realimentadas através de um ganho representado pela matriz de realimentação F . A escolha adequada dos elementos de F leva à alteração dos polos da malha fechada, uma vez que o sistema seja controlável. Agora a matriz de estado passa a ser $A + B^d F$, que deve possuir os autovalores com parte real negativa para garantir a estabilidade.

5.3 Regulador Linear Quadrático

Controle ótimo trata da operação de sistemas dinâmicos através da minimização de determinados índices de custo e/ou desempenho. Em relação ao método de alocação de polos, o método de controle ótimo possui a vantagem de fornecer um modelo sistemático para cálculo da matriz de ganhos [62].

O índice a ser minimizado é descrito por uma função quadrática J , relacionando o consumo energético dos sinais de controle e o desempenho transitório do sistema. É desejado que o sinal de controle \mathbf{u} seja pequeno o suficiente para reduzir o gasto de energia, o desgaste dos atuadores e o problema de saturação e, ao mesmo tempo, consiga valores razoáveis para o tempo de convergência dos estados. Sabe-se haver um conflito entre estes fatos: diminuir o consumo de energia implica em um aumento do tempo de convergência, enquanto diminuir este tempo requer que as entradas de controle tenham valores altos.

Considere o índice de desempenho J na Equação 5.5:

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T(t)Q\mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t)R\mathbf{u}(t)) dt. \quad (5.5)$$

As matrizes de ponderação Q e R determinam a importância relativa do erro e o consumo de energia dos sinais de controle, respectivamente; onde Q é uma matriz

real simétrica semidefinida positiva, no mínimo, e R é uma matriz real simétrica definida positiva.

Para encontrar o vetor de controle ótimo \mathbf{u} é necessário que o sistema seja estabilizável e possua todos os estados completamente observáveis e disponíveis. No presente trabalho, esta condição é atendida, uma vez que o vetor de estados é formado pelas posições x e y do rotor, medidas nas cotas dos sensores, e suas respectivas derivadas \dot{x} e \dot{y} , que representam as velocidades. Os valores das posições são mensuráveis através dos sensores e as velocidades podem ser estimadas utilizando duas posições consecutivas.

Antes de minimizar o índice de desempenho J é necessário encontrar as matrizes de ponderação Q e R . A lei de Controle Ótimo é dada por:

$$\mathbf{u} = F \mathbf{x}, \quad (5.6)$$

e minimizará o índice J . A matriz F é dada por:

$$F = -R^{-1}B^T P, \quad (5.7)$$

onde P é a solução da equação de Riccati algébrica:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0. \quad (5.8)$$

O índice de desempenho ótimo de J é dado por:

$$J = \mathbf{x}_0^T P \mathbf{x}_0, \quad (5.9)$$

onde \mathbf{x}_0 representa o estado inicial.

Uma escolha possível para as matrizes Q e R é:

$$Q = I_n \quad \text{e} \quad R = I_m, \quad (5.10)$$

onde I_n é a matriz identidade de dimensão $n \times n$, m é o número de variáveis de controle e ϵ é um parâmetro real positivo.

Ao substituir 5.10 em 5.8, é possível encontrar a matriz P . Então, substituindo P em 5.7 e 5.9, temos como resultado a matriz F e o índice de desempenho J mínimo.

5.3.1 LQR centralizado (LQRc)

A técnica de controle LQR que acaba de ser detalhada é, algumas vezes, chamada de Regulador Linear Quadrático centralizado (LQRc). Neste caso, ao realizar a realimentação de estados, cada componente do vetor de controle \mathbf{u} depende de todas as variáveis de estado. Ou seja, a matriz F resultante não possui nenhum elemento nulo.

O vetor de estados, definido na equação 4.49, será, por conveniência, repetido na Equação 5.11. Como explicado anteriormente, este vetor é formado pelas posições x e y do rotor e suas respectivas velocidades, \dot{x} e \dot{y} , ambas medidas nas cotas do sensor.

$$\mathbf{x} = \begin{matrix} & & & & x_s \\ & & & & y_s \\ \rho_s(t) & = & & & \\ \dot{\rho}_s(t) & = & \dot{x}_s & & \\ & & & & \dot{y}_s \end{matrix} \quad (5.11)$$

O vetor de entrada \mathbf{u} é explicitado a seguir e é formado pelas correntes diferenciais, conforme apresentado na seção 4.5:

$$\mathbf{u} = \begin{matrix} i_x \\ i_y \end{matrix} \quad (5.12)$$

A lei de controle ótimo que minimiza o índice de desempenho é dada pela Equação 5.6, e considerando que o vetor de estado possui 4 variáveis e o vetor de entrada 2, a matriz de realimentação centralizada F_c é de dimensão 2×4 .

$$\mathbf{u} = F_c \mathbf{x} = \begin{matrix} & & & & & x_s \\ u_1 & = & f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} & y_s \\ u_2 & = & f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} & \dot{x}_s \\ & & & & & & \dot{y}_s \end{matrix} \quad (5.13)$$

Como explicado anteriormente, é de se esperar que a matriz F_c possua todos os elementos não nulos, caracterizando o que se chama de controle centralizado, que exige maior esforço computacional.

Utilizando o recurso computacional MATLAB, é possível encontrar a solução para a equação de Riccati facilmente através do comando $\text{care}(A,B,Q)$ ou então a própria solução F através do comando $\text{lqr}(A,B,Q,R)$. A partir disto, pode-se encontrar a matriz F_c que minimiza J .

Os passos do algoritmo LQRc são apresentados a seguir.

Algoritmo 1 Determinação da matriz de realimentação centralizada

- 1: Definir as matrizes do modelo em espaço de estados do sistema A e B
 - 2: Definir as matrizes de ponderação Q e R $Q \geq 0$ e $R > 0$
 - 3: A matriz P é determinada através da resolução da equação algébrica de Riccati (comando care ou lqr)
 - 4: A matriz de realimentação centralizada é dada por $F_c = -R^{-1}B^T P$
-

Os projetistas devem levar em consideração o desempenho e o custo do controlador no momento de escolha das matrizes de ponderação Q e R , pois elas medem, respectivamente, o desempenho transitório do sistema ($\mathbf{x}^T Q \mathbf{x}$) e o custo necessário ($\mathbf{u}^T R \mathbf{u}$).

5.3.2 LQR descentralizado (LQRd)

Conforme explicado anteriormente, a presença de elementos nulos na matriz de ganhos de realimentação diminui a carga computacional e conseqüentemente facilita a implementação do controle. Este efeito pode ser alcançado utilizando o Regulador Linear Quadrático descentralizado (LQRd).

A presença de elementos nulos na matriz de realimentação de estados evita interações entre diferentes estados na aplicação do controle. Consideremos a matriz de realimentação F do LQR descentralizado como F_d , por facilidade de notação. A matriz F_d é obtida anulando certos elementos de modo que o sistema tenha um comportamento desacoplado, ou seja, cada uma das duas variáveis de controle é independente da outra.

A partir da Equação 5.13, a variável de entrada u_1 é dada por:

$$u_1 = f_{11}x_s + f_{12}y_s + f_{13}\dot{x}_s + f_{14}\dot{y}_s. \quad (5.14)$$

Como u_1 representa a corrente responsável pela geração da força de relutância na direção horizontal x , a estrutura descentralizada da Equação 5.14 pode ser reescrita como:

$$u_1 = f_{11}x_s + f_{13}\dot{x}_s. \quad (5.15)$$

Analisando da mesma forma, podemos escrever a segunda entrada como:

$$u_2 = f_{21}x_s + f_{22}y_s + f_{23}\dot{x}_s + f_{24}\dot{y}_s. \quad (5.16)$$

Como u_2 representa a corrente responsável pela geração da força de relutância na direção vertical y , a estrutura descentralizada da Equação 5.16 pode ser reescrita como:

$$u_2 = f_{22}y_s + f_{24}\dot{y}_s. \quad (5.17)$$

Assim, considerando que o vetor de estado possui 4 variáveis e o vetor de entrada 2, temos a matriz de realimentação descentralizada F_d de dimensão 2×4 apresentada na Equação 5.18:

$$\begin{array}{rcccl} & & & & x_s \\ u_1 & = & f_{11} & 0 & f_{13} & 0 & y_s \\ u_2 & & 0 & f_{22} & 0 & f_{24} & \dot{x}_s \\ & & & & & & \dot{y}_s \end{array} \quad (5.18)$$

Pode-se notar que cada uma das variáveis do vetor de controle se relaciona apenas com uma saída e sua respectiva derivada. Sendo assim, esta lei de controle é considerada descentralizada e é equivalente a leis PDs (proporcional-derivativo) independentes [5]. Podemos utilizar essa notação para reescrever a matriz de realimentação F_d :

$$\mathbf{u} = F_d \mathbf{x} = \begin{array}{rcccl} & & & & x_s \\ u_1 & = & p_1 & 0 & d_1 & 0 & y_s \\ u_2 & & 0 & p_2 & 0 & d_2 & \dot{x}_s \\ & & & & & & \dot{y}_s \end{array} \quad (5.19)$$

Estabelecendo o vetor \mathbf{x}_1 como a posição no eixo x medida pelo sensor e sua derivada, a velocidade, e analogamente o vetor \mathbf{x}_2 , sendo a posição e a velocidade em no eixo y , temos:

$$\mathbf{x}_1 = \begin{matrix} x_s \\ \dot{x}_s \end{matrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{x}_2 = \begin{matrix} y_s \\ \dot{y}_s \end{matrix} \quad (5.20)$$

Os vetores x_1 e x_2 se relacionam com o vetor de estados \mathbf{x} através das matrizes C_1 e C_2 , que são matrizes de inserção para os subsistemas, conforme mostrado nas equações 5.21 e 5.22:

$$\mathbf{x}_1 = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{matrix} \mathbf{x} = C_1 \mathbf{x}, \quad (5.21)$$

$$\mathbf{x}_2 = \begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \mathbf{x} = C_2 \mathbf{x}. \quad (5.22)$$

Podemos reescrever a equação 4.58 considerando o controle descentralizado como:

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B^d \mathbf{u} = A\mathbf{x} + B_1^d u_1 + B_2^d u_2 = A\mathbf{x} + \sum_{i=1}^2 B_i^d u_i, \quad (5.23)$$

sendo B_1^d e B_2^d a primeira e a segunda coluna da matriz B^d , respectivamente, e u_1 e u_2 o primeiro e o segundo elemento do vetor de entrada \mathbf{u} .

Uma vez que a entrada de cada subsistema depende apenas dos estados a que estão relacionados, o vetor de entrada do sistema de controle é dado por:

$$\mathbf{u} = \begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix} = \begin{matrix} F_1 \mathbf{x}_1 \\ F_2 \mathbf{x}_2 \end{matrix} = \begin{matrix} F_1 C_1 \\ F_2 C_2 \end{matrix} \mathbf{x}, \quad (5.24)$$

onde F_1 e F_2 são definidos conforme 5.25 e 5.26:

$$F_1 = \begin{matrix} \rho_1 & d_1 \end{matrix} \quad (5.25)$$

$$F_2 = \begin{matrix} \rho_2 & d_2 \end{matrix} . \quad (5.26)$$

Realizando a multiplicação matricial $F_1 C_1$ e $F_2 C_2$, obtém-se:

$$F_1 C_1 = \begin{bmatrix} \rho_1 & d_1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & d_1 & 0 \\ & & & & & & & \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

$$F_2 C_2 = \begin{bmatrix} \rho_2 & d_2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \rho_2 & 0 & d_2 \\ & & & & & & & \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

Ao substituir as Equações 5.27 e 5.28, temos:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \mathbf{x}_1 \\ F_2 \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & d_1 & 0 \\ 0 & \rho_2 & 0 & d_2 \end{bmatrix} \mathbf{x} = F_d \mathbf{x}, \quad (5.29)$$

que é a estrutura descentralizada proposta.

A lei de controle descentralizado tem como objetivo minimizar o mesmo índice de desempenho do controle centralizado, dado em 5.5. O sistema dinâmico com a lei de controle descentralizado é obtido substituindo 5.24 em 5.23:

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + B_1^d F_1 C_1 \mathbf{x} + B_2^d F_2 C_2 \mathbf{x} = (A\mathbf{x} + B_1^d F_1 C_1 + B_2^d F_2 C_2)\mathbf{x} = A_0 \mathbf{x}, \quad (5.30)$$

em que A_0 é a matriz dinâmica de malha fechada, que deve ser estável. A matriz de transição de estados é dada por:

$$\Phi(t) = e^{A_0 t}. \quad (5.31)$$

Conforme já mencionado, a matriz de ponderação R é diagonal com elementos r_1 e r_2 . Portanto, o índice de desempenho J pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$J = \int_0^\infty (\mathbf{x}^T Q \mathbf{x} + \mathbf{u}_1^T r_1 u_1 + \mathbf{u}_2^T r_2 u_2) dt. \quad (5.32)$$

A Equação 5.33 mostra a relação da matriz de transição de estados com o vetor de estados e o vetor de estados iniciais:

$$\mathbf{x} = \Phi(t) \mathbf{x}_0. \quad (5.33)$$

Substituindo 5.24 e 5.33 na Equação 5.32, temos:

$$J = \int_0^\infty ((\mathbf{x}_0)^T Q (\mathbf{x}_0) + (F_1 C_1 \mathbf{x})^T r_1 F_1 C_1 \mathbf{x} + (F_2 C_2 \mathbf{x})^T r_2 F_2 C_2 \mathbf{x}) dt. \quad (5.34)$$

Substituindo novamente a variável \mathbf{x} na Equação 5.34 chegamos a:

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}_0^T Q \mathbf{x}_0 + (F_1 C_1 \mathbf{x}_0)^T r_1 F_1 C_1 \mathbf{x}_0 + (F_2 C_2 \mathbf{x}_0)^T r_2 F_2 C_2 \mathbf{x}_0) dt. \quad (5.35)$$

Realizando algebrismo matemático, chegamos ao índice de desempenho dependente das condições iniciais:

$$J = \mathbf{x}_0^T P_d \mathbf{x}_0, \quad (5.36)$$

em que P_d é definido por:

$$P_d = \int_0^{\infty} (Q + C_1^T F_1^T r_1 F_1 C_1 + C_2^T F_2^T r_2 F_2 C_2) dt. \quad (5.37)$$

As Equações 5.38 a 5.40 apresentam as condições necessárias para que F satisfaça 5.29 e minimize 5.32, onde $X_0 = \mathbf{x}_0 \mathbf{x}_0^T$ é a matriz associada às condições iniciais.

$$r_i F_i C_i X C_i^T + B_i^T P_d X C_i^T = 0 \quad i = 1, 2 \quad (5.38)$$

$$A_0 X + X A_0^T + X_0 = 0 \quad (5.39)$$

$$A_0^T P_d + P_d A_0 + Q + \sum_{i=0}^2 C_i^T F_i^T r_i F_i C_i = 0 \quad (5.40)$$

Em [54] foi mostrado que tais equações são necessárias para a solução do problema do controle descentralizado.

No controle centralizado, é fácil extrair a solução F_c a partir da equação de Riccati. No caso descentralizado isso não acontece, uma vez que as condições 5.38 a 5.40 são interdependentes. Então, para solucionar este problema e determinar a matriz de ganhos de realimentação descentralizada, F_d , é necessário a utilização de um algoritmo. Os passos deste algoritmo são descritos a seguir.

Para a implementação do algoritmo é necessário uma estabilizadora inicial. Uma solução viável é adotar a solução do controle centralizado para iniciar o algoritmo. Conforme as iterações do algoritmo procedem, uma estrutura descentralizada é imposta como solução do LQRd, através da solução da equação de Lyapunov em 5.39 e 5.40.

Se a estabilizadora inicial escolhida apresentar problemas, pode-se modificar a condição inicial \mathbf{x}_0 . Outra possibilidade é impor valores baixos nos elementos que deveriam ser nulos na estrutura da estabilizadora inicial descentralizada (F_c) [54].

Algoritmo 2 Determinação da matriz de realimentação descentralizada

- 1: Calcular A_0 inicial utilizando a solução centralizada (LQRc) $A_0 = A + BF$
 - 2: Obter a matriz X na equação 5.39, sabendo que $X_0 = \mathbf{x}_0\mathbf{x}_0^T$
 - 3: Substituir A_0 , Q , F_i , C_i e r_i na equação 5.40, obtendo P_d
 - 4: Determinar F_i na equação 5.38 para obter as matrizes que formarão F_d
 - 5: Comparar F_i do passo 4 com a estabilizadora inicial do passo 1
 - 6: Caso seja necessário, repetir o algoritmo considerando F_i do passo 4
-

Neste capítulo foi abordada a teoria de controle por realimentação de estados, necessária para estabilizar o sistema do MMA. Foram apresentados dois tipos de controladores ótimos, baseados na regulação quadrática: o centralizado (LQRc) e o descentralizado (LQRd). Mostrou-se que o caso descentralizado é mais simples de se implementar devido à quantidade de elementos nulos, porém, a caracterização da matriz de ganhos é mais trabalhosa. No próximo capítulo serão apresentadas simulações dos sistemas de controle para as três geometrias de MMA detalhadas neste trabalho, 8, 6, e 4 polos, com a finalidade de realizar uma comparação entre elas e será também implementado um sistema de controle para rejeição de distúrbios constantes.

Capítulo 6

Simulações e Resultados

6.1 Introdução

Este capítulo tem como objetivo simular e comparar os modelos dos Mancais Magnéticos de 8, 4 e 6 polos submetidos às técnicas de controle apresentadas no Capítulo 5: LQR centralizado e descentralizado. As simulações foram realizadas através do software Matlab e optou-se por adotar os parâmetros físicos do protótipo de Mancal Magnético existente no LASUP da COPPE/UFRJ para as 3 geometrias abordadas. As simulações consideraram o mancal posicionado na vertical e foram variadas a velocidade de rotação ω e a corrente de base i_0 para retratar diferentes cenários de operação.

Além desses aspectos, foram comparadas as velocidades de rotação nas simulações com o objetivo de definir faixas de baixa, média e alta rotação e também foi estudado o comportamento do sistema ao se aplicar leis de controle projetadas para uma determinada velocidade quando o sistema opera em velocidade diferente.

6.2 Parâmetros Geométricos

Para encontrar as matrizes do modelo dinâmico do sistema é necessário utilizar os parâmetros físicos do Mancal Magnético. Foram utilizados os parâmetros dos protótipos existentes no LASUP da COPPE/UFRJ, descritos em [56]. Estes protótipos

apresentam estatores de 8 e 4 polos, mas serão adotados para simular a configuração de 6 polos. A tabela 6.1 apresenta os parâmetros geométricos do Mancal Magnético, que podem ser observados na figura 4.5:

Tabela 6.1: Parâmetros geométricos do protótipo de Mancal Magnético

Parâmetros Geométricos dos Protótipos			
Variável	Descrição	Valor	Unidade
b	Cota do eixo até o mancal	0,137	m
d	Cota do eixo até os sensores	0,203	m
q	Cota do eixo até o disco superior	0,252	m
r	Raio do disco superior	0,060	m
m	Massa do rotor	2,5	kg
J_z	Momento de inércia em relação ao eixo Z	0,0017	kg · m ²
J	Momento de inércia em relação ao eixo x e y	0,0592	kg · m ²
C_a	Coefficiente de amortecimento	0,0303	m ² /s
h	Distância do entreferro	0,0005	m
A_r	Área do polo	0,0004	m ²
n	Número de espiras da bobina	300	n/polo

6.3 Simulações

Com o objetivo de gerar comparações e análises, alguns parâmetros serão variados nas simulações. São eles:

- ω : velocidade angular do rotor;
- i_0 : corrente de base para os Mancais Magnéticos.

Além disso, é necessário definir o deslocamento inicial do rotor:

- $x_s(0)$: deslocamento inicial em x : 0,0002 m;
- $y_s(0)$: deslocamento inicial em y : -0,0002 m.

As constantes magnéticas k_p , k_i e k_v dos Mancais Magnéticos de oito (equações 3.14), quatro (equações 3.48) e seis polos (equações 4.30) podem ser determinadas utilizando os parâmetros apresentados na tabela 6.1 e a corrente de base i_0 .

Os modelos dinâmicos dos Mancais Magnéticos de oito e quatro polos utilizados foram obtidos em [61]. O modelo dinâmico do Mancais magnético de seis polos foi desenvolvido na seção 4.4 do capítulo 4 e por fim apresentado em espaço de estados na seção 4.5 do capítulo 4.

As matrizes de ponderação Q e R foram definidas como matrizes identidades para as simulações:

$$Q = \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix} \quad R = \begin{matrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{matrix} \quad (6.1)$$

As geometrias de oito, quatro e seis polos dos Mancais Magnéticos, serão submetidas a diferentes velocidades de operação do rotor () e correntes de base (i_0) para as duas técnicas de controle apresentadas: LQR centralizado e descentralizado.

Serão executadas seis simulações. Em cada simulação haverá diferentes valores para a velocidade de operação para um valor fixo da corrente de base e uma estratégia de controle. Logo, teremos duas simulações para cada corrente de base definida: uma para a estratégia de controle LQR centralizado e uma para LQR descentralizado. Optou-se por variar a velocidade angular em 3 valores: 21 rad/s (aproximadamente 200 rpm), 356 rad/s (aproximadamente 3400 rpm) e 942 rad/s (aproximadamente 9000 rpm).

As matrizes de realimentação de cada geometria de Mancais Magnético serão apresentadas apenas nas duas primeiras simulações, com $i_0 = 0,5$ A, para cada estratégia de controle, considerando a velocidade de operação = 21 rad/s. Nas demais simulações esta informação será omitida, por conveniência.

As curvas apresentadas nos gráficos serão os deslocamentos do MM nos eixos x (x_s) e y (y_s), para ilustrar o retorno à origem do plano xy . Os resultados comparados

posteriormente serão apenas do posicionamento no eixo x , ou seja x_s .

Primeira simulação - LQRc - $i_0 = 0,5 \text{ A}$

A estratégia de controle adotada é o LQR centralizado (LQRc) e a corrente de base é $i_0 = 0,5 \text{ A}$. Como mencionado anteriormente, as velocidades de operação utilizadas são 21 rad/s (aproximadamente 200 rpm), 356 rad/s (aproximadamente 3400 rpm) e 942 rad/s (aproximadamente 9000 rpm).

O sistema em malha aberta apresenta autovalores com parte real positiva, sendo assim um sistema instável que necessita de um controlador para estabilizá-lo. As matrizes de realimentação centralizada para os Mancais Magnéticos de oito, quatro e seis polos, rodando a $\omega = 21 \text{ rad/s}$, são dadas, respectivamente, por 6.2, 6.3 e 6.4

$$F_c^8 = \begin{bmatrix} -1349,8 & -2,4 & -8 & 0 \\ 2,4 & -1349,8 & 0 & -8 \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

$$F_c^4 = \begin{bmatrix} -1349,8 & -1,7 & -5,7 & 0 \\ 1,7 & -1349,8 & 0 & -5,7 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

$$F_c^6 = \begin{bmatrix} -1168,9 & -2,1 & -8 & 0 \\ 2,4 & -1012,3 & 0 & -7 \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

Pode-se perceber uma estrutura comum, os blocos da direita são diagonais, sendo que para os casos de 8 e 4 polos os valores dos elementos são idênticos e no Mancais de 6 polos eles se aproximam. Tal fato sugere um certo desacoplamento entre as velocidades.

A figura 6.1 apresenta as curvas de resposta de x_s e de y_s versus t . Observa-se que o Mancais Magnético de 4 polos será o mais rápido a retornar ao equilíbrio, seguido pelo Mancais de 8 polos e, por último, o Mancais de 6 polos. As diferenças existentes são pequenas.

Na tabela 6.2 podem ser observados os autovalores em malha fechada das três geometrias submetidas à velocidade de operação $\omega = 356 \text{ rad/s}$ para a corrente de base i_0 igual a $0,5 \text{ A}$, à título de ilustração. A parte real dos autovalores em malha

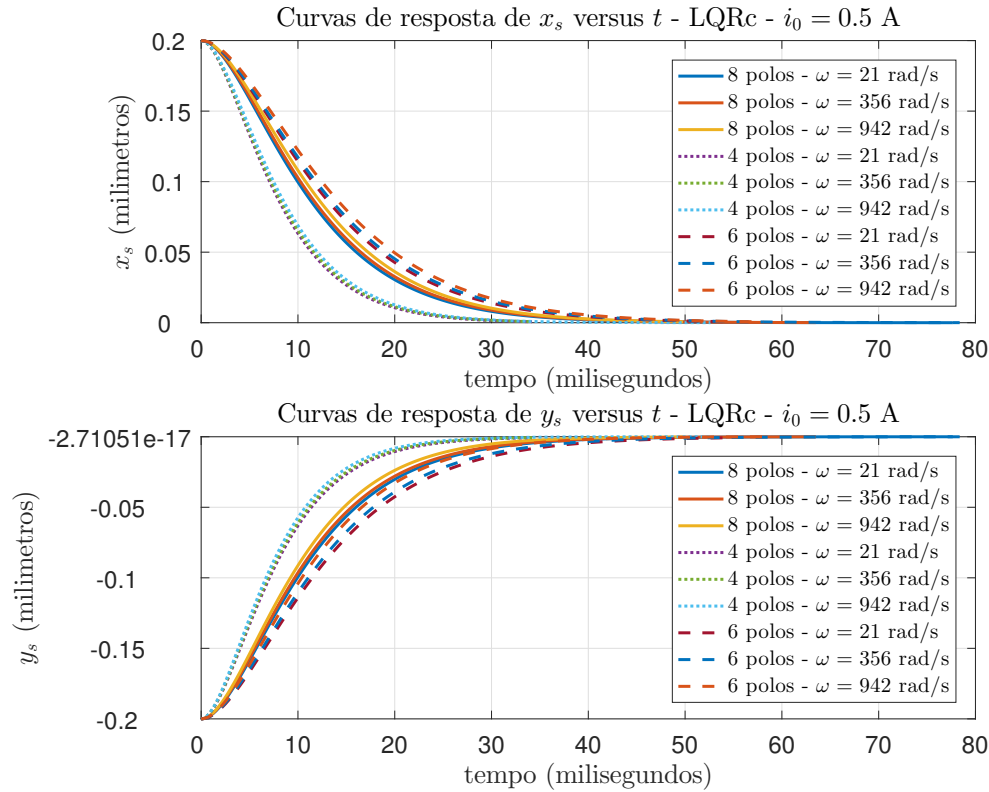


Figura 6.1: Resposta à condição inicial - primeira simulação - LQRc

fechada da geometria de quatro polos é maior (em módulo) que as demais, o que confirma o tempo menor de estabilização indicado no gráfico.

Tabela 6.2: Autovalores em malha fechada - LQRc - $\omega = 356$ rad/s - $i_0 = 0,5$ A

Autovalores em malha fechada		
8 polos	4 polos	6 polos
$-191,9 \pm 5,74i$	$-285,7 \pm 6i$	$-167,7 \pm 5,58i$
$-149,4 \pm 4,47i$	$-200,7 \pm 4,22i$	$-128,1 \pm 4,26i$

No entanto, ao fazer uma comparação entre os tempos de assentamento para as diferentes velocidade de operação consideradas, observa-se um aumento no tempo de acomodação do sistema à medida que a velocidade aumenta. Tal fato sugere que velocidades de operação mais baixas são melhores para estabilizar o sistema.

Também pode ser observado na figura 6.1 que a variação nos tempos de estabilização para a geometria de 4 polos é bem menor que as demais.

Segunda simulação - LQRd - $i_0 = 0,5 \text{ A}$

O mesmo cenário da primeira simulação é repetido, utilizando a estratégia de controle LQR descentralizado (LQRd): estabelece-se a corrente de base $i_0 = 0,5 \text{ A}$ e as velocidades de operação 21 rad/s, 356 rad/s, e 942rad/s. As matrizes de realimentação descentralizada, considerando $\omega = 21 \text{ rad/s}$ para o Mancal Magnético de oito, quatro e seis polos são dadas, respectivamente, por 6.5, 6.6 e 6.7.

$$F_d^8 = \begin{bmatrix} -1347,4 & 0 & -8 & 0 \\ 0 & -1352,1 & 0 & -8 \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

$$F_d^4 = \begin{bmatrix} -1348,1 & 0 & -5,7 & 0 \\ 0 & -1351,4 & 0 & -5,7 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

$$F_d^6 = \begin{bmatrix} -1166,8 & 0 & -8 & 0 \\ 0 & -1014,7 & 0 & -7 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

Pode-se observar que as matrizes de realimentação descentralizada apresentam a estrutura usual descrita anteriormente, contendo quatro elementos nulos.

As curvas de resposta de x_s e de y_s versus t são apresentadas na figura 6.2. Novamente, o Mancal Magnético de 4 polos será o mais rápido a retornar ao equilíbrio, seguido pelo Mancal de 8 polos e, por último, o Mancal de 6 polos.

Observando a tabela 6.3, que apresenta os autovalores para a velocidade de operação $\omega = 356 \text{ rad/s}$, percebe-se novamente que a parte real dos autovalores do Mancal Magnético de 4 polos é maior (em módulo) que as demais, sugerindo que essa geometria estabiliza mais rápido. Pode-se notar também que as três geometrias possuem dois autovalores com parte imaginária nula quando o LQR descentralizado é empregado.

Como observado na primeira simulação, novamente a parte real dos autovalores diminuiu quando a velocidade de operação do rotor aumentou.

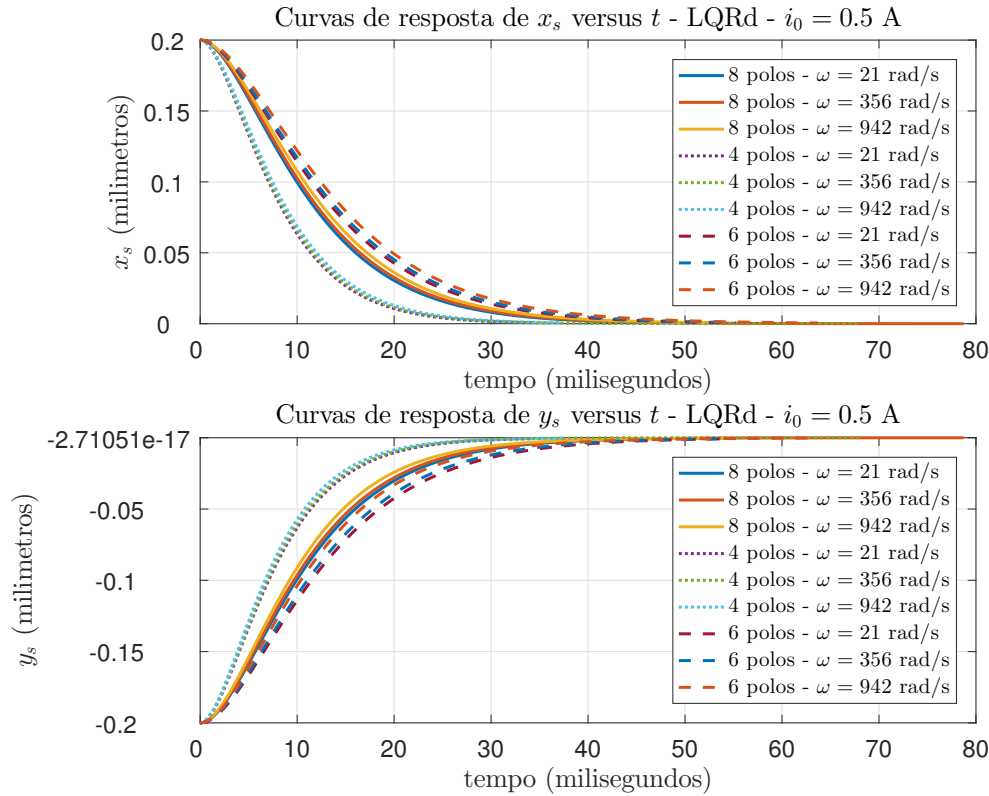


Figura 6.2: Resposta à condição inicial - segunda simulação - LQRd

Terceira simulação - LQRc - $i_0 = 1,5$ A

A terceira e a quarta simulações são realizadas com um aumento na corrente de base para $i_0 = 1,5$ A nas três geometrias estudadas. Os valores de velocidade de operação são os mesmos: 21 rad/s (200 rpm), 356 rad/s (3400 rpm) e 942 rad/s (9000 rpm). Nesta simulação a estratégia de controle adotada é o LQR centralizado (LQRc).

A figura 6.3 apresenta as curvas dos posicionamentos x_s e y_s das três geometrias versus o tempo t . Ao se comparar com a primeira simulação (figura 6.1), nota-se que o tempo de estabilização do sistema diminui consideravelmente com o aumento da corrente de base. Observa-se novamente que a geometria de quatro polos apresentou melhor desempenho comparada às demais.

Os autovalores em malha fechada, considerando esta terceira simulação para a velocidade = 356 rad/s, são dados na tabela 6.4.

Ao realizar a comparação entre os autovalores da primeira e terceira simulações,

Tabela 6.3: Autovalores em malha fechada - LQRd - $\omega = 356 \text{ rad/s}$ - $i_0 = 0,5\text{A}$

Autovalores em malha fechada		
8 polos	4 polos	6 polos
$-190,2 \pm 25,2i$	$-283,5 \pm 20,2i$	$-168 \pm 25,4i$
-133,9	-187,2	-115,1
-165	-216,4	-140

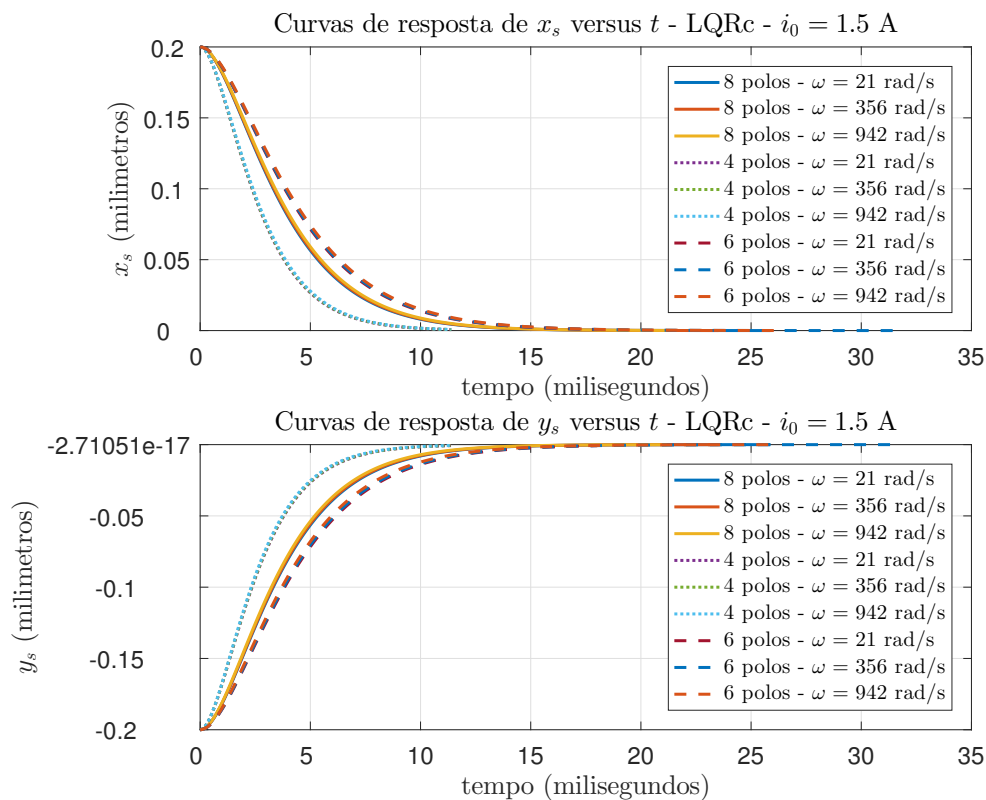


Figura 6.3: Resposta à condição inicial - terceira simulação - LQRc

observa-se um aumento considerável na parte real (em módulo) em todas as geometrias. Esta constatação reforça o que pode ser observado no gráfico da figura 6.3: o tempo de estabilização do sistema será bem menor com o aumento da corrente de base injetada. Pode-se dizer então que o aumento da corrente de base de 0,5 A para 1,5 A possui forte influência na redução do tempo que os mancais levam para retornar à origem do eixo.

Também é possível perceber que com o aumento da corrente de base as curvas de

Tabela 6.4: Autovalores em malha fechada - LQRc - $\omega = 356 \text{ rad/s}$ - $i_0 = 1,5 \text{ A}$

Autovalores em malha fechada		
8 polos	4 polos	6 polos
$-575,8 \pm 5,7i$	$-857,3 \pm 6,0i$	$-503,5 \pm 3,2i$
$-448,3 \pm 4,4i$	$-602,3 \pm 4,2i$	$-384,5 \pm 2,4i$

diferentes velocidades de operação para cada uma das geometrias de mancal ficam mais próximas umas das outras, já que a diferença no tempo de estabilização é menor, se comparada à primeira simulação com $0,5 \text{ A}$.

Quarta simulação - LQRd - $i_0 = 1,5 \text{ A}$

Assim como a terceira, a quarta simulação considera a corrente de base $i_0 = 1,5 \text{ A}$, porém, para o caso LQR descentralizado. As curvas de resposta de x_s e y_s versus t são apresentadas na figura 6.4.

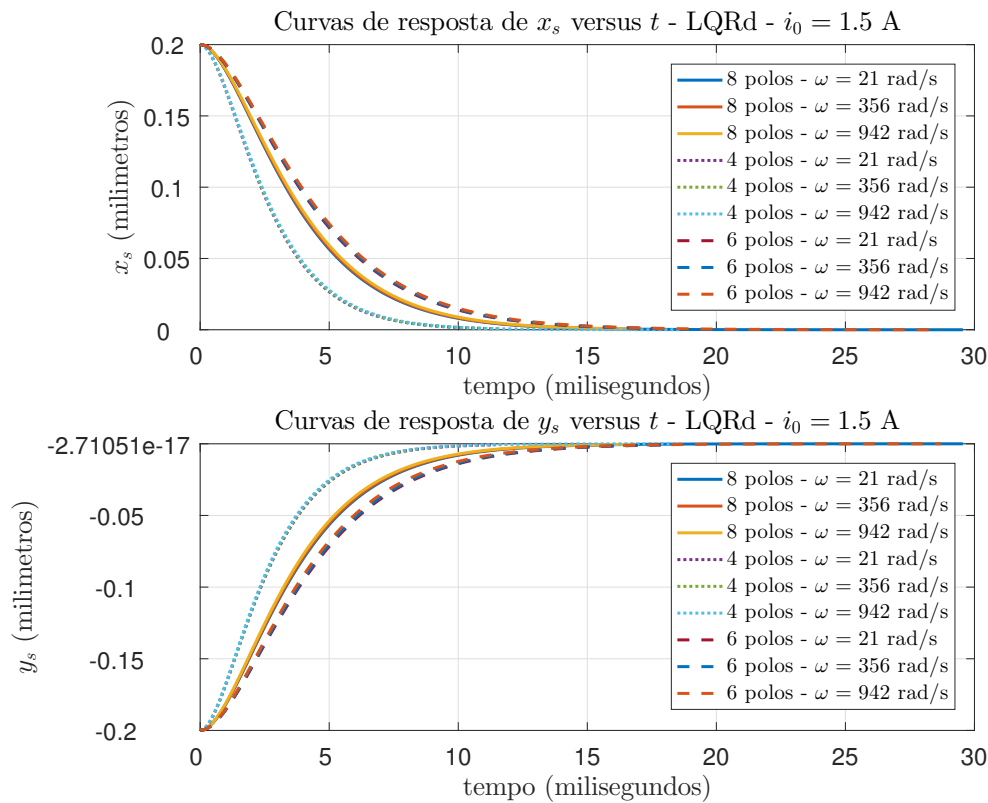


Figura 6.4: Resposta à condição inicial - quarta simulação - LQRd

Os autovalores de $(A + BF_d)$ considerando a velocidade de operação $\omega = 356$ rad/s são dados na tabela 6.5. Pode-se concluir que o aumento da corrente de base possui forte influência na alocação dos polos, cuja parte real é significativamente maior (em módulo) que os valores apresentados na simulação LQRd para $i_0 = 0,5$ A em todas as geometrias. Este fato sugere um decaimento no tempo de estabilização, que pode ser observado no gráfico da figura 6.4.

Tabela 6.5: Autovalores em malha fechada - LQRd - $\omega = 356$ rad/s - $i_0 = 1,5$ A

Autovalores em malha fechada		
8 polos	4 polos	6 polos
$-574,4 \pm 22,8j$	$-856,5 \pm 19,5j$	$-505,4 \pm 28,1j$
-430,9	-587,8	-376,1
-467,5	-617,5	-391,1

Ao comparar a estratégia centralizada e a descentralizada para a corrente de base $i_0 = 0,5$ A pode-se constatar as mesmas características: tempo de estabilização ligeiramente maior com o aumento da velocidade de operação e menor com o aumento da corrente de base.

Quinta simulação - LQRc - $i_0 = 3$ A

Na quinta e sexta simulações, a corrente de base será aumentada para $i_0 = 3$ A, e novamente as velocidades de operação consideradas serão 21 rad/s, 356 rad/s e 942 rad/s. A primeira estratégia a ser analisada é o LQR centralizado.

As curvas de resposta de x_s e y_s versus t são apresentadas na figura 6.5.

Como era esperado, as curvas que representam a velocidade de operação $\omega = 21$ rad/s possuem menor tempo de estabilização, pois como foi observado nas simulações anteriores, quanto menor a velocidade de operação, menor o tempo de estabilização do sistema. Além disso, ao aumentar a corrente de base para $i_0 = 3$ A, o tempo de estabilização também reduz consideravelmente, como concluído anteriormente.

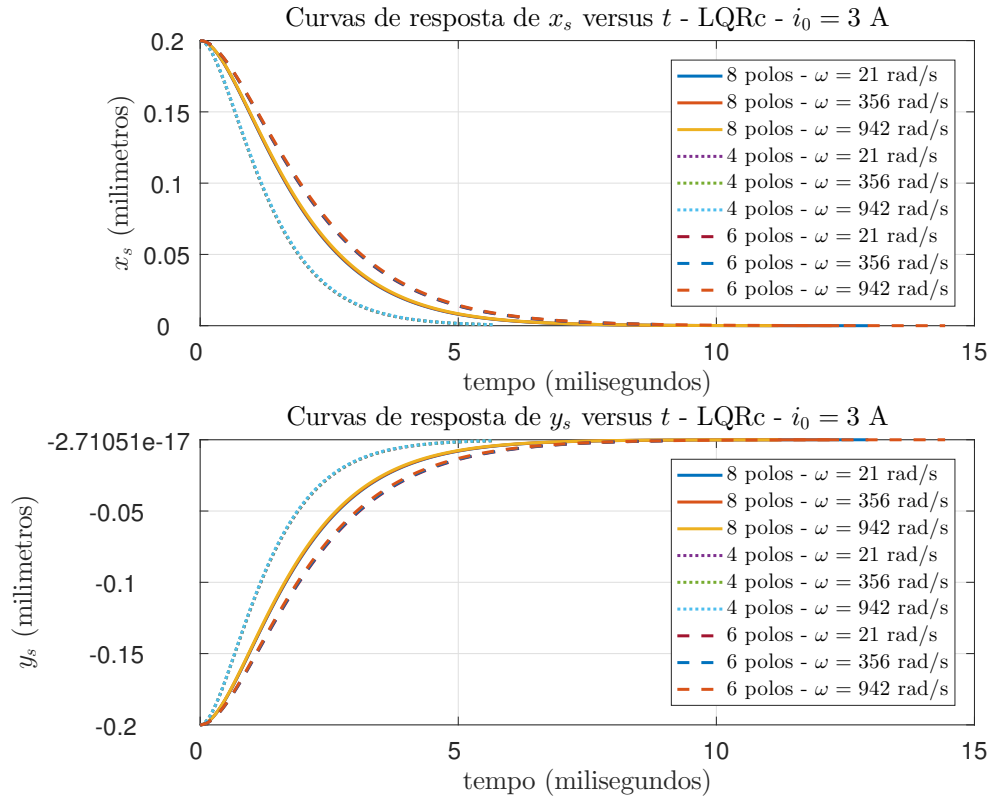


Figura 6.5: Resposta à condição inicial - quinta simulação - LQRc

A geometria de 4 polos continua apresentando melhor resultado se comparada à de 8 e 6 polos, independente da estratégia de controle e valor de corrente de base.

Os autovalores considerando esta quinta simulação para a velocidade de operação = 356 rad/s são apresentados na tabela 6.6.

Tabela 6.6: Autovalores em malha fechada - LQRc - = 356 rad/s - $i_0 = 3$ A

Autovalores em malha fechada		
8 polos	4 polos	6 polos
$-1151,7 \pm 5,7i$	$-1714,6 \pm 6,0i$	$-999,3$
$-896,6 \pm 4,5i$	$-1204,5 \pm 4,2i$	$-1014,8$
		$-775,0$
		$-763,2$

Ao comparar os autovalores com as simulações anteriores, percebe-se um expressivo aumento da parte real (em módulo) com o aumento da corrente de base,

ratificando que quanto maior é a corrente de base aplicada, menor é o tempo de estabilização do sistema. Percebe-se também que no caso de 6 polos, os polos são reais, o que significa uma curva superamortecida.

Da mesma forma, com o aumento da velocidade de operação, o tempo de assentamento decresce.

Sexta simulação - LQRd - $i_0 = 3 \text{ A}$

A última simulação realizada considera a corrente de base $i_0 = 3 \text{ A}$ para a estratégia descentralizada. As curvas de resposta de x_s e y_s versus t são apresentadas na figura 6.6.

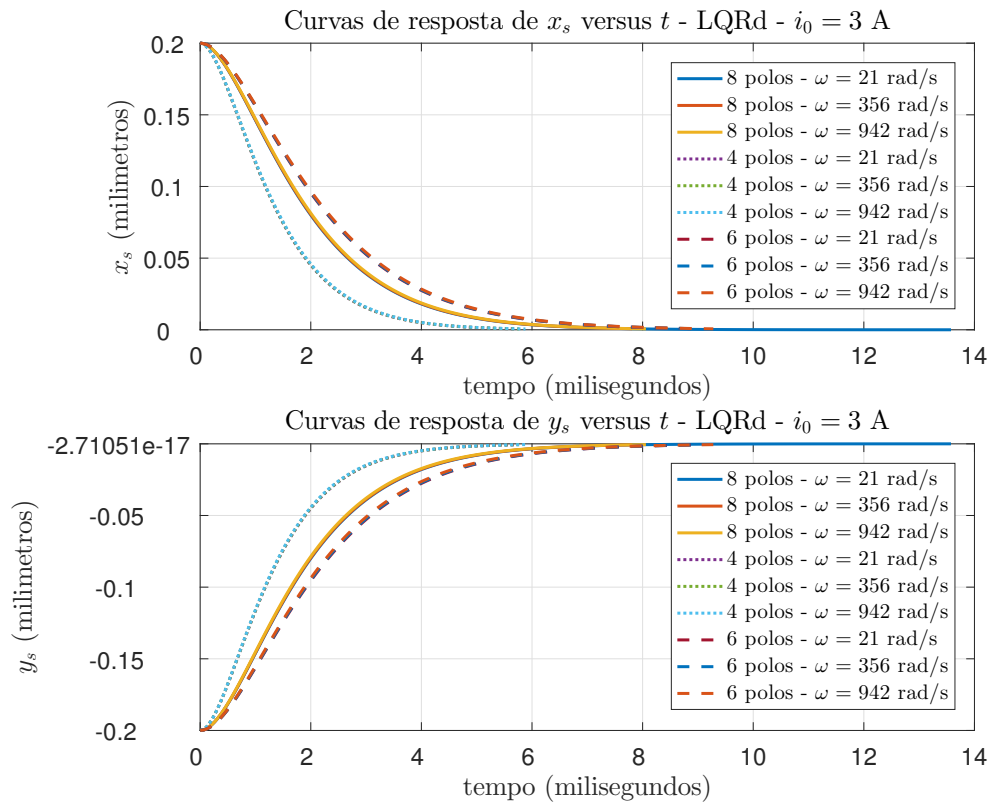


Figura 6.6: Resposta à condição inicial - sexta simulação - LQRd

A tabela 6.7 apresenta os autovalores de $(A + BF_d)$ considerando esta sexta simulação para a velocidade de operação $\omega = 356 \text{ rad/s}$.

Assim como foi analisado na estratégia centralizada, o aumento da velocidade de rotação na estratégia descentralizada faz com que o tempo de estabilização sofra

Tabela 6.7: Autovalores em malha fechada - LQRd - $\omega = 356 \text{ rad/s}$ - $i_0 = 3\text{A}$

Autovalores em malha fechada		
8 polos	4 polos	6 polos
$-1150,9 \pm 22,4i$	$-1714,2 \pm 19,4i$	$-1009,8 \pm 32,8i$
$-878,7$	$-1189,9$	$-767,6 \pm 13,0i$
$-915,6$	$-1219,6$	

um pequeno aumento.

Desta forma, é possível concluir que entre as 3 geometrias comparadas a de 4 polos apresenta melhor desempenho para todas as correntes e velocidades de operação aplicadas, seguida da geometria de 8 polos e, por fim, a geometria de 6 polos, apresentando o pior desempenho, mas ainda assim bastante similar às demais geometrias.

Estas comparações serão realmente completas quando os dados do caso de 3 polos forem considerados.

6.4 Comparação entre as velocidades de rotação

Os valores utilizados para a velocidade angular nas comparações da seção 6.3 foram determinados baseados em simulações de trabalhos anteriores. Não há um critério que defina a velocidade de rotação como baixa, média ou alta. Com o objetivo de estabelecer tais faixas de velocidade de operação do rotor, nesta seção será realizada a comparação dos autovalores e das matrizes de realimentação do MM de seis polos para as três velocidades angulares utilizadas nas simulações anteriores.

Serão realizadas três comparações, considerando os seguintes valores para a corrente de base i_0 : 0,5 A, 1,5 A e 3,0 A. Para cada valor de corrente, serão comparados os autovalores e as matrizes de realimentação para três velocidades de rotação ω : 21 rad/s (200 rpm), 356 rad/s (3400 rpm) e 942 rad/s (9000 rpm).

Primeira comparação - $i_0 = 0,5 \text{ A}$

As matrizes de realimentação centralizadas para o Mancal Magnético de seis polos e velocidades de operação $\omega = 21 \text{ rad/s}$, 356 rad/s e 942 rad/s são dadas, respectivamente, por 6.8, 6.9 e 6.10.

$$F_c^6 (21 \text{ rad/s}) = \begin{bmatrix} -1168,9 & -2,1 & -8 & 0 \\ 2,4 & -1012,3 & 0 & -7 \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

$$F_c^6 (356 \text{ rad/s}) = \begin{bmatrix} -1167,5 & -35,3 & -8 & 0 \\ 40,8 & -1011,1 & 0 & -7 \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

$$F_c^6 (942 \text{ rad/s}) = \begin{bmatrix} -1159 & -93 & -8 & 0,1 \\ 107,4 & -1003,7 & 0,1 & -6,9 \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

As matrizes de realimentação possuem uma estrutura comum, apresentando simetria de valores aproximados e dois elementos praticamente nulos. No entanto, o segundo elemento da primeira linha e o primeiro elemento da segunda linha apresentam uma diferença considerável, o que sugere um impacto promovido pela mudança nos valores da velocidade de operação.

Na tabela 6.8 podem ser observados os autovalores em malha fechada do MM de seis polos submetido às três velocidades de operação para a corrente de base i_0 igual a $0,5 \text{ A}$. Tem-se que os autovalores apresentam parte real com valores muito similares, porém, à medida que a velocidade de operação aumenta, a parte imaginária dos autovalores também aumenta (em módulo), visto que a matriz de dinâmica A depende de ω . Esse aumento gera um impacto considerável na frequência de oscilação da resposta do sistema.

Segunda comparação - $i_0 = 1,5 \text{ A}$

Para a segunda comparação a corrente de base utilizada será $i_0 = 1,5 \text{ A}$. As matrizes de realimentação centralizadas para as velocidades de operação $\omega = 21 \text{ rad/s}$, 356 rad/s e 942 rad/s são dadas, respectivamente, por 6.11, 6.12 e 6.13.

Tabela 6.8: Autovalores em malha fechada - LQRc - MM de 6 polos - $i_0 = 0,5$ A

Autovalores em malha fechada		
21 rad/s	356 rad/s	942 rad/s
-166,27	$-167,76 \pm 5,58i$	$-167,26 \pm 15,29i$
-169,42	$-128,10 \pm 4,26i$	$-127,56 \pm 11,66i$
-129,39		
-126,98		

$$F_c^6(21 \text{ rad/s}) = \begin{matrix} -3506,8 & -2,1 & -8 & 0 \\ & 2,4 & -3036,9 & 0 & -7 \end{matrix} \quad (6.11)$$

$$F_c^6(356 \text{ rad/s}) = \begin{matrix} -3506,3 & -36,2 & -8 & 0 \\ & 41,8 & -3036,5 & 0 & -7 \end{matrix} \quad (6.12)$$

$$F_c^6(942 \text{ rad/s}) = \begin{matrix} -3503,4 & -93,4 & -8 & 0,1 \\ & 107,9 & -3034,1 & 0 & -7 \end{matrix} \quad (6.13)$$

Novamente, podemos observar um aumento no segundo elemento da primeira linha e o primeiro elemento da segunda linha, conforme a velocidade de operação aumenta.

Na tabela 6.9 também podemos observar valores aproximadamente iguais na parte real e alteração na parte imaginária dos autovalores conforme o aumento da velocidade de rotação.

Terceira comparação - $i_0 = 3,0$ A

Para a terceira e última comparação, será adotada a corrente de base como $i_0 = 3,0$ A. As matrizes de realimentação centralizadas para o Mancal Magnético de seis polos e velocidades de operação = 21 rad/s, 356 rad/s e 942 rad/s são dadas, respectivamente, por 6.14, 6.15 e 6.16.

Tabela 6.9: Autovalores em malha fechada - LQRc - MM de 6 polos - $i_0 = 1,5$ A

Autovalores em malha fechada		
21 rad/s	356 rad/s	942 rad/s
-498,71	$-503,51 \pm 34,7i$	$-503,35 \pm 14,59i$
-508,37	$-384,54 \pm 26,5i$	$-384,36 \pm 11,14i$
-388,26		
-380,88		

$$F_c^6(21 \text{ rad/s}) = \begin{matrix} -7013,5 & -2,1 & -8 & 0 \\ & 2,4 & -6073,9 & 0 & -7 \end{matrix} \quad (6.14)$$

$$F_c^6(356 \text{ rad/s}) = \begin{matrix} -7013,3 & -35,3 & -8 & 0 \\ & 40,8 & -6073,7 & 0 & -7 \end{matrix} \quad (6.15)$$

$$F_c^6(942 \text{ rad/s}) = \begin{matrix} -7011,9 & -93,4 & -8 & 0 \\ & 107,9 & -6072,5 & 0 & -7 \end{matrix} \quad (6.16)$$

Conforme ocorrido nas duas primeiras comparações, os mesmos elementos sofreram aumento considerável à medida que a velocidade de operação aumentou.

Na tabela 6.10 podemos observar novamente que os autovalores em malha fechada apresentam valores aproximadamente iguais na parte real e alteração na parte imaginária conforme o aumento da velocidade de rotação.

Tabela 6.10: Autovalores em malha fechada - LQRc - MM de 6 polos - $i_0 = 3$ A

Autovalores em malha fechada		
21 rad/s	356 rad/s	942 rad/s
-997,4	-999,3	$-1007 \pm 11,9i$
-1016,8	-1014,8	$-769 \pm 9,1i$
-776,5	-775	
-761,7	-763,2	

Sendo assim, com as significantes mudanças observadas em alguns elementos - o (1,2) e o (2,1) - das matrizes de realimentação e nos autovalores em malha fechada do sistema com o aumento da velocidade de operação, podemos concluir que os valores de ω utilizados neste trabalho - 21 rad/s (200 rpm), 356 rad/s (3400 rpm) e 942 rad/s (9000 rpm) - podem ser considerados velocidades de baixa, média e alta rotação, respectivamente. As velocidades usadas nesta seção se aplicam a uma classe de dispositivos que se pode chamar de "moderadamente velozes". Sabe-se que há, na prática, dispositivos girando bem mais rapidamente que 9000 rpm e assim, em futuros trabalhos estas análises devem ser refeitas para outras velocidades como por exemplo 300 rpm, 3000 rpm e 30000 rpm. Dispositivos ainda mais rápidos podem ser encontrados em aplicações muito específicas.

É também válido destacar que o aumento da corrente de base ocasionou aumento nos elementos das matrizes de realimentação, aumento na parte real dos autovalores em malha fechada e diminuição da parte imaginária, o que acarreta em um menor tempo de estabilização e menor oscilação na resposta do sistema, como comprovado na seção 6.3.

Uma outra possibilidade de classificar as velocidades seria analisando as matrizes de transferência em malha aberta e fechada. Para as mais baixas velocidades, os elementos fora da diagonal principal devem ser praticamente nulos.

6.5 Comparação entre as leis de controle

Um estudo interessante a ser realizado é entender como uma lei ótima de controle projetada pra um Mancal Magnético operando em uma determinada faixa de velocidade angular ω se comporta ao ser aplicada para outros valores de velocidade de rotação.

Nesta seção, serão realizadas três comparações entre as leis de controle para o MM de 6 polos: a lei ótima de controle projetada para baixa velocidade de rotação ($\omega = 21$ rad/s) será aplicada nos modelos matemáticos de média ($\omega = 356$ rad/s) e alta ($\omega = 942$ rad/s) velocidades de rotação; o mesmo será feito aplicando a lei de

controle projetada para média rotação nos modelos de baixa e alta rotação e, por fim, aplicando a lei ótima para alta rotação nos modelos de baixa e média rotação.

As comparações serão feitas considerando uma corrente de base média $i_0 = 1,5$ A e a estratégia de controle LQR centralizado.

Primeira comparação - Lei de controle para baixa velocidade $\omega = 21$ rad/s

Para a primeira comparação será adotada a lei ótima de controle projetada para o modelo de MM operando em baixa rotação, $\omega = 21$ rad/s. Esta lei será aplicada nos modelos matemáticos de baixa, média ($\omega = 356$ rad/s) e alta ($\omega = 942$ rad/s) rotação. A figura 6.7 apresenta as curvas de resposta de x_s e y_s versus t para os três modelos matemáticos. Conforme pode ser observado, os três modelos se comportam bem quando submetidos à uma lei de controle para baixa rotação, não havendo grande discrepância entre as curvas de resposta.

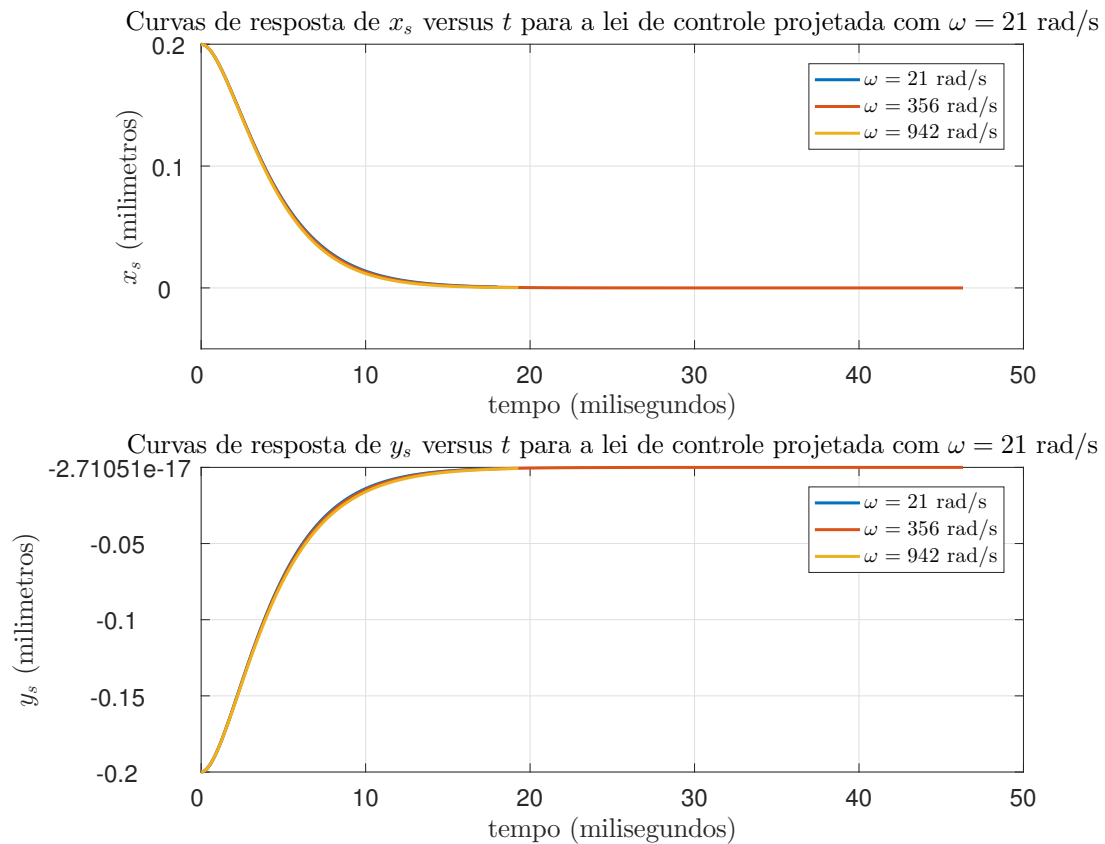


Figura 6.7: Comparação da lei de controle para baixa velocidade $\omega = 21$ rad/s

Segunda comparação - Lei de controle para média velocidade $\omega = 356$ rad/s

Para a segunda comparação, a lei ótima de controle projetada para o modelo de MM operando em média rotação, $\omega = 356$ rad/s, será aplicada nos modelos matemáticos de baixa ($\omega = 21$ rad/s), média e alta ($\omega = 942$ rad/s) rotação. Na figura 6.8 podemos observar as curvas de resposta de x_s e y_s versus t para os três modelos matemáticos e, novamente, os três modelos apresentam curvas muito similares, respondendo bem à lei de controle utilizada.

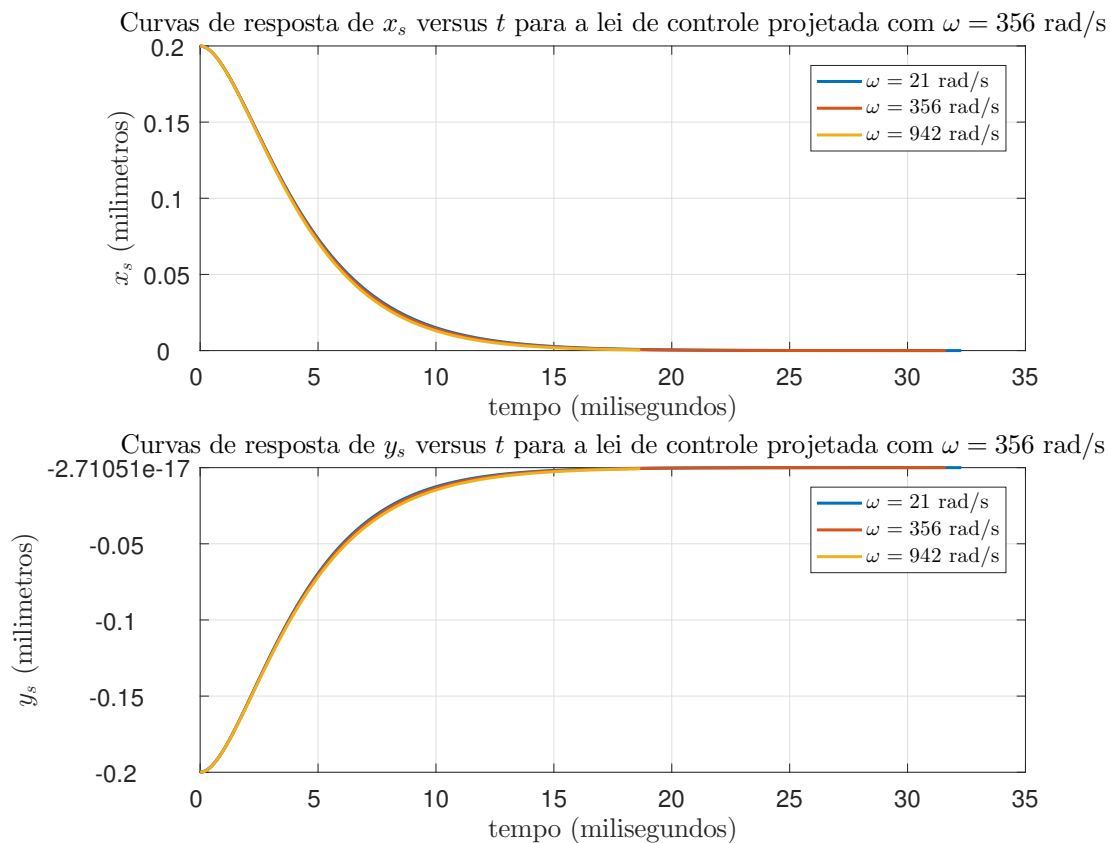


Figura 6.8: Comparação da lei de controle para media velocidade $\omega = 356$ rad/s

Terceira comparação - Lei de controle para alta velocidade $\omega = 942$ rad/s

Por fim, na terceira comparação, a lei ótima de controle projetada para o modelo de MM operando em alta rotação, $\omega = 942$ rad/s, será aplicada nos modelos matemáticos de baixa ($\omega = 21$ rad/s), média ($\omega = 356$ rad/s) e alta rotação. A figura

6.9 apresenta as curvas de resposta de x_s e y_s versus t para os três modelos matemáticos e os três modelos também apresentam curvas muito similares, conforme as comparações anteriores.

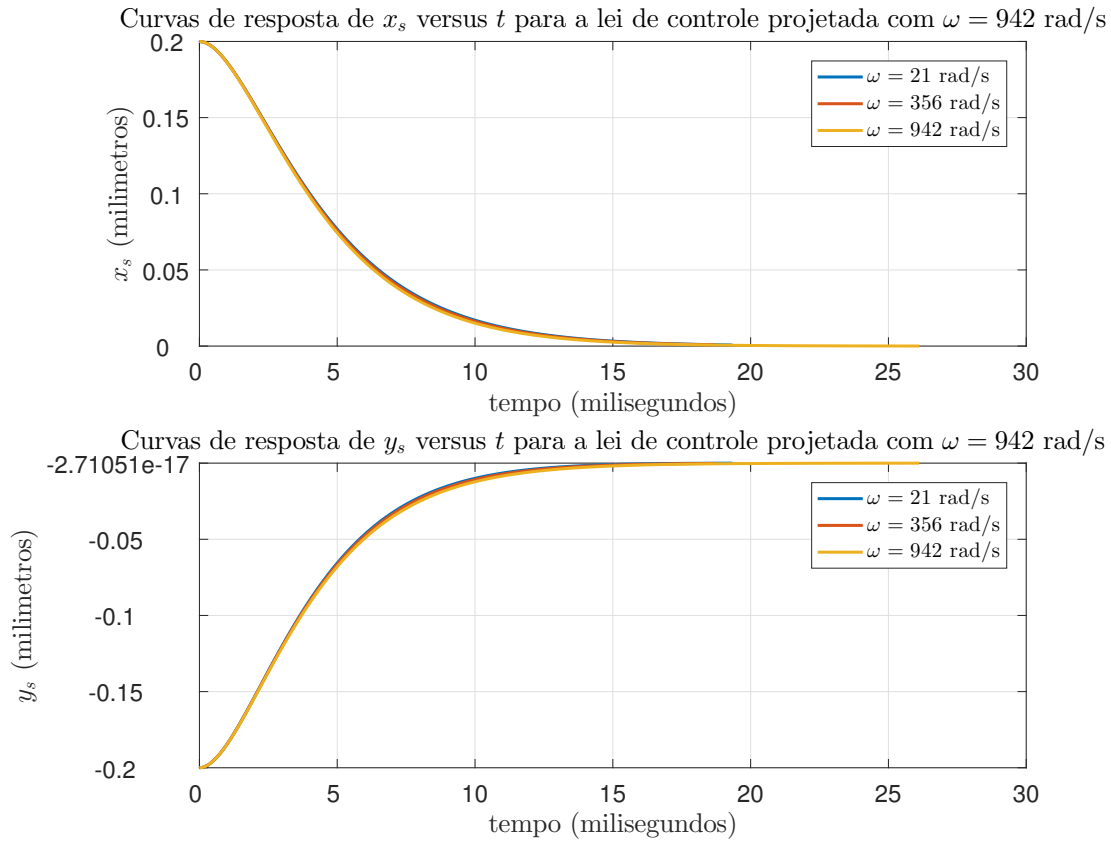


Figura 6.9: Comparação da lei de controle para alta velocidade $\omega = 942$ rad/s

Sendo assim, é possível concluir a partir da análise dos gráficos e autovalores que o sistema responde de maneira satisfatória e muito similar quando opera a uma velocidade de rotação diferente da velocidade para a qual a lei de controle foi projetada.

Capítulo 7

Conclusões e Trabalhos Futuros

7.1 Conclusões

Esta dissertação apresenta como principal contribuição o desenvolvimento de um modelo matemático para um Mancal Magnético com geometria de seis polos e aplicação de estratégias de controle ótimo (LQR centralizado e descentralizado), realizando a comparação com as geometrias de oito e quatro polos, que já vem sendo estudadas nos últimos anos.

O modelo dinâmico linear do MM de seis polos foi desenvolvido e apresentado em espaço de estados, apresentando a característica de desacoplamento entre as variáveis de controle.

As simulações baseadas nos dados dos protótipos de MMs para as três geometrias e seus respectivos resultados foram apresentados, para as duas estratégias de controle (LQR centralizado e LQR descentralizado). As simulações foram realizadas variando os valores de corrente de base I_0 e velocidade de rotação ω . Conclui-se que o aumento da velocidade de rotação implica em um pequeno aumento do tempo de estabilização necessário para que o Mancal volte à posição central. Ainda foi possível concluir que com o aumento da corrente de base injetada, menor é o tempo de estabilização do sistema, com a ressalva de que existe um limite do quanto a corrente pode ser aumentada, para que não haja saturação magnética, conforme explicado em [4].

Quanto aos resultados da geometria de seis polos apresentada, verificou-se que ele apresentou tempo de resposta pouco mais lento que os mancais de oito e quatro polos.

Além da comparação entre as diferentes geometrias dos Mancais Magnéticos, foram realizados mais dois estudos. Foi feita uma comparação entre as velocidades de rotação utilizadas neste trabalho onde, a partir da análise da matriz de realimentação e dos autovalores do sistema em malha fechada, foi possível definir três faixas de velocidade de operação: baixa, média e alta. Foi também estudado o comportamento do sistema ao aplicar leis de controle projetadas para uma determinada velocidade de rotação no sistema operando em velocidade diferente, de onde se concluiu que o sistema responde de maneira satisfatória, independente da velocidade de rotação.

7.2 Trabalhos Futuros

Alguns tópicos de seguimento desta linha de pesquisa podem ser explorados em trabalhos futuros como, por exemplo:

- Verificar a existência de Γ s, como apresentado na seção 4.5, para o modelo do Mancal de 6 polos capazes de, por exemplo:
 - diagonalizar a matriz de transferência G para um dado $\omega = 0$;
 - evitar possíveis valores altos em v_k ;
 - minimizar algo;
 - alcançar alguma outra característica;
- Construção do protótipo do Mancal Magnético de seis polos, com o objetivo de realizar simulações experimentais do sistema;
- Aplicação de estratégias de controle LQR de horizonte finito, para fins de comparação com este trabalho;

- Refazer a seção 6.4 para 300 rpm, 3000 rpm e 30000 rpm, ou até mesmo velocidades ainda maiores. Os acoplamentos devidos a efeitos giroscópicos devem ser bem pronunciados nestes casos;
- Aplicação de estratégias de controle não-lineares;
- Estudo das matrizes de ponderação Q e R no impacto das respostas do sistema;
- Estudar o caso de 6 polos com o rotor posicionado na horizontal;
- Estudar o caso de 3 polos e comparar com este de 6, assim como os de 4 e 8 foram comparados.

Referências Bibliográficas

- [1] CARVALHO, R. *Análise Dinâmica de Rolamento de Esferas*. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, 2010.
- [2] MELCONIAN, S. *Elementos de Máquinas*. Editora Érica, 2000.
- [3] BUDYNAS, R. G., NISBETT, J. K. *Elementos de Máquinas de Shigley*. Editora Afiliada, 2011.
- [4] VASCO, V. R. *Modelagem e controle ótimo de um mancal magnético de três polos*. Dissertação de Mestrado, UFRJ, 2019.
- [5] STEPHAN, R. M., PINTO, F. C., GOMES, A. C. D., et al. *Mancais Magnéticos - Mecatrônica sem atrito*. Editora Ciência Moderna Ltda., 2013. ISBN: 978-85-399-0479-2.
- [6] DE SOUZA FERREIRA, J. M., DE CASTRO, F. E. F., SALAZAR, A. O. “Proposta de Máquina de Indução Trifásica sem Mancal com Bobinado Dividido”, 2002.
- [7] JUNIOR, R. N. *Controle por tensão de velocidade em mancais motores magnéticos*. Dissertação de Mestrado, UFRJ, 2005.
- [8] BLEULER, H. *Decentralized control of magnetic rotor bearing systems*. Tese de Doutorado, Swiss Federal Institute of Technology, 1984.
- [9] FRANCO, A. R. *Posicionamento de eixo com motor mancal magnético utilizando controle H infinito*. Dissertação de Mestrado, UFRJ, 2013.
- [10] KAUSS, W. L. *Motor mancal magnético com controle ótimo implementado em um DSP*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2008.
- [11] SCHWEITZER, G., BLEULER, H., TRAXLER, A., E. *Magnetic Bearings*. vdf Hochschulverlag, 1994.

- [12] SCHWEITZER, G. “Active magnetic bearings - chances and limitations”, *6th International Conference on Rotor Dynamics*, 2002.
- [13] CHIBA, A., FUKAO, T., ICHIKAWA, O., E. *Magnetic Bearings and Bearingless Drives*. Newnes-Elsevier, 2005.
- [14] STEPHAN, R. M., PINTO, F. C., GOMES, A. C. D. N., E. A. *Mancais Magnéticos - Mecatrônica sem Atrito*. Ciência Moderna, 2013.
- [15] RUNDELL, A., DRAKUNOV, S., DECARLO, R. “A sliding mode observer and controller for stabilization of rotational motion of a vertical shaft magnetic bearing”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 4, n. 5, pp. 598–608, 1996.
- [16] LUM, K., COPPOLA, V., BERNSTEIN, D. “Adaptive autocentering control for an active magnetic bearing supporting a rotor with unknown mass imbalance”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 4, n. 5, pp. 587–597, 1996.
- [17] HERZOG, R., BUHLER, P., GAHLER, C., et al. “Unbalance compensation using generalized notch filters in the multivariable feedback of magnetic bearings”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 4, n. 5, pp. 580 – 586, 1996.
- [18] CHARARA, A., DE MIRAS, J., CARON, B. “Nonlinear control of a magnetic levitation system without premagnetization”, *IEEE Transactions on Control Systems Technolog*, v. 4, n. 5, pp. 513 – 523, 1996.
- [19] LEVINE, J., LOTTIN, J., C., P. J. “On the determination of the optimal constant output feedback gains for linear multivariable systems”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 4, n. 5, pp. 524 –544, 1996.
- [20] KNOSPE, C. R., FEDIGAN, S. J., HOPE, R. W., et al. “A multitasking dsp implementation of adaptive magnetic bearing control”, *IEEE Transactions on control systems technology*, v. 5, n. 2, pp. 230–238, 1997.
- [21] ZHURAVLYOV, Y. N. “On LQ-control of magnetic bearing”, *IEEE transactions on control systems technology*, v. 8, n. 2, pp. 344–350, 2000.
- [22] LINDLAU, J. D., KNOSPE, C. R. “Feedback linearization of an active magnetic bearing with voltage control”, *IEEE Transactions on control systems technology*, v. 10, n. 1, pp. 21–31, 2002.

- [23] FITTRO, R. L., KNOSPE, C. R. “Rotor compliance minimization mi-control of active magnetic bearings”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 10, n. 2, pp. 238–249, 2002.
- [24] SALAZAR, A. O., STEPHAN, R. M. “A bearingless method for induction machines”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 29, n. 6, pp. 2965–2967, 1993.
- [25] CHIBA, A., DEIDO, T., FUKAO, T., et al. “An analysis of bearingless AC motors”, *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 9, n. 1, pp. 61–68, 1994.
- [26] OSHIMA, M., MIYAZAWA, S., DEIDO, T., et al. “Characteristics of a permanent magnet type bearingless motor”, *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 32, n. 2, pp. 363–370, 1996.
- [27] MICHIOKA, C., SAKAMOTO, T., ICHIKAWA, O., et al. “A decoupling control method of reluctance-type bearingless motors considering magnetic saturation”, *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 32, n. 5, pp. 1204–1210, 1996.
- [28] CHEN, S., HSU, C. “Optimal design of a three-pole active magnetic bearing”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 38, n. 5, pp. 3, 2002.
- [29] HSU, C. T., CHEN, S. L. “Exact linearization of a voltage-controlled 3-pole active magnetic bearing system”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 10, n. 4, pp. 618–625, 2002.
- [30] HSU, C. T., CHEN, S. L. “Nonlinear control of a 3-pole active magnetic bearing system”, *Automatica*, v. 39, n. 2, pp. 291–298, 2003.
- [31] CHEN, S. L., CHEN, S. H., YAN, S. T. “Experimental validation of a current-controlled three-pole magnetic rotor-bearing system”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 41, n. 1, pp. 99–112, 2005.
- [32] CHEN, S. L., LIN, S. Y. “Adaptive imbalance compensation for a three-pole AMB system”. In: *2016 12th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA)*, pp. 962–965. IEEE, 2016.
- [33] CHEN, S. L., WENG, C. C. “Robust control of a voltage-controlled three-pole active magnetic bearing system”, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, v. 15, n. 3, pp. 381–388, 2009.

- [34] CHEN, S. L., HSIAO, Y. H. “Nonlinear high-gain observer for a three-pole active magnetic bearing system”. In: *2011 8th Asian Control Conference (ASCC)*, pp. 155–159. IEEE, 2011.
- [35] CHEN, S. L. “Nonlinear smooth feedback control of a three-pole active magnetic bearing system”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 19, n. 3, pp. 615–621, 2010. ISSN: 1063-6536.
- [36] CHEN, S. L., MAO, C. K. “Performance evaluation of a three-pole magnetic rotor-bearing system”. In: *2013 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, pp. 662–667. IEEE, 2013.
- [37] CHEN, S. L., HSIAO, Y. H. “Smooth voltage controller and observer for a three-pole active magnetic bearing system”, *Mechanical Engineering Journal*, v. 4, n. 5, 2017.
- [38] CHEN, S. L., LIU, K. Y. “Sensorless control for a three-pole active magnetic bearing system”, *J. Appl. Comput. Electromagnet. Society*, v. 32, n. 8, pp. 720–725, 2017.
- [39] MEEKER, D. C., MASLEN, E. H. “Analysis and control of a three pole radial magnetic bearing”. In: *Tenth Int. Symp. Magnetic Bearings*. Citeseer, 2006.
- [40] DARBANDI, S. M., BEHZAD, M., SALARIEH, H., et al. “Linear output feedback control of a three-pole magnetic bearing”, *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*, v. 19, n. 4, pp. 1323–1330, 2013.
- [41] KIANI, M., SALARIEH, H., ALASTY, A., et al. “Hybrid control of a three-pole active magnetic bearing”, *Mechatronics*, v. 39, pp. 28–41, 2016.
- [42] HEMENWAY, N. R., SEVERSON, E. L. “Three-pole magnetic bearing design and actuation”, *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 56, n. 6, pp. 6348–6359, 2020.
- [43] SCHÖB, R., REDEMANN, C., GEMPP, T. “Radial active magnetic bearing for operation with a 3-phase power converter”, *NASA*, , n. 19980203607, 1998.
- [44] SCHOB, R. “Magnetic bearing apparatus and a method for operating the same”. out. 10 2000. US Patent 6,130,494.
- [45] JI, L., XU, L., JIN, C. “Research on a Low Power Consumption Six-Pole Heteropolar Hybrid Magnetic Bearing”, *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 49, n. 8, pp. 4918–4926, 2013. doi: 10.1109/TMAG.2013.2238678.

- [46] ZHANG, W., ZHU, H. “Radial magnetic bearings: An overview”, *Results in physics*, v. 7, pp. 3756–3766, 2017.
- [47] WANG, S., ZHU, H., WU, M., et al. “Active Disturbance Rejection Decoupling Control for Three-Degree-of-Freedom Six-Pole Active Magnetic Bearing Based on BP Neural Network”, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, v. 30, n. 4, pp. 1–5, 2020. doi: 10.1109/TASC.2020.2990794.
- [48] WU, M., ZHU, H., ZHANG, W. “Parameter Design of Six-Pole Hybrid Magnetic Bearing Considering Variable Stiffness”, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, v. 30, n. 4, pp. 1–5, 2020. doi: 10.1109/TASC.2020.2990105.
- [49] SALAZAR, A. O. *Mancais magnéticos para motores de indução utilizando os próprios enrolamentos do estator*. Dissertação de Mestrado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1989.
- [50] SALAZAR, A. O. *Estudo de Motor CA com Mancais Magnético Utilizando os Próprios Enrolamentos do Estator*. Tese de Doutorado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1994.
- [51] SANTISTEBAN, J. A. *Estudo da Influência da Carga Torsional sobre o posicionamento radial de um motor-mancais*. Tese de Doutorado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1999.
- [52] DAVID, D. F. *Levitação de rotor por mancais-motores radiais magnéticos e mancais axial supercondutor auto-estável*. Tese de Doutorado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2000.
- [53] CARDOSO, N. N. *Controle simultâneo de velocidade e posição em mancais-motores magnéticos*. Dissertação de Mestrado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2003.
- [54] RODRIGUES, L. S. *Controle ótimo descentralizado a dois parâmetros para mancais-motores magnéticos*. Dissertação de Mestrado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2005.
- [55] GARCIA, J. D. G. *Critérios de avaliação de desempenho para controladores aplicados a mancais magnéticos*. Tese de Doutorado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2014.
- [56] PINTO, P. H. S. *Comparações teóricas e práticas sobre geometrias de mancais magnéticos*. Dissertação de Mestrado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2018.

- [57] VASCO, V. R., CORRÊA, Y. P., MOTHÉ, L. J. M., et al. “Linear Observers Design for a Three-Pole Magnetic Bearing”, *17th International Symposium on Magnetic Bearings*, v. 1, pp. 101–110, 2021.
- [58] CORRÊA, Y. P., MOTHÉ, L. J. M., VASCO, V. R., et al. “A Comparative Study of an Optimal Control Scheme in Different Magnetic Bearings’ Geometries”, *17th International Symposium on Magnetic Bearings*, v. 1, pp. 111–125, 2021.
- [59] MOTHÉ, L. J. M., VASCO, V. R., CORRÊA, Y. P., et al. “Model and Control of a Six-Pole Magnetic Bearing”, *17th International Symposium on Magnetic Bearings*, v. 1, pp. 44–55, 2021.
- [60] CHAPMAN, S. J. *Electric Machinery Fundamentals*. McGraw-Hill, 2012.
- [61] DAVID, D. F. B., SANTISTEBAN, J. A., GOMES, A. C. D. N. “Modeling and testing strategies for an interconnected four-pole magnetic bearing”, *Actuators*, v. 6, n. 3, 2017.
- [62] OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. Pearson, 2011. ISBN: 9788576058106.